AZƏRBAYCAN MİLLİ ELMLƏR AKADEMİYASININ XƏBƏRLƏRİ
Fizika-texnika və riyaziyyat elmləri seriyası, fizika və astronomiya 2021 №5

УДК 539.2

МНОГОДОЛИННЫЕ ПОЛУПРОВОДНИКИ В СИЛЬНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ ($\mu H > C$)

Э.Р. ГАСАНОВ[1,2], Ш.Г. ХАЛИЛОВА[2], Г.М. МАММЕДОВА[2]

Бакинский Государственный Университет[1]
AZ 1143, Баку, ул. З.Халилова, 23
Институт Физики НАН Азербайджана[2]
AZ 1143, Баку, пр. Г.Джавида, 131
shahlaganbarova@gmail.com

Получена: 07.05.2021
Принята к печати: 17.09.2021

РЕФЕРАТ
Впервые с применением кинетического уравнения Больцмана вычислена частота колебания тока в многодолинных полупроводниках во-внешнем электрическом и сильном магнитном полях. Доказано, что для возбуждения колебания тока в многодолинных полупроводниках размер образца должен быть определенным. Получено, что критическое значение электрического поля при появлении колебания тока почти не отличается от значения электрического поля, полученного экспериментом Ганна.

Ключевые слова: колебания, частота, функция распределения, электрическое поле, магнитное поле, вольт-амперная характеристика, многодолинные полупроводники.

ВВЕДЕНИЕ

В теоретических работах [1-4] исследованы колебания тока в двухдолинных полупроводниках типа GaAs во-внешнем электрическом поле, и во-внешнем электрическом и сильном магнитном полях путем решения кинетического уравнения Больцмана. В этих работах вычислены критические значения электрического и магнитного поля из условия

$$\frac{dj}{dE} = \sigma_d = 0, \tag{1}$$

где j - плотность потока тока, E - электрическое поле, σ_d -дифференциальная проводимость.

Так как, из условия (1) невозможно определить частоты колебания тока, поэтому определение колебания тока при наличии этого условия представляет большой интерес. В этой теоретической работе вычислены частоты колебания тока и критическое значение электрического и магнитного полей путем применения кинетического уравнения Больцмана.

ТЕОРИЯ

На Рис.1. изображены типичные примеры зависимости плотности тока в пространственно-однородной системе от напряженности поля в условиях, когда на вольтамперной характеристике имеется падающий участок.

Существенная особенность характеристики на Рис.1 состоит в том, что в определенной области значений токов $j_2 < j < j_p$ напряженность поля есть многозначная функция плотности тока. В этом интервале изменения тока система может находится в одном из трех пространственно однородных состояний. Эффект Ганна связан N-образной характеристикой. При отрицательной дифференциальной проводимости электрические заряды в системе распределяются неравномерно,

т.е. в системе появляются пространственные области с разными значениями зарядов (т.е. появляются электрические домены).

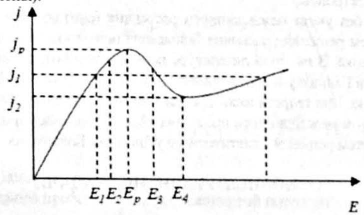

Рис.1
Зависимость плотности тока от электрического поля в двухдолинных полупроводниках типа GaAs N-образная характеристика.

Одним из механизмов появления доменов является механизм Ридли-Уоткинса-Хилсума [5,6]. В электронном арсениде галлия GaAs закон дисперсии имеет следующий вид (Рис.2).

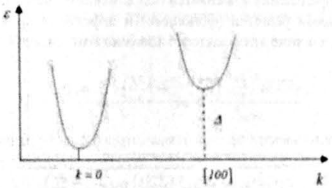

Рис.2
Зависимость энергии электронов от волнового вектора в GaAs.

