UOT 532.516

Quyularda dəyişən özlülük və qeyri-Nyuton maye axını şəraitində Puazeyl qanunu

F.İ. Məmmədov, f.-r.e.d.,
N.M. Məmmədzadə
"Neftqazelmitədqiqatlayihə" İnstitutu

e-mail: n.mammadzade@niping.az

Açar sözlər: maye sərfiyyatı, özlülük, ağırlıq, sürtünmə və inersiya qüvvələri, təzyiq, qərarlaşmış rejim, sıxılmayan maye.

Закон Пуазейля в условиях изменения вязкости и течения неньютоновской жидкости в скважинах

Ф.И. Мамедов, д.ф.-м.н., Н.М. Мамедзаде
НИПИнефтегаз

Ключевые слова: расход жидкости, вязкость, силы тяжести, трения и инерции, давление, установившийся режим, несжимаемая жидкость.

Известно, что температура жидкости в нефтяных скважинах с увеличением глубины растет. Поэтому формула Пуазейля, которая позволяет рассчитывать расход флюида в симметричных трубах, иногда может не дать правильных результатов. С этой целью были получены аналог формулы Пуазейля для неньютоновской жидкости и новое выражение закона распределения скорости для неньютоновской жидкости.

Poisseuille law in conditions of viscosity fluctuation and non-Newtonian fluid flow in the wells

F.I. Mammadov, Dr. in Phy.-Math.Sc., N.M. Mammadzade
"Oil-Gas Scientific Research Project" Institute

Keywords: liquid discharge, viscosity, gravity, tension and inertia forces, pressure, steady regime, incompressible liquid.

It is known that the liquid temperature in oil wells increases with the depth growth. Therefore, Poisseuille formula enabling to calculate the liquid discharge in symmetrical pipes sometimes may not give accurate results. With this purpose, the analogue of Poisseuille for non-Newtonian fluid and a new expression of rate distribution law for non-Newtonian fluid have been obtained.

Dairəvi borularda mayenin qərarlaşmış axını zamanı maye sərfiyyatının hesablanmasında Puazeyl düsturundan istifadə edilir [1, 2].

$$Q = \frac{\pi R^4}{8\mu L}\Delta p, \tag{1}$$

burada Q – sərfiyyat, R – borunun radiusu, l – uzunluq, Δp – təzyiq düşküsü, μ – mayenin özlülüyüdür.

Neft quyularında mayenin temperaturu dərinliklə əlaqədar olaraq dəyişdiyi üçün (1) düsturu bu halda düzgün nəticələr verməyə bilər. Başqa sözlə, bu halda temperatur rejiminin nəzərə alınması tələb olunur. Bu məqsədlə biz mayenin özlülük parametrini dəyişən götürəcəyik. Quyuda axının qərarlaşmış rejimində özlülük dərinlikdən asılı olaraq azalan bir kəmiyyət olur. Çünki dərinlik artdıqca temperatur yüksəlir, temperatur yüksəldikcə isə özlülük azalır. Mühəndis hesablamalarında temperatur amilini nəzərə almaq üçün (1) düsturuna müəyyən empirik düzəlişlər edilir [3, 4]. Məqalədə (1) düsturunun analoqunu almaq üçün qeyri-Nyuton mayenin şaquli quyuda məlum axın tənliyindən istifadə edilir:

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} = \\ = \frac{\mu(x)}{\rho r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\left|\frac{\partial v}{\partial r}\right|^{q-1}\frac{\partial v}{\partial r}\right) - g. \tag{2}$$

Bu tənliyə kəsilməzlik tənliyi də əlavə edilir:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x}(\rho v)=0, \tag{3}$$

burada g – sərbəstdüşmə təcili, m/s²; r – borunun en kəsiyində mərkəzdən olan məsafədir: $0 \le r < R$. Qəbul edirik ki, Ox koordinat oxu mərkəzi quyunun ağzında olmaqla yuxarıya – quyudan xaricə doğru yönəlib. Biz qərarlaşmış rejimə və sıxlığın dəyişməz halına baxdığımız üçün $\frac{\partial \rho}{\partial t}=0$, $\frac{\partial v}{\partial x}=0$ götürməliyik. Boruda mayenin qərarlaşmış hərəkət rejimi aşağıdakı sistem şəklində göstərilir:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial p}{\partial x}=\dfrac{\mu(x)}{r}\left(\dfrac{\partial}{\partial r}\left|\dfrac{\partial v}{\partial r}\right|^{q-1}\dfrac{\partial v}{\partial r}\right)-g\rho \\ \dfrac{\partial v}{\partial x}=0 \end{cases}, \tag{4}$$

