UOT 03 F55, 18, A30

İNTUİTİV QEYRİ-SƏLİS SOFT G-MODULLAR

K.M.VƏLİYEVA, S.A.BAYRAMOV
Bakı Dövlət Universiteti
Kemale2607@mail.ru, baysadi@gmail.com

Bu məqalənin əsas məqsədi yeni bir intuitiv qeyri-səlis soft G-modullar kateqoriyasını qurmaq. Bu kateqoriya modul anlayışının, soft çoxluqlara bəzi cəbri strukturlar daxil etməklə genişləndirilməsidir. Burada intuitiv qeyri-səlis soft G-modulların bəzi cəbri əməliyyatlara görə qapalılıq problemi araşdırılır.

Açar sözlər: Qeyri-səlis çoxluq, soft çoxluq, intuitiv qeyri-səlis soft çoxluq, intuitiv qeyri-səlis soft modul, intuitiv qeyri-səlis soft G-modul.

Elmin bir çox sahələrində, məsələn, ictimai elmlərdə, iqtisadiyyatda, mühəndislikdə, tibbdə və s. meydana gələn bəzi məsələlərin tədqiq edilməsində riyaziyyatın klassik üsulları kifayət qədər effektiv olmur. Bu cür məsələlər özündə çoxlu miqdarda qeyri-müəyyənliklər birləşdirir və dəqiq həllə malik olmur. Bu səbəbdən də belə məsələlərin həlli üçün klassik üsulların tətbiqi hər zaman mümkün olmur. Belə standart olmayan məsələlərin həlli ilə əlaqədar olaraq son illərdə riyaziyyatda müxtəlif qeyri-ənənəvi nəzəriyyələr qurulmuşdur. Bunlardan qeyri-səlis (fuzzy) çoxluqlar, intuitiv qeyri-səlis çoxluqlar, kobud (rough) çoxluqlar, yumuşaq (soft) çoxluqlar, parçaqiymətli çoxluqlar nəzəriyyələrini və başqa nəzəriyyələri göstərmək mümkündür [3], [4], [5], [13], [14], [15], [16], [20].

Qeyri-səlis qrupu verməklə cəbrdə qeyri-səlis çoxluğu 1971-ci ildə ilk dəfə Rozenfeld tətbiq etmişdir [17]. Daha sonra qeyri-səlis halqaların, modulların tərifi verilmiş və bu strukturlara aid bir çox tədqiqatlar aparılmışdır [1], [2], [8], [9], [10], [11], [19].

1999-cu ildə qeyri-müəyyənliklərin modelləşdirilməsi üçün Molodtsov ilk dəfə yumuşaq (soft) çoxluq anlayışını vermiş və bu çoxluqlara aid bəzi tədqiqatlar aparmışdır [16]. Soft çoxluqların və onların xassələrinin öyrənilməsində Maji, Roy və s. böyük əmək sərf etmişlər [13], [14], [15].

Cəbrdə soft qruplar 2007-ci ildə N. Aktaş, N. Cağman tərəfindən daxil edilmişdir [2]. Sonrakı illərdə isə soft halqalar, soft modullar verilmiş və bu strukturların bəzi xassələri tədqiq edilmişdir. Qeyri-səlis soft qruplar isə 2008-

ci ildə Jin-Liang, Rui-Xia, Bing-Xuenin işlərində tədqiq edilmişdir [1], [10], [11]. Qeyri-səlis soft modullar, intuitiv qeyri-səlis soft modullar Bayramov S., Ç.Gündüz Aras tərəfindən daxil edilmiş və bəzi tədqiqatlar aparılmışdır [6], [7]. P.K.Sharma və T.Kaur tərəfindən intuitiv qeyri-səlis G-modullar kateqoriyası qurulmuşdur [22].

Bu məqalədə biz intuitiv qeyri-səlis soft G-modullar daxil edirik və bu modulların müxtəlif cəbri əməllərə görə qapalılığı isbatlanır.

Bizə məqalədə lazım olan əsas məlumatları verək:

Tərif 1.1. ([15]) X universal çoxluq və E parametrlər çoxluğu olsun. Onda (F,E) cütlüyü X üzərində soft çoxluq adlanır, əgər F, E-dən X çoxluğunun bütün alt çoxluqlar çoxluğuna $P(X)$ inikas isə, yəni

Tərif 1.2. ([6], [7]) $IFS(X)$ ilə X üzərindəki bütün intuitiv qeyri-səlis çoxluqlar ailəsini işarə edək və $A \subset E$. (F,A) cütlüyü X üzərində intuitiv qeyri-səlis soft çoxluq adlanır, harda ki, F, A-dan $IFS(X)$-ə inikasdır. Belə ki, bütün $a \in A$ üçün $F(a)=(F_a,F^a): X \to I$, X üzərində intuitiv qeyri-səlis çoxluqdur, burada $F_a,F^a : X \to I$ qeyri-səlis çoxluqlardır.