Поскольку энергетическое расстояние между минимумами сравнительно велико ($\Delta = 0{,}30$эВ, $\Delta \gg T_p$-температура решетки) в условиях термодинамического равновесия наличие верхних долин (минимумов) практически не влияет на статистику электронов. Однако, при достаточно сильном разогреве электронов электрическим полем часть их переходит в верхний минимум. Эффективная масса электронов в нижней долине m_a намного меньше, чем масса электронов в верхней долине m_6. Поэтому подвижности электронов в соответствующих долинах связаны соотношением

$$\mu_6 \gg \mu_a. \tag{2}$$

Обозначив концентрации в долинах n_a и n_6, можно написать выражение для тока в виде

$$\vec{j} = en_a\mu_a\vec{E} + en_6\mu_6\vec{E}, \tag{3}$$

$$n = n_a + n_6 = const, \tag{4}$$

здесь мы пренебрегаем диффузионным током, т.к. $eEl \gg k_0T$, e-элементарный заряд, l - длина свободного пробега электронов.

В работах [5-6] без учета междолинного рассеяния (считают его малым по сравнению с внутридолинным) путем решения уравнения Больцмана получены более конкретные условия для появления колебания тока. В научной литературе не имеется работ, посвященных теоретическим исследованиям эффекта Ганна с учетом междолинного рассеяния на основе решения кинетического уравнения Больцмана. Мы теоретически проанализировали влияние сильного магнитного поля на эффект Ганна с учетом междолинного рассеяния и вычислили частоты колебания тока в вышеуказанных условиях путем решения кинетического уравнения Больцмана.

ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ ЗАДАЧИ

При воздействии внешних сил состояние носителей заряда описывается функцией распределения $f(\vec{k},\vec{r})$, значение которой необходимо при рассмотрении явлений переноса, $f(\vec{k},\vec{r})$ представляет собой вероятность того, что электрон с волновым вектором $\vec{k}$ (квазиимпульсом $\hbar\vec{k}$) находится вблизи точки $\vec{r}$. Мы рассматриваем стационарные процессы, поэтому $f(\vec{k},\vec{r})$ от времени явно не зависит. Функцию распределения находят из кинетического уравнения Больцмана. Известно, что функция распределения изменяется под влиянием внешних факторов и под влиянием столкновения с колебаниями решетки (фононами) и дефектами кристалла. В рассматриваемом стационарном состоянии влияние этих факторов взаимно компенсируют друг друга

$$\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{\text{вн}} + \left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{\text{стол}} = 0. \tag{5}$$

При наличии внешнего электрического и магнитного полей уравнение (5) имеет вид [7]

$$\vec{v}\nabla_{\vec{r}}f + \frac{e}{\hbar}\left\{\vec{E} + \frac{1}{c}\left[\vec{v}\vec{H}\right]\right\}\nabla_{\vec{k}}f = \left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{\text{стол}}, \tag{6}$$

здесь $\vec{v} = \frac{1}{\hbar}\nabla_k\varepsilon(\vec{k})$ - скорость электронов, $\nabla_{\vec{r}}$ и $\nabla_{\vec{k}}$ - градиент в пространстве координат и волновых векторов.

При решении поставленной задачи мы пренебрегаем анизотропией. Тот факт, что при исследованиях эффекта Ганна на образцах GaAs не было обнаружено зависимости от ориентации, говорит в пользу этого предположения. Будем предполагать, что для нижней долины преобладает междолинное рассеяние по сравнению с внутридолинным, а для верхней долины, преобладает внутридолинное рассеяние над междолинным. Тогда уравнение Больцмана для нижней долины можно записать в виде

$$\left(\frac{\partial f^a}{\partial t}\right)_{\text{вн}} + \left(\frac{\partial f^a}{\partial t}\right)_{\text{междол}} = 0, \tag{7}$$

а для верхней долины в виде

$$\left(\frac{\partial f^б}{\partial t}\right)_{\text{вн}} + \left(\frac{\partial f^б}{\partial t}\right) = 0. \tag{8}$$

Давыдов [5] показал, что в сильном электрическом поле функция распределения имеет вид

$$f = f_0 + \frac{\vec{p}}{p}\vec{f_1}, \tag{9}$$

f_0 - функция равновесного распределения, p - импульс носителей заряда.

