Вестник Азербайджанской Инженерной Академии $g - 2019.- Т.11.- №1 - С.90-101.

УДК 517.983

ЭКОНОФИЗИКА – НОВЕЙШИЙ МЕТОД МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ЭКОНОМИКИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ КОНЦЕПЦИИ СТАТИСТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ [*]

Р.Г. ВЕЛИЕВ[**], О.А. ДЫШИН[**], А.А. ДЖАНАХМЕДОВ[**]

Дан анализ преимуществ применения законов эконофизики с использованием методов квантовой статистики, нелинейного осреднения и когерентных мер риска для описания фондовых и валютных рынков. Показаны возможности исследования поведения финансовых временных рядов на основе их фрактальных показателей, позволяющих рассматривать в качестве идеологической базы современной финансовой теории и финансового бизнеса концепцию фрактального рынка, альтернативную гипотезе эффективного и саморегулируемого рынка.

Ключевые слова: *эконофизика, фрактальный рынок, биржевое время, индекс фрактальности, квантовая экономика.*

Введение. В последние десятилетия внимание физиков все больше и больше привлекают экономические и социальные системы. Причин для этого достаточно много, при этом события последних лет в мире оказались неожиданными для многих профессиональных экономистов. Выяснилось, что именно экономика и социальные процессы, играющие сегодня основную роль в жизни отдельного человека и в жизни государств в целом, являются наиболее сложным из всего, что известно науке. Поведение таких систем становится плохо предсказуемым из-за смеси стохастики и детерминированности действующих на них множества внешних и внутренних факторов. Возникло естественное желание понять причины происходящего и объяснить их на принятом в естественных науках языке с привлечением концепций статистической физики и математического моделирования. Ученые стали интуитивно чувствовать аналогии между термодинамикой и экономикой. Поэтому можно надеяться, что открытие общих законов эволюции сложных систем возможно именно в указанной области.

В настоящее время идет оформление новой науки – эконофизики (экономической физики или физической экономики) [1-3]. Название «физическая экономика» предложил экономист Л.Ларуш [2], известный как создатель так называемой рейгономики. Под словом «физическая» Ларуш понимает экономику, построенную по образу и подобию точных и естественных наук (в частности, физики) с привлечением математического моделирования. Таковая еще не построена, но некоторые результаты уже есть [4]. В первую очередь речь идет о теории развивающихся систем (синергетика), которая зарекомендовала себя в физике, химии и, особенно, биологии. В ней используется весь арсенал современной математики, но

[*] продолжение статьи в следующем номере журнала

[**] Национальная академия авиации Азербайджана

предпочтение отдается теории динамических систем. В экономике это направление представлено работами [5-7], его называют также «синергетическая экономика».

В том же русле развивается эволюционная экономика. Это направление было начато работами Шумперта [8], продолжено в работах [8-11], его современное состояние отражено в обзоре [12].

Термин «эконофизика» был введен Г.Ю.Стенли в 1995 г. для общего названия исследовательских работ, в которых методы статистической физики использовались для анализа поведения финансовых рынков. В совместной работе с Р.Н.Мантенья, Г.Ю.Стенли [3] иллюстрируется концепция скейлинга, применяемая в теории вероятностей, теории критических явлений и теории турбулентности. Эта концепция применяется к финансовым временным рядам, с тем чтобы пролить новый свет на поведение финансовых систем. Демонстрируется понимание того, что рынки ведут себя не так, как они гипотетически «должны» вести себя в соответствии с традиционными моделями. На основе анализа финансовых рыночных данных авторами [3] разработана новая модель динамики рыночных цен с нетривиальной изменчивостью.

Финансовые рынки представляют собой сложные системы, которые подвергаются непрерывному мониторингу в масштабах времени до одной секунды. Фактически каждая экономическая транзакция записывается и все возрастающая часть общего количества записанных экономических данных становится доступной для исследований. Это делает финансовые рынки чрезвычайно привлекательными для исследователей, заинтересованных в более глубоком понимании подходов к моделированию сложных систем [13].

Результаты, изложенные в двухтомнике А.Н. Ширяева «Основы стохастической финансовой математики [14], основаны, по сути, на презумпции справедливости. Иначе говоря, приводимые в этой работе выводы сводятся к решению проблемы: как уравновесить данные величины, чтобы все было совершенно справедливо. Но на «диком» рынке каждый думает о том, как выгадать и выиграть, а не как поступить по справедливости по отношению к своему сопернику или партнеру [15]. И прежняя (классическая) арифметика не годится для людей, стимулом которых является, грубо говоря, нажива. Этот прагматический момент должен быть учтен, когда строится математика, отражающая рыночные отношения. В этой связи в работах академика В.П. Маслова [16-18] разработана новая математика, названная им «капиталистической математикой», которая отвечает рыночной экономике и переходит к абсолютно новым категориям (финансовое осреднение: неограниченная теория вероятностей, в которой математическое ожидание сопоставляется с понятием температуры в термодинамике при использовании некоторого аналога нестандартного анализа и т.д.). Так как в такой математике используются аналогии с квантовой статистикой, описываемую ей экономику В.П. Маслов назвал «квантовой экономикой». Так, в физике квантовым продолжением формулы Стефана–Больцмана является формула Планка. Автором книги [17] в таком же смысле доказывается «квантовое продолжение» законов Ципфа – Мандельброта и Парето для распределения капиталов, а также для зависимости объема продаж от цен на фондовом рынке.

«Первой революцией в финансовой математике» (портфельная теория) часто называют среднеквадратическую оптимизацию Марковица [19] и теорию Шарпа моделирования ценообразования рынка капиталов (capital asset pricing model – CAPM) [20].