Tərif 1.3. ([6],[7]) X universal çoxluğu üzərində verilmiş iki (F,A) və (G,B) intuitiv qeyri-səlis soft çoxluqları aşağıdakı şərtləri ödədikdə (F,A) (G,B)-nin intuitiv qeyri-səlis soft alt çoxluğu adlanır və $(F,A) \subseteq (G,B)$ kimi yazılır.

(i) $A \subset B$

(ii) Hər bir $a \in A$ üçün $F_a \le G_a$, $F^a \ge G^a$.,

Tərif 1.4. ([6],[7]) X universal çoxluğu üzərində verilmiş iki (F,A) və (G,B) intuitiv qeyri-səlis soft çoxluqlarına bərabər deyilir, əgər $(F,A) \subseteq (G,B)$ və $(G,B) \subseteq (F,A)$.

Tərif 1.5. ([6],[7]) X universal çoxluğu üzərində verilmiş iki (F,A) və (G,B) intuitiv qeyri-səlis soft çoxluqlarının birləşməsi (H,C) intuitiv qeyri-səlis soft çoxluğudur, harada ki, $C = A \cup B$ və

$$H(c)=\left\{\begin{array}{ll}(F_c,F^c), & c \in A-B \\ (G_c,G^c), & c \in B-A, \quad \forall c \in C. \\ (F_c \vee G_c, F^c \wedge G^c), & c \in B \cap A\end{array}\right\}$$

$(F,A) \cup (G,B) = (H,C)$ kimi işarə olunur.

Tərif 1.6. ([6], [7]) X universal çoxluğu üzərində verilmiş iki (F,A) və (G,B) intuitiv qeyri-səlis soft çoxluqlarının kəsişməsi (H,C) intuitiv qeyri-səlis soft çoxluğudur, harada ki, $C = A \cap B$ və $H(c) = \left(F_c \wedge G_c, F^c \vee G^c\right), \forall c \in C$ və $(F, A) \cap (G, B) = (H, C)$ kimi yazılır.

Tərif 1.7. ([6],[7]) Əgər (F, A) və (G, B) intuitiv iki soft çoxluqlar isə, (F, A) və (G, B), $(F, A) \wedge (G, B)$ kimi işarə olunur. $(F, A) \wedge (G, B)$, $(H, A \times B)$ kimi təyin olunur, harada, $H(a, b) = \left(F_a \wedge G_b, F^a \vee G^b\right)$, $\forall (a, b) \in A \times B$.

Tərif 1.8. ([19]) Tutaq ki, (F, A) M üzərində soft çoxluqdur. (F, A) -a M üzərində soft modul deyilir, yalnız və yalnız onda ki, bütün $x \in A$ üçün $F(x) < M$.

Tərif 1.9. ([6],[7]) Tutaq ki, (F, A) M üzərində intuitiv qeyri-səlis soft çoxluqdur. Onda (F, A) -a M üzərində intuitiv qeyri-səlis soft modul deyilir, əgər $\forall a \in A$ üçün $F(a) = \left(F_a, F^a\right)$, M -nin intuitiv qeyri-səlis alt moduludur.

Tərif 1.10. ([22]) Tutaq ki, G qrupdur və M, K halqası üzərində moduldur və G qrupunun M modulunda təsiri verilsin.Əgər hər bir $g \in G$ və $m \in M$ üçün $gm \in M$ aşağıdakı şərtləri ödəyirsə.

i) $1_G \cdot m = m, \quad \forall m \in M$ (1_G G qrupunun vahid elementi)

ii) $(g \cdot h) \cdot m = g \cdot (h \cdot m), \quad \forall m \in M,\ g, h \in G$

iii) $g \cdot (k_1 m_1 + k_2 m_2) = k_1 (g \cdot m_1) + k_2 (g \cdot m_2), \forall k_1, k_2 \in K; m_1, m_2 \in M, g \in G.$