$$f^a = f_0^a + \frac{\vec{p}}{p}\vec{f}_1^a, f^б = f_0^б + \frac{\vec{p}}{p}\vec{f}_1^б. \tag{10}$$

Функция распределения найдена из уравнения (8) в работе [8]

$$f_0^a = Be^{-\alpha_a(\varepsilon-\Delta)^2}, \ (11); \ f_1^б = -\frac{e m_б l_б}{p}\vec{p}\frac{\partial f_0^б}{\partial p}, \ (12); \ l_б = \frac{\pi\hbar^4\rho u_0^2}{D^2 m_б^2 k_0 T}, \ (13); \ \alpha_б = \frac{3D^4 m_б^5 k_0 T}{e^2\pi^2\hbar^8\rho^2 u_0^2}. \tag{14}$$

Понятно, что для долины «а» можно написать аналогические формулы (13-14) заменяя «а» на «б». $l_б$- длина свободного пробега, D - деформационный потенциал, T - температура решения, ρ - плотность кристалла, u_0 - скорость звука в кристалле.

Вычислим полный ток

$$\vec{j} = \vec{j}_a + \vec{j}_б, \tag{15}$$

$$\vec{j} = \frac{2e}{(2\pi)^3}\int_0^\infty \frac{\vec{p}}{p}\vec{f}\,\vec{v}d\vec{k}. \tag{16}$$

Давыдов [5] показал, что в случае внутридолинного рассеяния $f_1^б$ во внешнем электрическом и магнитном поле $f_1^б$ имеет следующий вид

$$f_1^б = -\frac{e l_б m_б}{p}\frac{\partial f_0^б}{\partial p}\cdot\frac{\vec{E}+\left(\frac{e l_б}{cp}\right)[\vec{E}\vec{H}]+\left(\frac{e l_б}{cp}\right)^2\vec{H}(\vec{E}\vec{H})}{1+\left(\frac{e l_б}{cp}\right)^2 H^2}. \tag{17}$$

$$\alpha_б = \frac{3D^4 m_б^5 k_0 T\left[1+\left(\frac{e l_б}{cp}\right)^2 H^2\right]}{e^2\pi^2\hbar^8\rho^2 u_0^2\left[E^2+\left(\frac{e l_б}{cp}\right)^2(\vec{E}\vec{H})^2\right]}, \tag{18}$$

f_1^a и α_a получаются, если заменим «б» на «а» в (17-18). После не сложного вычисления плотности тока j_a и $j_б$ из (16) получим

$$\vec{j}_a = \frac{e^2 l_a\alpha_a A}{12\pi^2\hbar^2 m_a^2}\left\{\vec{E}\frac{c^2}{e^2 l_a^2 H^2}\left(\frac{4m_a^2}{\alpha_a}\right)^2 + [\vec{E}\vec{H}]\frac{c\Gamma(7/4)}{e l_a H^2}\left(\frac{4m_a^2}{\alpha_a}\right)^{7/4} + \vec{H}(\vec{E}\vec{H})\frac{\Gamma(3/2)}{H^2}\left(\frac{4m_a^2}{\alpha_a}\right)^{3/2}\right\}. \tag{19}$$

После вычисления полного тока по формуле

$$\vec{j} = \vec{j}_a + \vec{j}_б, \tag{20}$$

$$j_z' = \frac{8nc^2 m_a^{1/2}}{3\sqrt{2}\Gamma(3/2)l_a}\frac{E_z'}{H^2}\cdot\frac{\alpha_a^{-1/4}}{1+\gamma_z^{-3/2}\frac{3}{4}\beta}\left\{1 + t\gamma_z^{-2}\beta + \frac{e^2 l_a^2\alpha_a^{1/2}}{2c^2 m_a}H^2\Gamma(3/2)\left[1+t\gamma^{-1}z^{1/2}\beta\right]\right\}, \tag{21}$$