Сегодня модель Марковица используется в основном на первом этапе формирования портфеля активов при распределении инвестируемого капитала по различным типам активов: акциям, облигациям, недвижимости и т.д. Модель Шарпа используется на втором этапе, когда капитал, инвестируемый в определенный сегмент рынка активов, распределяется между отдельными конкретными активами, составляющими выбранный сегмент (т.е. по конкретным акциям, облигациям и т.д.) «Второй революцией в финансовой математике (теория непрерывных рынков) является модель опционов Блэка–Шоулса [21]. Эта модель основывалась на возможности осуществления безрисковой сделки с одновременным использованием акции и выписанным на нее опционом, и с ее помощью можно получить вероятностную оценку стоимости опциона [22].

Рассмотрение различных мер риска характеризуется [23] как «третья революция в теории финансов» с тех пор, как теория риска стала самостоятельной отраслью знаний, которая началась в 1997 г. и продолжается в настоящее время. Середина 90-х гг. ознаменовалась двумя важными событиями в теории и практике применения мер финансовых рисков: широким использованием квантильной меры риска Var (Value – at – Risc), впервые введенной компанией J.P.Morgan в начале 90-х гг. как альтернативы господствовавшей до этого дисперсии (или среднеквадратическому отклонению) (альтернативные подходы к оценке риска предлагались и в некоторых ранних работах, например [24]), и выделением классов аксиоматических мер риска, первым из которых явился класс когерентных мер риска [25]. Затем были исследованы и другие классы мер риска (выпуклые, аддитивные, возмущенные, ограниченные средним и др.). В последнее время были сформулированы и обоснованы некоторые меры риска, в которых учитываются различные подходы к пониманию риска – комбинированные меры риска [26-29].

Отождествляя возможность неуплаты по платежному обязательству, или риск, со случайностью обязательства, можно строить оценки и управлять риском на основе методов вероятностного анализа. Оценивать риск и управлять им – значит уметь прогнозировать стоимость финансового инструмента (опциона и др.) по поступающей в результате каждодневных торгов рыночной информации. Это и составляет основу хеджирующей методологии [30]. Хеджеры заинтересованы в производных финансовых инструментов (форвардные контракты, фьючерсы, опционы и др.), потому что они позволяют уменьшить рыночный риск, которому они уже подвержены [3].

Наиболее эффективными для анализа риска в условиях неопределенности являются методы теории нечетких множеств и нечеткой логики [31-35]. Нечеткая логика представляет собой естественный способ моделирования неопределенностей, который в сочетании с творческой активностью и интуитивностью человека обеспечивает успешность «риск – анализа».

Крах финансового рынка трактуется как заметное падение значений того или иного индекса, либо даже котировок акций отдельной компании за короткий промежуток времени. Под заметным падением курса понимается изменение цены финансового инструмента на К%, где величина К индивидуальна для разных инструментов и даже для разных промежутков времени. Согласно господствующей и поныне экономической парадигме, рынки эффективны [36] и, следовательно, только появление экзогенной (внешней) драматической информации может вызвать критическое явление или крах. Но в действительности даже наиболее тщательные исследования последствий краха обычно не дают категорического заключения относительно того, какая информация вызвала крах. Таким образом, гипотеза эффективного рынка и, как следствие, линейная теория показывают свою несостоятельность при анализе крахов финансовых рынков. Поэтому многие исследователи стали применять для описания финансовых систем теорию хаоса и теорию фракталов [37-43].

Цель работы – показать инновационный характер концепций эконофизики, позволяющих использовать новейшие методы квантовой статистики и комбинированные меры риска для описания фондовых и валютных рынков и в сочетании с основными положениями нелинейной динамики, нечеткой логики, теорий хаоса и фрактальных процессов управлять финансовыми рисками в условиях неопределенности, моделировать оценки финансовых инструментов (акций, облигаций и др.) и прогнозировать их поведение с повышением эффективности анализа краха финансовых рынков.

Нелинейная арифметика в экономике. Если рассматривать динамику цен акций и изменение рынка локально во времени и пространстве, то перейти от нее к глобальной картине представляется, казалось бы, невозможно, поскольку локальная картина зависит от воли влиятельных фигур, психологии масс и отдельных людей, политической обстановки и т.д. Тем не менее, глобальная картина существует и, на удивление, она близка к теории квантовой статистики. Это, по-видимому, на интуитивном уровне понимал большой знаток рынка Дж. Сорос, говоря о «принципе неопределенности» как об основном принципе рынка, имея в виду некий аналог принципа неопределенности Гейзенберга.

В настоящее время в экономике действуют в основном законы нелинейной арифметики, изложенные в работах академика В.П. Маслова [44-46]. Тем не менее нужно отдавать себе отчет, что линейная и нелинейная арифметики сосуществуют и по сей день, но нелинейная (рыночная) настолько быстро вытесняет линейную, что последнюю можно и не учитывать в расчетах.

К известным четырем условиям нелинейного осреднения по Колмогорову [47] была добавлена следующая аксиома [44]: «если к каждому независимому переменному x_i прибавить одну и ту же величину ω, то среднее увеличится на ту же величину ω».

Эта аксиома приводит к однозначному решению в нелинейном случае, т.е. ей удовлетворяет естественно линейный случай (арифметическое среднее) и единственная с точностью до одной и той же константы, на которую можно умножить все доходы x_i, нелинейная функция. В самом деле, доходы x_i $(i = 1, \dots, n)$ исчисляются в какой-либо валюте и, вообще говоря, должны умножаться на некоторую величину β, которая отвечает покупательной способности этой валюты и изначально должны входить в определение дохода вычисляемого в виде нелинейной средней по Колмогорову $M(x_1, \dots, x_n)$. Таким образом, существует единственная нелинейная функция, которая удовлетворяет аксиоме V.

Как известно, закон Ципфа – Мандельброта, применяемый, как правило, для частотных лингвистических словарей, заключается в том, что между числом слов n_i, отвечающих данной частоте встречаемости ω_i, и этой частотой выполняется соотношение

$$n_i = \beta(\alpha + \omega_i)^{-s}, \qquad (1)$$

где α, β и s –некоторые константы. Этот закон был эмпирически обнаружен Ципфом для $\alpha = 0,\ s = 1$ и некоторых средних значений n_i и ω_i. Позднее Мандельброт дал некоторое теоретическое объяснение формуле (1), но лишь для $s < 1$ [48].