Onda M G-modul adlanır

Tərif 1.11. ([22]) Tutaq ki, G qrupdur M K üzərində G-moduldur. Onda M üzərində intuitiv qeyri-səlis G-modulu M -in elə intuitiv qeyri-səlis $A = (\mu_A, \nu_A)$ çoxluğudur ki, aşağıdakı şərtlər ödənir.

i) $\mu_A(ax + by) \geq \min\{\mu_A(x), \mu_A(y)\}$, $\nu_A(ax + by) \leq \max\{\nu_A(x), \nu_A(y)\}$, $\forall a, b \in K$ və $x, y \in M$.

ii) $\mu_A(gm) \geq \mu_A(m), \nu_A(gm) \leq \nu_A(m), \quad \forall g \in G; m \in M.$

İntuitiv qeyri-səlis soft G-modullar

K bir halqa, M isə K üzərində sol (və ya sağ) K- modul və G bir qrup olsun. G qrupunun M modulu üzərində təsiri verilsin, yəni aşağıdakı şərtləri ödəyən $\mu : G \times M \to M$ funksiyası verilsin.

1) $\mu(1_G, m) = m, \quad \forall m \in M$ (1_G G qrupunun vahid elementi)

2) $\mu(g_1 g_2, m) = \mu(g_1, \mu(g_2, m))$

3) $\mu(g, k_1 m_1 + k_2 m_2) = k_1 \mu(g, m_1) + k_2 \mu(g, m_2)$

Əgər $\mu(g, m) = g \cdot m$ ilə göstərsək bu şərtləri belə yaza bilərik

1) $1_G \cdot m = m$

2) $(g_1 g_2) \cdot m = g_1 (g_2 m)$

3) $g\cdot(k_1m_1+k_2m_2)=k_1(gm_1)+k_2(gm_2)$

Bu halda M moduluna G-modul adı verilir.

İndi $E\neq\varnothing$ bir parametrlər çoxluğu, M isə G-modul olsun. $PIF_G(M)$ ilə M üzərində verilmiş bütün intuitiv qeyri-səlis çoxluqlar ailəsini göstərək.

Tərif 2.1. (F,A), M üzərində bir intuitiv qeyri-səlis soft çoxluq olsun. Əgər $\forall a\in A$ üçün $F(a)=(F_a,F^a):M\to[0,1]$ intuitiv qeyri-səlis çoxluq aşağıdakı şərtləri ödəyirsə:

a) $$\begin{aligned}&F_a(ax+by)\geq F_a(x)\wedge F_b(y)\\&F^a(ax+by)\leq F^a(x)\vee F^b(y)\end{aligned}\qquad \forall a,b\in K,\ x,y\in M$$

b) $$\begin{aligned}&F_a(g\cdot m)\geq F_a(m)\\&F^a(g\cdot m)\leq F^a(m)\end{aligned}$$

o zaman (F,E) cütünə M üzərində intuitiv qeyri-səlis soft G-modul deyilir.

Teorem 2.1. Əgər (F,A), (H,B) M üzərində iki intuitiv qeyri-səlis soft G-modul isə, onların kəsişməsi $(F,A)\cap(H,B)$ də M üzərində intuitiv qeyri-səlis soft G-moduldur.

İsbatı. $(F,A)\cap(H,B)=(G,C)$ olsun, burada $C=A\cap B$ və $G(c)=(G_c,G^c)=(F_c\wedge H_c,F^c\vee H^c)$. Tərif 2.1-in şərtlərini yoxlayaq.

a)
$$\begin{aligned}&G_c(ax+by)=(F_c\wedge H_c)(ax+by)=\\&=F_c(ax+by)\wedge H_c(ax+by)\geq F_c(x)\wedge F_c(y)\wedge H_c(x)\wedge H_c(y)=\\&=(F_c(x)\wedge H_c(x))\wedge(F_c(y)\wedge H_c(y))=\\&=G_c(x)\wedge G_c(y),\\&G^c(ax+by)=(F^c\vee H^c)(ax+by)=\\&=F^c(ax+by)\vee H^c(ax+by)\leq F^c(x)\vee F^c(y)\vee H^c(x)\vee H^c(y)=\\&=(F^c(x)\vee H^c(x))\vee(F^c(y)\vee H^c(y))=G^c(x)\vee G^c(y),\\&\forall c\in C,\quad a,b\in K,\quad x,y\in M.\end{aligned}$$

b)
$$\begin{aligned}&G_c(g\cdot m)=(F_c\wedge H_c)(gm)=F_c(gm)\wedge H_c(gm)\geq\\&\geq F_c(m)\wedge H_c(m)=G_c(m),\\&G^c(g\cdot m)=(F^c\vee H^c)(gm)=F^c(gm)\vee H^c(gm)\leq\\&\leq F^c(m)\vee H^c(m)=G^c(m),\\&\forall c\in C,\quad g\in G,\quad m\in M\end{aligned}$$

Teorem isbatlandı.