здесь

$$A = tz^{-1/2}\gamma^{-1} = \frac{m_б}{m_a}, \ \gamma = \frac{m_a}{m_б}, \ z = \frac{\alpha_a}{\alpha_б}, \ t = \frac{l_б}{l_a}, \beta = z^{-1}e^{-\alpha_a\Delta^2}$$

$$e^{-\alpha_a\Delta^2} = e^{-\left(\frac{E_x}{E}\right)^2} = \left(1-\frac{E_x}{E}\right)^2, E^2 = \frac{3D^4 m_0 m_a^2 k_0 T}{\pi^2 e^2\hbar^8\rho^2 u_0^2}. \tag{22}$$

Напишем (21) в следующем виде

$$\vec{j} = \sigma\vec{E} + \sigma_1[\vec{E}\vec{h}] + \sigma_2\vec{h}[\vec{E}\vec{h}], \quad (23)$$

$\vec{h}$ - единичный вектор по магнитному полю.

Сравнивая (23) с (21), легко можно написать выражения $\sigma + \sigma,\ \sigma_1, \sigma_2$.

При получении выражения для плотности тока j_z' (21) мы направим электрическое поле и магнитное поле H_0 следующим образом

$$\vec{E}_0 = \vec{h}E_0\ , \vec{H}_0 = \vec{h}H_0. \quad (24)$$

Значение E_x получено из следующего условия

$$\frac{dj_z'}{dE_z'} = 0\ . \quad (25)$$

При оценке E_x^2 для GaAs получается значение

$$E_x^2 = 43{,}84\left({}^{\text{В}}/_{\text{см}}\right)^2. \quad (26)$$

При всех сильных электрических полях

$$E \gg E_x \quad (27)$$

вполне удовлетворяется.

Теперь вычислим частоты колебания тока. При возбуждении переменного электрического поля E' внутри среды возникает переменное магнитное поле H' удовлетворяющее уравнению Максвелла

$$\frac{\partial \vec{H}'}{\partial t} = -crot\vec{E}'. \quad (28)$$

Плотность тока при наличии электрического и магнитного полей имеет вид

$$\vec{j} = \sigma\vec{E} + \sigma_1[\vec{E}\vec{H}] + \sigma_2\vec{H}[\vec{E}\vec{H}]. \quad (29)$$

Направим внешнее электрическое и магнитное поле следующим образом

$$\vec{E}_0 = \vec{h}E_0\ , \vec{H}_0 = \vec{h}H_0, \quad (30)$$

$\vec{h}$-единичный вектор по z.

Находим переменное значения j_x', j_y', j_z' из (29) с учетом (28-30), получаем

$$j_x' = \sigma\left(1 - \frac{\mu k_z E_0}{\omega}\right)E_x' + \sigma_1\left[\left(1 + \frac{ck_x E_0}{\omega H_0}\right) - \frac{2\sigma_2 ck_z E_0}{\omega H_0}\right]E_y' + \frac{2\sigma_2 ck_y E_0}{\omega H_0}E_z'\ , \quad (31)$$

$$j_y' = -\sigma_1 E_x' + \left(\sigma - \frac{\sigma_2 ck_z E_0}{\omega H_0}\right)E_y' + \sigma_1\left(1 + \frac{ck_y E_0}{\omega H_0}\right)E_z'\ , \quad (32)$$

$$j_z' = (\sigma + \sigma_2)E_z' - \frac{2\sigma_2 ck_y E_0}{\omega H_0}\left(E_x' + E_y'\right). \quad (33)$$

Приравнивая нулю $j_x' = 0$ и $j_y' = 0$, находим E_x' и E_y' из (31-32) и, поставляя E_x', E_y' в (33), получаем для j_z' следующее выражение

$$j_z' = \left[\sigma_2 + \frac{2\sigma_2 ck_x E_0}{\omega H_0}\left(1 + \frac{c}{\mu H}\frac{ck_z\mu E_0}{\omega} + \frac{c}{\mu H_0}\frac{ck_y k_z\mu E_0}{\omega_0^2}\cdot\frac{E_0}{H_0} - \frac{ck_y}{\omega}\frac{c}{\mu H_0}\frac{E_0}{H_0}\right) + \frac{2\sigma_2 ck_y}{\omega}\frac{E_0}{H_0}\left(\frac{ck_y}{\omega} + \frac{c\mu k_z ck_y E_0}{\omega^2}\right)\frac{E_0}{H_0}\right]E_z' \quad (34)$$