Применяя нелинейное осреднение, В.П. Маслов доказал, что на фондовом рынке выполняется квантованный закон Ципфа – Мандельброта, если все варианты сделок равновероятны [49-51]:

$$n_i \simeq A\varphi(\bar{\lambda}^l), \qquad (2)$$

где A –некоторая константа, n_i –число проданных (купленных) акций отдельной компании на фондовом рынке за $i-$й день, λ_i –цена акций к концу i –го дня, l –общее число дней, $\bar{\lambda}^l$ – нелинейное осреднение по Колмогорову с аксиомой V

$$\bar{\lambda}^l = \Phi\left(\sum_{i=n_l}^{n_{l+1}} \varphi(\lambda_i)\right), \varphi(x) = \frac{1}{x+\nu}, \tag{3}$$

$\nu = const, \Phi(x)$ —обратная функция к $\varphi(x)$.

Если все λ_i на -м интервале совпадают и равны $\lambda(l)$, то $\frac{N_i}{n_i} \sim \frac{1}{\lambda(l)}$, где N_i — число акций, проданных по цене λ_i. Так как $n_i \sim N_i^{1/s}$, где s —общее количество акций этой компании, которое предполагается ограниченным и удовлетворяющим условию $s \geq N_l, N_l = \sum_{i=n_l}^{n_{l+1}} N_i$, то мы получим в этом случае формулу Ципфа – Мандельброта (1).

Меры риска. Применение оптимизационных методов в теории инвестиций началось с решения задачи построения оптимального портфеля на основе двух критериев: доходность и риск [19], где под риском понималась дисперсия (или среднеквадратическое отклонение) доходности. Г.Марковиц полагал, что значения доходности ценных бумаг являются случайными величинами распределенными по нормальному закону. Многочисленные исследования показали, что предположение о нормальности распределения доходностей ценных бумаг не подтверждается. В частности, эти распределения имеют «тяжелые хвосты» [52].

Существует много подходов к оцениванию кредитного риска, связанного с деятельностью торгового партнера, не выполняющего обязательства по суммам и срокам, а также подходов к оцениванию такого риска. Наиболее известный и общепринятый подход основан на оценивании так называемого Value – at – Risk (VaR), который стал стандартом оценки и контроля риска. При этом важной является проблема построения портфеля с наперед заданными ограничениями на VaR или с минимально допустимыми VaR.

Как известно [53], VaR определяется как α — квантиль (процентиль) некоторой функции потерь X инвестиционного портфеля

$$VaR_\alpha(X) = min\{u: P(X \geq u) \geq \alpha\} \tag{4}$$

В работе [54] развивается новый подход к оценке риска, состоящий в оценке условных средних ожидаемых потерь CVaR (Conditional Value – at – Risk) следующим образом. Предварительно вводятся величины: $CVaR^+$ («верхняя CVaR») – ожидаемые потери, превышающие VaR

$$CVaR^+ = E[X: X > \mathrm{VaR}_\alpha(X)] \tag{5}$$

(E – знак математического ожидания) и $\psi(\mathrm{VaR})$ —вероятность того, что потери не превышают VaR или равны VaR

$$\psi(VaR) = P(X \leq \mathrm{VaR}) \tag{6}$$

($\psi(\varsigma)$ — функция распределения потерь, т.е. $\psi(\varsigma) = P(X \leq \varsigma)$)

Затем вычисляется число $\lambda = (\psi(\mathrm{VaR}) - \alpha)(1-\alpha), 0 \leq \lambda \leq 1$ и находится взвешенное среднее значение величин VaR и $CVaR^+$:

$$CVaR = \lambda \mathrm{VaR} + (1-\lambda)\mathrm{CVaR}^+ \tag{7}$$

Наряду с CVaR^+ вводится величина CVaR^- («нижняя CVaR"), которая определяется как

$$\mathrm{CVaR}^- = E[X: X \geq \mathrm{VaR}_\alpha(X)] \tag{8}$$

При этом выполняется соотношение [55]

$$VaR \leq CVaR^- \leq CVaR \leq CVaR^+, \tag{9}$$

что иллюстрируется рисунком 1.

Во многих случаях $CVaR$ по своим свойствам предпочтительнее VaR. Хотя $CVaR$ еще не стала стандартной мерой риска в финансовой индустрии, тем не менее она играет все большую роль в финансовой и страховой математике.

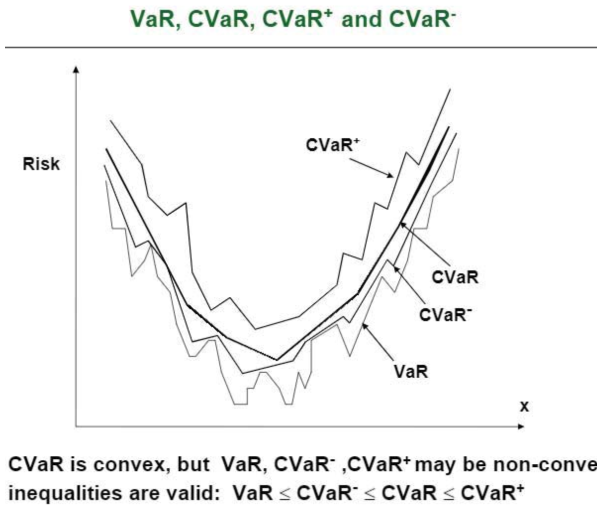

Рис.1.

Для решения задачи минимизации $CVaR$ в [54] используется метод эмпирических средних, с помощью которого исходная задача сводится к задаче линейного программирования, однако не доказана сходимость решения аппроксимационной задачи к истинному решению исходной задачи. В работе [22], используя условия сходимости метода эмпирических средних для общей задачи стохастического программирования [56], доказана сходимость решения аппроксимационной задачи к решению задачи минимизации $CVaR$. Эффективность данного подхода показана на конкретном примере формирования инвестиционного портфеля.