burada x və r – sərbəst dəyişənlər (və ya arqumentlər), $\mu(x)$ – verilmiş funksiya, $v(r)$ və $p(x)$ isə axtarılan məchul funksiyalardır. Məsələn, özlülük funksiyası olaraq, aşağıdakı asılılıqları götürə bilərik:

$$\mu(x)=\mu_0\left(\frac{H}{H-x}\right)^n, n>0, -H<x<0,$$

$$\mu(x)=\mu_0\left(1-e^{\frac{\alpha H}{x}}\right), \alpha>0, -H<x<0,$$

$$\mu(x)=\mu_0 e^{\frac{\kappa}{H}x}, \kappa>0, -H<x<0,$$

$$\mu(x)=\mu_0\left(\frac{H}{H-x}\right)^n\left(1-e^{\frac{\alpha H}{x}}\right),$$

$$a>0, n>0, -H<x<0,$$

$$\mu(x)=\mu_0 \exp\left(-\frac{1+\frac{x}{H}}{\beta+1-\frac{x}{H}}+\frac{1}{\beta+1}\right),$$

$$\beta>0, -H<x<0.$$

Qeyd edək ki, bu asılılıqlara məlum özlülük-temperatur asılılığının quyu dərinliyi ilə interpretasiyası kimi baxıla bilər

$$\mu(x)=\mu_0 e^{\frac{\kappa}{H}x}, \quad -H<x<0,$$

burada κ – ədədi müsbət sabitdir. Sıxılmayan maye halına baxılaraq ρ = const və $\frac{\partial \rho}{\partial x}=0$ götürülmüşdür.

$$\frac{\frac{\partial p}{\partial x}+g\rho}{\mu(x)}=$$

$$=\frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial r}\left(\left|\frac{\partial v}{\partial r}\right|^{q-1}\frac{\partial v}{\partial r}\right)=-\lambda,$$

$$\frac{\partial p}{\partial x}+\rho g=-\lambda\mu(x). \tag{5}$$

Bərabərliyin sağ və sol tərəfləri başqa-başqa dəyişənlərdən asılı funksiyalardır.

(5)-in hər iki tərəfini $(x, 0)$ üzrə inteqrallayıb alarıq:

$$p(0)-p(x)-\rho g x=$$

$$=-\lambda\int_x^0 \mu(s)ds, \quad -H<x<0,$$

$x=-H$, $p(-H)=p_1$, $p(0)=p_0$ qəbul edək:

$$p_1-p_0-\rho g H=\lambda\int_{-H}^0 \mu(s)ds,$$

$$\lambda=\frac{p_1-p_0-\rho g H}{\int_{-H}^0 \mu(s)ds}. \tag{6}$$

Beləliklə, $p(x)=p(0)-g\rho x+\lambda\int_x^0 \mu(s)ds$

$$p(x)=p(0)-g\rho x+$$

$$+\frac{p_1-p_0-g\rho H}{\int_{-H}^0 \mu(s)ds}\int_x^0 \mu(s)ds. \tag{7}$$

(7) düsturu təzyiqin boru boyunca dəyişməsini xarakterizə edir. Sürətin paylanma qanununu tapaq

$$\frac{\partial}{\partial r}\left(r\left|\frac{\partial v}{\partial r}\right|^{q-1}\frac{\partial v}{\partial r}\right)=-\lambda r. \tag{8}$$

(8)-in hər iki tərəfini $(0, r)$ intervalında inteqrallayaq. Axın simmetrik olduğu üçün $\left.\frac{\partial v}{\partial r}\right|_{r=0}=0$

$$r\left|\frac{\partial v}{\partial r}\right|^{q-1}\frac{\partial v}{\partial r}=-\frac{\lambda r^2}{2},$$

$\frac{\partial v}{\partial r}<0$ olduğundan $\left|\frac{\partial v}{\partial r}\right|=-\frac{\partial v}{\partial r}$.