При получении выражения (34) мы использовали условия сильного магнитного поля $\mu H_0 \gg c$. Приравнивая выражения (34) и (21), мы получаем следующее дисперсионное уравнение для определения частоты колебания тока

$$(\sigma_2 - \tilde{\sigma}\Phi)\omega^3 + \frac{2\sigma_2 ck_x E_0}{H_0}\left(1 + \frac{E_0}{H_0}\right)\omega^2 + \frac{2\sigma_2 ck_x E_0}{H_0}\omega + \frac{\sigma_1 ck_x E_0}{H_0}ck_y\mu k_z E_0\left(\frac{c}{\mu H_0}\cdot\frac{E_0}{H_0} + 2\frac{E_0}{H_0}\right) = 0, \quad (35)$$

здесь

$$\tilde{\sigma} = \frac{8nc^2 m_a^{1/2}\alpha_a^{-1/4}}{3\sqrt{2}\Gamma(3/2)l_a H^2},$$

$$\Phi = \frac{1}{1+\gamma^{-3/2}Z^{5/4}\beta}\left[1 + t\gamma^{-2}Z\beta + \frac{e^2 l_a^2 H^2\alpha_a^{1/2}}{2c^2 m_a}\Gamma(3/2) + \left(1 + t\gamma^{-1}Z^{1/2}\beta\right)\right]. \quad (36)$$

Приравнивая $\sigma_2 = \tilde{\sigma}\Phi$, легко получаем

$$\left(\frac{H_x}{H_0}\right)^2 = 1, \text{ т.е. } H_x = H_0 = \left[\frac{8c^2 m_a^{1/2}\alpha_a^{-1/4}}{3\sqrt{2}\Gamma(3/2)e\mu l_a}\right]^{1/2}. \quad (37)$$

Поставляя значения $\alpha_a^{-1/4}$ в (37), легко получаем

$$H_0 = \left[\frac{8}{3\sqrt{2}\Gamma(3/2)}\right]^{1/2}\cdot\left(\frac{k_0 T}{3m_0 u_0^2}\right)^{1/8}\cdot\left(\frac{c^2 m_a^{1/2}}{\mu}\right)^{1/2}\cdot\left(\frac{1}{el_a}\right)^{1/4}E_0^{1/4}. \quad (38)$$

Из (38) получим

$$E_0 = \left(\frac{\mu}{c^2 m_a^{1/2}}\right)^2 el_a\left(\frac{H_0}{\varphi}\right)^4, \quad (39)$$

$$\varphi = \left[\frac{8}{3\sqrt{2}\Gamma(3/2)}\right]^{1/2}\cdot\left(\frac{k_0 T}{m_0 u_0^2}\right)^{1/8}.$$

Таким образом, получено значение электрического поля при колебаниях тока в вышеуказанных двухдолинных полупроводниках типа GaAs. В работе [8] получено, что с учетом (26)

$$E_0 = E_{\text{кр}} = 1500\,{}^{\text{В}}/_{\text{см}}. \quad (40)$$

Поставляя (40) в (39) легко убедиться, что

$$\mu H_0 \gg c.$$

Из решения дисперсионного уравнения (35) легко получаем

$$\omega_{1,2} = -\frac{ck_zE_0}{2H_0} \pm i\frac{ck_zE_0}{H_0}\left(\frac{L_z}{L_y}\right)^{1/2}. \quad (41)$$

Для нарастающих колебаний

$$\omega = -\frac{ck_zE_0}{2H_0} + i\frac{ck_zE_0}{H_0}\left(\frac{L_z}{L_y}\right)^{1/2} = \omega_0 + ij. \quad (42)$$

Из (42) видно, что в кристалле

$$L_y > 4L_z, \quad (43)$$
$$j \ll \omega_0.$$

Таким образом, с размером (43) (-может быть любым) возбуждается колебания тока (т.е. неустойчивость) при электрическом поле (39) При расчете направим E_0 по H_0. Конечно, можно было выбирать любую ориентацию электрического и магнитного полей. При других ориентациях нужно получить выражения (21) и (34) в одинаковых ориентациях, и после этого найти частоты колебания в тех же ориентациях.