Проблемы оптимизации финансового портфеля при различных ограничениях приводятся к задачам статистического принятия решения, исследованных в работе [57], методы решения которых сведены в единый пакет оптимальных портфельных задач с гарантиями (Portfolio Safeguard – PSG). Байесовские методы решения основных финансовых задач изложены в монографии [58].

Строгое определение подходящей или приемлемой меры риска (acceptable risk measure) дано Дж. Сеге в работе [59]. Измерить риск означает установить соответствие ρ между пространством X случайных величин (например, доходов заданного множества инвестиций) и пространством R неотрицательных вещественных чисел, т.е. найти отображение $\rho: X \to R$.

Приемлемая мера риска $\rho: X \to R$ должна удовлетворять следующим условиям:

a) Положительная однородность: $\rho(\lambda x) = \lambda\rho(x)$ для всех случайных величин и всех положительных вещественных чисел λ.

b) Субаддитивность: $\rho(x + y) \leq \rho(x) + \rho(y)$ для всех случайных величин x и y.

Нетрудно показать, что любой позитивно однородный функционал ρ будет выпуклым тогда и только тогда, когда он субаддитивен.

В дополнение к вышеуказанным свойствам, должны удовлетворяться еще два свойства:

c) Монотонность: $x \leq y$ влечет за собой $\rho(x) \leq \rho(y)$ для всех случайных величин x и y .

d) Транзитивная инвариантность: $\rho(x + \alpha r_0) = \rho(x) - \alpha$ для всех случайных величин x и вещественных чисел α и всех безрисковых норм r_0.

При выполнении этих четырех условий ρ является *когерентной*, (то есть согласованной) *мерой риска.* На самом деле, слово «когерентная» является излишним, любая мера риска должна удовлетворять этим условиям!

Некоторые авторы заменяют первые два условия когерентности условием выпуклости

$$\rho(\lambda x + (1-\lambda)y \le \lambda\rho(x) + (1-\lambda)\rho(y), \qquad 0 \le \lambda \le 1. \qquad (10)$$

Следует, однако, иметь в виду, что выпуклость не является необходимым условием однородности и мера риска, обладающая лишь свойствами транзитивной инвариантности, монотонности и выпуклости, будет иметь более слабые свойства, чем когерентные меры и потому ее можно назвать *слабо когерентной* (weakly coherent). Эта концепция представлена в [60] и получила дальнейшее развитие в работе [61].

Как отмечается в работе [59], мера VaR не обладает даже свойством слабой когерентности и, в частности не субаддитивна. По образному выражению автора этой работы Дж. Сеге, «попытка измерять риск без этих свойств равносильна измерению расстояния между двумя точками, пользуясь резиновой лентой вместо линейки». Так что, мера VaR, вообще говоря, не приемлема для измерения риска. Только в специальном случае, когда совместное распределение доходов эллиптично, мера VaR будет субаддитивной, т.е.

$$VaR_\alpha(P_1 + P_2) \le \mathrm{VaR}_\alpha(P_1) + \mathrm{VaR}(\mathrm{P}_2),$$

где P_1 *и* P_2 означают доходы двух разных портфелей. Класс эллиптических распределений, по определению [62], должен обладать тем свойством, что их эквиплотные поверхности являются эллипсоидами.

Следует, однако, отметить, что в случае эллиптичности портфель, полученный минимизацией VaR, совпадает с портфелем, полученным Марковицем минимизацией дисперсии [63].

Когерентными мерами риска, наиболее употребительными на практике, являются мера *C*VaR и спектральная мера M_φ (определение которой дается ниже), поскольку обе они могут быть построены с помощью методов линейного программирования и их конструкции как бы специально приспособлены (tailor – made) для компьютерных расчетов меры риска.

Спектральная мера риска определяется формулой

$$M_\varphi(X) = -\int_0^1 \varphi(p) \overleftarrow{F_X}(p)\,dp, \qquad (11)$$

где φ —реальная вещественная функция на интервале [0,1] вида

$$\varphi(p) = c\delta(p) + \tilde{\varphi}(p), \qquad (12)$$

$\delta(p)$ —дельта – функция Дирака, $c \in [0,1]$ *и отображение* $\tilde{\varphi}\colon [0,1] \to R$ ($R -$ пространство неотрицательных вещественных чисел) удовлетворяет условиям:

i) $\tilde{\varphi}(p) \ge 0$ *для любого* p;

ii) $p_1 < p_2 \Rightarrow \tilde{\varphi}(p_1) \ge \tilde{\varphi}(p_2)$;

iii) $\int_0^1 \tilde{\varphi}(p)dp = 1 - c$.

Функцию $\tilde{\varphi}(p)$ называют *допустимой функцией неприятия* риска (Admissible Risk Aversion Function ARAF). В формуле (11) приняты следующие определения для обобщенной обратной функции к функции распределения вероятностей $F_X(x)$:

$$\overleftarrow{F_X}(\alpha) \equiv x_\alpha \equiv inf\{x | F_X(x) \ge \alpha\}$$

$$(12)$$

$$\overrightarrow{F_X}(\alpha) \equiv x^\alpha \equiv inf\{x | F_X(x) > \alpha\}$$

Если обе эти функции совпадают, то они определяют обратную функцию $F^{-}(\alpha)$, их также называют нижним x_{α} – и верхним x^{α} –квантилем, соответственно.

Спектральная мера риска M_{φ} является *когерентной функцией риска* в смысле [25] тогда и только тогда, когда φ есть ARAF [64].

Метод Пфлюга – Рокафеллера – Урясьева [54,65] приведения портфельной задачи с риском CVaR к задаче линейного программирования был обобщен в работе [66] на случай портфельной задачи со спектральным риском M_{φ}.

Начиная с работ Артцнера, Делбаена, Эбера и Хиса [25,67], в которых впервые введено понятие *когерентной меры риска* как нового способа измерения риска, теория когерентных мер риска очень быстро развивается, и уже сейчас в некоторых источниках ее называют «третьей революцией в финансовой математике» [23].