Ona görə

$$\left(-\frac{\partial v}{\partial r}\right)^q=\frac{\lambda}{2}r.$$

Bu tənlikdən

$$-\frac{\partial v}{\partial r}=\left(\frac{\lambda}{2}\right)^{\frac{1}{q}}.$$

Sonuncunu (r, R) intervalı üzrə inteqrallayıb alarıq

$$v(r)=\left(\frac{\lambda}{2}\right)^{\frac{1}{q}}\left.\frac{s^{1+\frac{1}{q}}}{1+\frac{1}{q}}\right|_r^R,$$

$$v(r)=\left(\frac{\lambda}{2}\right)^{\frac{1}{q}}\left(1+\frac{1}{q}\right)^{-1}\left(R^{1+\frac{1}{q}}-r^{1+\frac{1}{q}}\right).$$

və yaxud

$$v(r)=\left(\frac{\lambda}{2}\right)^{\frac{1}{q}}\left(1+\frac{1}{q}\right)^{-1}\times$$

$$\times\left(\frac{p_1-p_0-g\rho H}{\int_{-H}^0 \mu(s)ds}\right)^{\frac{1}{q}}\left(R^{1+\frac{1}{q}}-r^{1+\frac{1}{q}}\right)$$

$$0 \le r < R, \tag{9}$$

çünki $v(R)=0$ olur.

(9) düsturunu inteqrallayıb sərfiyyat üçün

$$Q=\int_0^R 2\pi r v(r)dr=$$

$$=C\int_0^R\left(R^{1+\frac{1}{q}}-r^{1+\frac{1}{q}}\right)rdr$$

$$=\frac{C}{2(3q+1)}R^{\frac{3q+1}{q}}, \tag{10}$$

burada

$$C=2\pi\left(\frac{\lambda}{2}\right)^{\frac{1}{q}}\left(1+\frac{1}{q}\right)^{-1}\left(\frac{p_1-p_0-g\rho H}{\int_{-H}^0 \mu(s)ds}\right)^{\frac{1}{q}}.$$

Beləliklə, sərfiyyat üçün Puazeyl düsturunun aşağıdakı analoqu əldə edilir

$$Q=\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{q}}\frac{q\pi}{3q+1}\times$$

$$\times\left(\frac{p_1-p_0-g\rho H}{\int_{-H}^0 \mu(s)ds}\right)^{\frac{1}{q}}R^{\frac{3q+1}{q}}. \tag{11}$$

Xüsusi halda, $\mu=\mu_0 e^{\frac{\kappa x}{H}}$ götürsək, Puazeyl düsturunun ifadəsi aşağıdakı kimi olar

$$Q=\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{q}}\frac{q\pi}{3q+1}\times$$

$$\times\left(\frac{\kappa(p_1-p_0-g\rho H)}{\mu_0\frac{H}{\kappa}(1-e^{-\kappa})}\right)^{\frac{1}{q}}R^{\frac{3q+1}{q}}, \tag{12}$$

burada κ→0 şərtində limitə keçsək, $\frac{1-e^{-\kappa}}{\kappa}\to 1$ olar, bu da sabit özlülük halında Puazeyl düsturunun aşağıdakı ifadəsini verir

$$Q=\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{q}}\frac{q\pi}{3q+1}\times$$

$$\times\left(\frac{p_1-p_0-g\rho H}{\mu_0 H}\right)^{\frac{1}{q}}R^{\frac{3q+1}{q}}. \qquad (13)$$

Burada daha sonra q = 1 qəbul etsək, Nyuton mayeləri üçün məlum (1) düsturunu alarıq. Yuxarıda qeyd olunanlardan nəticə çıxararaq, deyə bilərik ki, neft quyularında hasil edilən qeyri-Nyuton mayelərin sərfiyyatını hesablamağa imkan verən dəyişən özlülük halına uyğun (11) düsturu əldə edilmişdir. Nyuton mayelərindən fərqli olaraq, burada sürət profili kvadratik olmayan parabola şəklində olur.

Ədəbiyyat siyahısı

1. *Sutera S.P., Skalak R.* The history of Poiseuilles law. // Annual review of fluid mechanics, 1993, 25, pp. 1-19.

2. *Mirzəcanzadə A.X., Qurbanov R.C., Əhmədov Z.M.* Hidravlika. – Bakı: Maarif, 1990, s. 29-30.

3. *Pfitzner J.* Poiseuille and his law. Anaes the sia, 1976, v. 31, pp. 273-275.

4. *Tshehla. M.S.* The flow of a variable viscosity fluid down an inclined plane with a free surface // Math problems in engineering, Article ID 754782, 2013, p. 8.

References

1. *Sutera S.P., Skalak R.* The history of Poiseuilles law. // Annual review of fluid mechanics, 1993, 25, pp. 1-19.

2. *Mirzajanzade A.Kh., Gurbanov R.J., Ahmadov Z.M.* Hidravlika. – Baku: Maarif, 1990, pp. 29-30.

3. *Pfitzner J.* Poiseuille and his law. Anaes the sia, 1976, v. 31, pp. 273-275.

4. *Tshehla. M.S.* The flow of a variable viscosity fluid down an inclined plane with a free surface // Math problems in engineering, Article ID 754782, 2013, p. 8.