ВЫВОДЫ

В долинных полупроводниках типа GaAs под влиянием внешнего электрического и сильного ($\mu H_0 \gg c$) магнитного поля происходит колебания тока. Частота этих колебаний ω_0 (42) близка к частоте эффекта Ганна, т.е. $\omega_0 \sim 10^7 \div 10^9\ Hz$. Это доказывает, что применение уравнение Больцмана вполне справедливо, хотя уравнение Больцмана в сильных полях не всегда применяется. Направляя $E_0 = \vec{i}E_0$, $E_0 = \vec{j}E_0$, $H_0 = \vec{i}H_0$, $H_0 = \vec{j}H_0$, можно провести теоретический расчет и определить критическое значение электрического поля (в том числе магнитного поля) и частоты колебания тока. Конечно, при таких расчетах условия (43) наверняка изменятся. Теоретических анализ колебания тока в многодолинных полупроводниках типа GaAs показывает, что размер образца при колебаниях тока существенен. Этот факт подтвердился в эксперименте Ганна.

1. E.R.Hasanov, R.R.Huseynov, M.F.Novruzov. *Energy generation and amplitude of thermomagnetic waves in the conducting medium, Modern Physics Letter B,* **22** (2008) 455-457.
2. E.R.Hasanov, A.R.Hasanova, Sh.G.Khalilova, R.K.Mustafayeva. *Current oscillations in semiconductors with deep traps in strong electric and magnetic fields, IOSR Journal of Applied Physics,* **11** (2019) 13-18
3. E.R.Hasanov, R.K.Qasimova, A.Z.Panahov, A.I.Demirel. *Ultrahigh Frequency Generation in Ga-As- type, Studies Theor Phys,* **3** (2009) 293-298.
4. E.R.Hasanov, R.N.Hosseyn, A.Z.Panahov, A.I.Demirel. *Instability in Semiconductors with Deep Traps in the Presence of Strong* $(\mu_{\pm}H >> C)$, *Advanced Studies in Theoretical Physics,* **5** (1) (2011) 25-30.
5. B.I.Davydov. On the theory of the motion of electrons in gases and in semiconductors, ZhETF, **7** (1937) 1069.

GÜCLÜ MAQNET SAHƏSİNDƏ ÇOX VADİLİ YARIMKEÇİRİCİLƏR ($\mu H > c$)

E.R.HƏSƏNOV, Ş.G.XƏLİLOVA, G.M.MƏMMƏDOVA

İlk dəfə Bolsmann kinetik tənliyindən istifadə edərək, xarici elektrik və güclü maqnit sahələrində çox vadili yarımkeçiricilərdə cərəyan rəqslərinin tezliyi hesablanır. Çox vadili yarımkeçiricilərdəki cərəyan rəqsinin həyəcanı üçün, nümunənin ölçüsünün müəyyən olması sübut edilmişdir. Rəqs meydana gəldikdə elektrik sahəsinin kritik qiyməti, Gann təcrübəsi ilə əldə edilmiş elektrik sahəsinin qiymətindən demək olar ki, fərqlənmədiyi məlum oldu.

MULTI-VALLEY SEMICONDUCTORS IN A STRONG MAGNETIC FIELD ($\mu H > c$)

E.R.HASANOV, Sh.G.KHALILOVA, G.M.MAMMEDOVA

For the first time, using the Boltzmann kinetic equation, the frequency of current oscillations in multi-valley semiconductors, in an external electric and strong magnetic fields, has been calculated. It has been proven that for the excitation of current oscillations in multi-valley semiconductors, the sample size must be certain. It was found that the critical value of the electric field when the current oscillation appears almost does not differ from the value of the electric field obtained by the experiment of Gunn.