Теория когерентных мер риска важна не только для задачи измерения риска. Действительно, риск (≈неопределенность) лежит в основе всей теории финансов и поэтому новый подход к его измерению приводит к новым подходам к другим задачам теории финансов, в частности относящимся к первой задаче (среднеквадратическая оптимизация Марковица и теория CAPM Шарпа) и второй задаче (формула Блэка – Шоулса – Мортона). Сейчас все больше и больше работ направлено именно на применение когерентных мер к различным финансовым проблемам.

Одна из главных проблем, стоящих перед современной финансовой математикой, - нахождение как можно более узких границ для цен производных инструментов в неполных моделях. Как известно, интервалы цен, которые дает теория арбитража, неприемлемо широки в большинстве неполных моделей. Для их сужения требуется принципиально новые идеи. Недавно появился многообещающий подход, названный методом *отсутствия выгодных операций* [68], [69]. Метод отсутствия выгодных операций (No Good Deals – NGD) основан на предположении, что выгодные операции отсутствуют.

В работах [68,69] под *выгодной операцией* понимается такая, у которой отношение прибыль /риск превышает заданный порог. А.С. Черный [70] предложил другую мотивировку метода NGD, которая заключается в следующем. Когда агент продает опцион, он назначает цену, при помощи которой он может «суперхеджировать» этот опцион. В теории «суперхеджирование» обычно понимается почти наверное, но на практике агент старается достичь меньшего, а именно, чтобы риск его позиции оставался в заданных пределах (поскольку «суперхеджирование» почти на практике обычно невозможно). Эти рассмотрения приводят к методу NGD, в котором под выгодной операцией понимается операция с *отрицательным риском* (такое понимание альтернативно работам [68,69], в которых под выгодной операцией понимается операция с *положительным риском,* но большим отношением прибыль / риск), а под хеджированием понимается минимизация риска.

Для нахождения справедливых цен с помощью когерентных мер риска можно использовать метод NGD в двух формах: в первом случае под выгодной операцией понимается операция с отрицательным риском, а во втором – операция с положительным риском, но высоким отношением прибыль/риск. При этом оказывается, что второй случай сводится к первому заменой меры риска.

Метод NGD, основанный на когерентных мерах риска, имеет ряд преимуществ в сравнении с такими методами как отсутствие арбитража, среднеквадратическое хеджирование, квантильное хеджирование и методы NGD, основанные на других отношениях прибыль/риск:

- Получаемые интервалы справедливых цен являются более узкими, чем безарбитражные интервалы. В частности, имеет место сходимость интервалов в моделях с операционными издержками.

- Метод является гибким в том смысле, что его можно применять с разными мерами риска. В то же время другие методы не обладают такой гибкостью.

- Метод допускает как модификацию, где под выгодной операцией понимается операция с отрицательным риском, так и модификацию, где под выгодной операцией понимается операция с положительным риском, но с высоким отношением прибыль/риск. Остальные же методы не обладают таким свойством инвариантности.

Основной результат работы [70] формулируется следующим образом: в модели с бесконечным числом активов и с операционными издержками при стремлении коэффициентов пропорциональных операционных издержек к нулю интервалы справедливых цен сходятся к интервалу справедливых цен в модели без издержек.

Значительный пласт исследований в финансовой математике связан с фундаментальной теоремой теории расчетов для метода отсутствия арбитража [14, гл. 5,7]. Эта теорема доказана в [70] для метода NGD в достаточно общем случае: она применима к широкому классу когерентных мер риска (включающему все естественные когерентные меры риска), моделям непрерывного времени, моделям с бесконечным числом активов и моделям с операционными издержками. Кроме того, в рамках общей модели с бесконечным числом активов и для произвольного платежного поручения доказано, что метод отсутствия арбитража бесполезен в моделях непрерывного времени с операционными издержками. При этом не делается никаких предположений о вероятностной структуре процесса цены.

Заключение. Одним из главных предшественников эконофизики следует считать Б.Мандельброта, имевшего славу «ниспровергателя основ» и вызывавшего среди экономистов явно неоднозначное к себе отношение. Он был одним из главных критиков основанной на концепции общего равновесия современной финансовой теории с момента ее возникновения и до конца жизни пытался найти ей приемлемую альтернативу. Аналогичным образом эконофизика, но уже в рамках всей экономической теории, пытается предложить альтернативу концепции общего равновесия. Однако именно Мандельброт разработал систему фрактальной геометрии, которая позволила в качестве идеологической базы финансовой теории использовать концепцию фрактального рынка.

Естественным способом интегрирования по всем возможным ценовым траекториям в настоящее время служит индекс фрактальности финансовых временных рядов. При этом наибольший вес имеют траектории, соответствующие случайному блужданию, которое является главным режимом притяжения на всех масштабах.

Найденный в результате экспериментальных и теоретических исследований эффект увеличения крупномасштабных колебаний временных рядов при уменьшении мелкомасштабных в настоящем при определенных условиях может стать прекурсором (предвестником) сильных крупномасштабных колебаний в будущем. Частным проявлением этого эффекта является хорошо известный эффект затишья (подавление высокочастотной компоненты шума), который обычно предшествует природным катастрофам.

Несомненный интерес представляют введенные Мандельбротом понятие биржевого времени и новая модель поведения финансовых цен, в соответствии с которой мультифрактальные модели финансовых временных рядов могут быть представлены в виде унифрактальных моделей, изменяющихся в мультифрактальном биржевом времени.

REFERENCES

1. **Sornette Didye.** Kak predskazyvat krahi finansovyh rynkov. Kriticheskie sobytiya v kompleksnyh finansovyh sistemah. - M.: Internet-Treiding, 2003.
   Сорнетте Дидье. Как предсказывать крахи финансовых рынков. Критические события в комплексных финансовых системах. М.: Интернет-Трейдинг, 2003.
2. **Larush L.** Fizicheskaya ekonomika kak platonovskaya epistemologicheskaya osnova vseh otrasley chelovecheskogo znaniya. M.: Nauchnaya kniga, 1997.
   Ларуш Л. Физическая экономика как платоновская эпистемологическая основа всех отраслей человеческого знания. М.: Научная книга, 1997.
3. **Mantegna R.N., Stanley H.E.** An Introduction to Econophysics: Correlations and Complexity in Finance. Cambridge: Cambridge University Press, 2000.
   Мантенья Р.Н., Стенли Г.Ю. Введение в эконофизику. Корреляции и сложность в финансах. – М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2009. – 192с.
4. **Chernavskiy D.S., Starkov N.I., Shherbakov A.V.** O problemah fizicheskoy ekonomiki // Uspehi fizicheskih nauk, 2002, t.172, №9, s.1045-1066.
   Чернавский Д.С., Старков Н.И., Щербаков А.В. О проблемах физической экономики // Успехи физических наук, 2002, т.172, №9, с.1045-1066.
5. **Tu T.** Nelineynaya ekonomicheskaya dinamika (Izhevsk: Udmurtskiy universitet, 2000)
   Ту Т. Нелинейная экономическая динамика (Ижевск: Удмуртский университет, 2000)
6. **Zang V.-B.** Sinergeticheskaya ekonomika: Vremya i peremeny v nelineynoy ekonomicheskoy teorii (M.:Mir, 1999)
   Занг В.-Б. Синергетическая экономика: Время и перемены в нелинейной экономической теории (М.:Мир, 1999)
7. **Lebedev V.V**. Matematicheskoe modelirovanie socialno-ekonomicheskih processov (M.:Izograf, 1997)
   Лебедев В.В. Математичческое моделирование социально-экономических процессов (М.:Изограф, 1997)
8. **Schumpeter J.A.** The theory of Economic Development (Cambridge, Mass.: Harvard Univ. Pres, 1934
   Шумпетер И. Теория экономического развития (М.: Прогресс, 1982)
9. **Nelson R.R., Uinter S.J.** Evolyucionnaya teoriya ekonomicheskih izmeneniy (M.: ZAO Finstatinform, 200)
   Нельсон Р.Р., Уинтер С.Дж. Эволюционная теория экономических изменений (М.: ЗАО Финстатинформ, 200)
10. **Saviotti P.P., Mani G.S.** // J. Evol Econ 5 368 (1995)
11. **Silverberg G., Verspagen B.** In Evolution und Selbstorganisation in dir Ökonomie (Selbstorganisation. Jahrbuch für Komplexität in den Natur – Sozial – und Gusterüissenschaften, Bd.9. Hrsg F Schweitzer G Silverberg) (Berlin: Duncker and Humbolt, 1998) s. 239
12. **Silverberg J.** Vestnik molodyh uchenyh. Ser. Ekonomicheskie nauki (6) 76 (2000)
    Сильверберг Дж. Вестник молодых ученых. Сер. Экономические науки (6) 76 (2000)
13. **Janahmadov A.A., Janahmadov E.A.** Primenenie zakonov ekonofiziki k raspredeleniyu investiciy na fondovom rynke // Vestnik Azerbaijanskoy Inzhenernoy Akademii. 2011, t.3, №2, s.95-110.
    Джанахмедов А.А., Джанахмедов Э.А. Применение законов эконофизики к распределению инвестиций на фондовом рынке // Вестник Азербайджанской Инженерной Академии. 2011, т.3, №2, с.95-110
14. **Shiryaev A.N.** Osnovy stohasticheskoy finansovoy matematiki. V 2-ch t.- M.:FAZIS, 1998
    Ширяев А.Н. Основы стохастической финансовой математики. В 2-ч т.- М.:ФАЗИС, 1998
15. **Kashin B.S., Pastuhov S.V.** O kratkosrochnom prognozirovanii na rynke cennyh bumag // Doklady RAN. 2002. t.387, №6, S. 754-756
    Кашин Б.С., Пастухов С.В. О краткосрочном прогнозировании на рынке ценных бумаг // Доклады РАН. 2002. т.387, №6, С. 754-756
16. **Maslov V.P.** Methodes operatorielles. M.: Мир, 1987
17. **Maslov V.P.** Kvantovaya ekonomika. – M.:Nauka, 2005. -68 s.
    Маслов В.П. Квантовая экономика. – М.:Наука, 2005. -68 с.
18. **Maslov V.P.** Quantum economics // Russian J. Math Phys. 2005. V.12. №2, p.219-231.
19. **Markowitz H.** Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments. John Willey and Sons, 1959.
20. **Sharpe W.F.** Portfolio Theory and Capital Markets. N.Y.: Mc Graw – Hill, 1970.
21. **Black F., Sholez M.** The Pricing of Options and Corporate Liabilities // Journal of Political Economy. 1973 May / June 81/3
22. **Veliev R.G., Javadova S.M.** Upravlenie portfelem cennyh bumag na osnove minimizacii uslovnyh ozhidaemyh poter // Vestnik Azerbaijanskoy Inzhenernoy Akademii, 2017, t.9, №2, s.95-105
    Велиев Р.Г., Джавадова С.М. Управление портфелем ценных бумаг на основе минимизации условных ожидаемых потерь // Вестник Азербайджанской Инженерной Академии, 2017, т.9, №2, с.95-105
23. **Szegë G.** On the (non) – acceptans of innovations – Risk Measures for the 21 st Century. Ed. ley G.Szegë. New York: Wiley, 2004, p.1-9
24. **Stone B.** A general class of three – parameter risk measures // J.Finance. 1973. №28. P.675-685
25. **Artzner P., Delbaen F., Eber J.-M.,** Heath D. Coherent measures of risk // Math. Finance. 1999. №3. P.203-228.
26. **Bronshteyn E.M., Kurelenkova J.V.** Optimizaciya portfelya cennyh bumag na osnove kompleksnyh mer riska // Upravlenie riskom. 2008. №4. S.14-22.
    Бронштейн Е.М., Куреленкова Ю.В. Оптимизация портфеля ценных бумаг на основе комплексных мер риска // Управление риском. 2008. №4. С.14-22.

27. **Bronshtein E.M., Kurelenkova Y.V.** Complex risk measures in portfolio optimization//Proceedings of the 5th Conf. in Actuarial Science and Finance on Samos. Samos, 2009. P.77-82
28. **Korolev V.J., Bening V.E., Shargin S.J.** Matematicheskie osnovy teorii riska. Uchebnoe posobie – M.: FIZMATLIT, 2007. -547s.
Королев В.Ю., Бенинг В.Е., Шаргин С.Я. Математические основы теории риска. Учебное пособие – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007. -547с.
29. **Dyshin O.A., Efendiev G.M., Gabibov I.A., Agamamedova S.A.** Veroyatnostnaya ocenka tehnogennogo riska pri burenii skvazhin // Upravlenie kachestvom v neftegazovom komplekse, 2015, №2, s.39-44.
Дышин О.А., Эфендиев Г.М., Габибов И.А., Агамамедова С.А. Вероятностная оценка техногенного риска при бурении скважин // Управление качеством в нефтегазовом комплексе, 2015, №2, с.39-44.
30. **Shiryaev V.I.** Modeli finansovyh rynkov. Optimalnye portfeli, upravlenie finansami i riskami: Uchebnoe posobie. Izd. 2-e. - M.: knizhnyy dom «LIBROKOM», 2009.- 216 s.
Ширяев В.И. Модели финансовых рынков. Оптимальные портфели, управление финансами и рисками: Учебное пособие. Изд. 2-е.- М.: книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2009.- 216 с.
31. **Pfleeger C.P.** Security in Computing, Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ (1991).
32. National Research Council, Computer at Risk, National Academy Press (1991)
33. **Neumann P.G.** Computer Related Risk, Addision – Wesley, Reading, MA (1995)
34. **de Ru W.G. and Eloff J.H.** Risk analysis modeling with the use of fuzzy logic // Compute and Security, vol.15, №3, pp.239-248, 1996.
35. **Ferson S., Root W., and Kuhn R.,** 1999. RAMAS Risk Calc: Risk assessment with uncertain Numbers: Setauket, New York, Applied Biomathematics, 184 p.
36. **Sharpe W.F., Alexander G.J., Bailey J.V.** Investments – Prentice. Hall Int. London, 1999, 1028 p.
37. **Peters E.** Chaos and order in capital markets. A new view of cycles, price and marked volatility. – John Willey and Sons; Inc., 1991, 240 p.
38. **Peters E.** Fractal Market Analysis: Applying Chaos Theory to Investment and Economics [M]. Willey, New York, 1994, 315 p.
39. **Calvet L., Fisher A., Mandelbrot B.** Large Reviation and the distribution of price changes // Cowles Foundation Discussion Paper. – Yale University. 1997. #1165, p.1-28
40. **Sornette D.** Why Market Crash.- Princeton University Press. Princeton and Oxford. 2003. 421 p.
41. **Sun X., Chen H., Wu Z., and Yuan Y.** Multifractal analysis of hang Seng index in Hong Kong stock market // Physica A 291 (2001), pp.553-562
42. **Janahmadov A.A., Javadova S.M.** Ekonofizika i investirovanie na fondovom rynke. Baku, «APOSTROFF», Baku – 2013.-308s.
Джанахмедов А.А., Джавадова С.М. Эконофизика и инвестирование на фондовом рынке. Баку, «АПОСТРОФФ», Баку – 2013.-308с.
43. **Janahmadov A.A., Javadova S.M.** Modelirovanie i prognozirovanie finansovyh rynkov s primeneniem teorii determinirovannogo haosa i teorii fraktalov // Vestnik Azerbaijanskoy Inzhenernoy Akademii, 2013, t.5. №3, s.80-94
Джанахмедов А.А., Джавадова С.М. Моделирование и прогнозирование финансовых рынков с применением теории детерминированного хаоса и теории фракталов // Вестник Азербайджанской Инженерной Академии, 2013, т.5. №3, с.80-94
44. **Maslov V.P.** Aksiomy nelineynogo osredneniya v finansovoy matematike i dinamika kursa akciy // Teoriya veroyatnostey i ee primeneniya, 2003. t.48, vyp.4. s.799-810.
Маслов В.П. Аксиомы нелинейного осреднения в финансовой математике и динамика курса акций // Теория вероятностей и ее применения, 2003. т.48, вып.4. с.799-810.
45. **Maslov V.P.** Nelineynoe finansovoe osrednenie, evolyucionnyy process i zakony ekonofiziki //Teoriya veroyatnostey i ee primeneniya, 2004. t.49, vyp.2, s.269-296
Маслов В.П. Нелинейное финансовое осреднение, эволюционный процесс и законы эконофизики //Теория вероятностей и ее применения, 2004. т.49, вып.2, с.269-296
46. **Maslov V.P.** Nelineynoe srednee v ekonomike // Matematicheskie zametki, 2005, t.78, vyp 3, s.377-395.
Маслов В.П. Нелинейное среднее в экономике // Математические заметки, 2005, т.78, вып 3, с.377-395.
47. **Kolmogorov A.N.** Sur la notion de la moyenne // Atti. Accad. naz. Lincei. Rond. 1930. vol. 12. №9. p.388-391
48. **Mandelbrot B.B.** Structure formelle des texts et communication // Word. 1954. vol 10. №1
49. **Maslov V.P.** Princip vozrastaniya slozhnosti formirovaniya potrfelya na fondovoy birzhe // DAN. 2005. t. 404, vyp.4, S.446-450
Маслов В.П. Принцип возрастания сложности формирования потрфеля на фондовой бирже // ДАН. 2005. т. 404, вып.4, С.446-450
50. **Maslov V.P.** Utochnenie zakona Cipfa dlya chastotnyh slovarey i fondovoy birzhi // DAN. 2005.t.405.vyp5
Маслов В.П. Уточнение закона Ципфа для частотных словарей и фондовой биржи // ДАН. 2005.т.405.вып5
51. **Maslov V.P.** The Zipf – Mandelbrot Law: Quantization and an Application to Stock Market // RJMP. 2005. (Маслов В.П. О квантовании закона Ципфа – Мандельброта и применении его к фондовому рынку. Приложение 1. к кн.: Маслов В.П. Квантовая экономика. – М.: Наука, 2005.
Maslov V.P. O kvantovanii zakona Cipfa – Mandelbrota i primenenii ego k fondovomu rynku. Prilozhenie 1. k kn.: **Maslov V.P.** Kvantovaya ekonomika. – M.: Nauka, 2005.
52. Handbook of Heavy Tailed Distributions in Finance / Ed. S.T. Rachev, 2003/ Elsevier Science B.V.

53. **Uryasev S. Ed.** “Probabilistic Constrained Optimization: Methodology and Applications”, Kluwer Academic Publishers, 2000.
54. **Rockafeller T., Uryasev S.** Optimization of condinional value – at – risk // The J.Risk. 2000. №3.
55. **Uryasev S.** Conditional Value – at – Risk (CVaR): Algorithms and Applications. http://www.ise.ufl.edu/uryasev
56. **Vovk L.B., Knopov A.P., Pepelyaeva T.V.** O nekotoryh podhodah k ocenivaniyu finansovogo riska // Kibernetika i sistemnyy analiz. 2010.- №3.-s.169-174
    Вовк Л.Б., Кнопов А.П., Пепеляева Т.В. О некоторых подходах к оцениванию финансового риска // Кибернетика и системный анализ. 2010.- №3.-с.169-174
57. **Zabarankin M., Uryasev S.** Statistical Decision Problems. Selected Concepts and Portfolio Safeguard Case Studies. Springer Optimization and Its Application, vol. 85, 2010.-249p.
58. **Rachev S.T., Hsu J.S.J., Bagusheva B.S., Fabozzi F.J.** Bayesian Methods in Finance, 2008. – 329 p.
59. **Szegö G.** Measure of risk // Journal of Banking and Finance, 26 (2002) 1253-1272p.
60. **Carr P., Geman H., Madan D.** 2001 Pricing and healging.
61. **Fritelli M., Rosazza Gianin E.,** 2002. Putting order in risk measures. In: Szegö G. (Ed)., “Beyond VaR” (special issue) // Journal of Banking and Finance 26 (July)
62. **Joe H.,** 1997. Multivariate Models and Dependence Concepts. Chapman and Hall, London.
63. **Embrechts P., Mc Neil A., Straumann D.,** 1999. Correlation and dependence in risk management: Properties and pitfalls, August. Available from www.math.ethz.ch/finance
64. **Acerbi C.** (2001) Spectral Measures of Risk: a Coherent Representation of Subjective Risk Aversion. Working paper. http://www.gloriamundi.org/var/wps.htm1
65. **Pflug G.** (2000). Some remarks on the value –at risk and the conditional value – at – risk. In: Uryasev S. (Ed). 2000. Probabilistic Constrained Optimization: Metodology and Application. Kluwer Academic Publishers. http://www.gloriamundi.org/var/pub.htm1
66. **Acerbi C. and Simonetti P.** Portfolio with Spectral Measures of Risk ar Xiv: cond – mat/0203607v1 [cond – mat.stat mech] 29 mar. 2002
67. **Artzner P., Delbaen F., Eber J.** – M., Heth D. Thinking coherently. – Risk, 1997. Vol.10, №11, p.68-71
68. **Bernardo A., Ledoit O.** Gain, loss and asset pricing – J.Political Economy, 2000, v.108, №1, p.144-172
69. **Cochrane J.H., Saa – Requejo J.** Beyond arbitrage: gooddeal asset price bounds in incomplete markets. – J. Political Economy, 2000, v.108, №1, p.79-119
70. **Cherniy A.S.** Nahozhdenie spravedlivyh cen na osnove kogerentnyh mer riska // Teoriya veroyatnostey i ee primeneniya, 2007, t.52, vyp.3, s.506-540.
    Черный А.С. Нахождение справедливых цен на основе когерентных мер риска // Теория вероятностей и ее применения, 2007, т.52, вып.3, с.506-540.

EKONOFİZİKA – STATİSTİK FİZİKANIN KONSEPSİYASININ TƏTBİQİ İLƏ RİYAZİ İQTİSADİYYATIN YENİ METODU

R.G. VƏLİYEV, O.A. DIŞİN, A.Ə. CANƏHMƏDOV

Fond və valyuta bazarlarının təsviri üçün kvant statistikası, orta qeyri xətti və riskin koqerent dərəcəsi metodlarından istifadəsi ilə ekonofizika qanunlarının tətbiqinin üstünlüyünün analizi verilib. Səmərəli və özü nizamlanan bazarın fərziyyəsinə alternativ müasir maliyyə nəzəriyyəsinin ideoloji bazası və maliyyə biznesi kimi fraktal bazarın konsepsiyasını araşdırmağa imkan verən fraktal göstəricilər əsasında maliyyə müvəqqəti sıraların xasiyyətinin tədqiqinin imkanları göstərilib.

Açar sözlər: *ekonofizika, fraktal bazar, birja vaxtı, fraktal indeksi, kvant iqtisadiyyatı.*

ECONOPHYSICS – THE NEWEST METHOD OF MATHEMATICAL ECONOMY WITH USE OF CONCEPTS OF STATISTICAL PHYSICS

R.Q. VELIEV, O.A. DYSHIN, A.A. JANAHMADOV

The analysis of advantages of application of laws of econophysics with use of methods of quantum statistics, nonlinear averaging and coherent measures of risk for the description of the stock and foreign exchange markets is given. Possibilities of a research of behavior of financial temporary ranks on the basis of their fractal indicators allowing to consider the concept of the fractal market alternative to a hypothesis of the effective and self-regulating market as ideological base of the modern financial theory and financial business are shown.

Keywords: *econophysics, fractal market, exchange time, index of fractality, quantum economy.*