Teorem 2.2. (F,A), (H,B) M üzərində iki intuitiv qeyri-səlis soft G-modul olsun. Əgər $A \cap B = \varnothing$ isə onların birləşməsi $(F,A)\cup(H,B)$ M üzərində intuitiv qeyri-səlis soft G-moduldur.

İsbatı. $(F,A)\cup(H,B)=(G,C)$ olsun. $C = A\cup B$ və $A\cap B=\varnothing$ olduğundan $\forall c\in C$ üçün $c\in A$ və ya $c\in B$-dir. Əgər $c\in A$, onda $G(c)=F(c)=(F_c,F^c)$ və ya $c\in B$ isə $G(c)=H(c)=(H_c,H^c)$-dir. $F(c)$ və $H(c)$ üçün tərif 2.1-in şərtləri ödəndiyi üçün (G,C) cütü M üzərində intuitiv qeyri-səlis soft G-moduldur.

Teorem 2.3. (F,A), (H,B) M üzərində iki intuitiv qeyri-səlis soft G-modul olsun. O zaman $(F,A)\wedge(H,B)$də M üzərində intuitiv qeyri-səlis soft G-moduldur.

İsbatı. $(F,A)\wedge(H,B)=(G,C)$ olsun, burada $C = A\times B$ və $G(a,b)=(G_{a,b},G^{a,b})=(F_a\wedge H_b, F^a\vee H^b)$ şəklindədir. Tərifin şərtlərini yoxlayaq:

a)

$$\begin{aligned}
G_{a,b}(kx+ly) &= F_a(kx+ly)\wedge H_b(kx+ly)\geq \\
&\geq F_a(x)\wedge F_a(y)\wedge H_b(x)\wedge H_b(y)= \\
&=(F_a(x)\wedge H_b(x))\wedge(F_a(y)\wedge H_b(y))=G_{a,b}(x)\wedge G_{a,b}(y) \\
G^{a,b}(kx+ly) &= F^a(kx+ly)\vee H^b(kx+ly)\leq \\
&\leq F^a(x)\vee F^a(y)\vee H^b(x)\vee H^b(y)= \\
&=(F^a(x)\vee H^b(x))\vee(F^a(y)\vee H^b(y))=G^{a,b}(x)\vee G^{a,b}(y)
\end{aligned}$$

b)

$$G_{a,b}(gm)=F_a(gm)\wedge H_b(gm)\geq F_a(m)\wedge H_b(m)=G_{a,b}(m)$$
$$G^{a,b}(gm)=F^a(gm)\vee H^b(gm)\leq F^a(m)\vee H^b(m)=G^{a,b}(m).$$

Teorem 2.1,2.2,2.3-ün ümumiləşməsi olaraq aşağıdakı teoremi verə bilərik.

Teorem 2.4. $\{F_i,A_i\}_{i\in I}$ ailəsi M üzərində intuitiv qeyri-səlis soft G-modullar ailəsi olsun. O zaman

1) $\bigcap\limits_{i\in I}(F_i,A_i)$ - M üzərində intuitiv qeyri-səlis soft G-moduldur.

2) $\bigwedge\limits_{i\in I}(F_i,A_i)$ M üzərində intuitiv qeyri-səlis soft G-moduldur.

3) Əgər $A_i\cap A_j=\varnothing$ $\forall i,j\in I$ üçün $\bigcup\limits_{i\in I}(F_i,A_i)$ - M üzərində intuitiv qeyri-səlis soft G-moduldur.

Teorem 2.5. (F,A) M üzərində, (H,B) N üzərində iki intuitiv qeyri-səlis soft G –modul olsun, onda $(F,A)\times(H,B)$ $M\times N$ üzərində intuitiv qeyri-səlis soft G–moduldur.

İsbatı. $(F,A)\times(H,B)=(G,A\times B)$ $G(a,b)=\left(F_a\times H_b, F^a\times H^b\right)$ və $(F_a\times H_b)(m,n)=F_a(m)\wedge H_b(n), (F^a\times H^b)(m,n)=F^a(m)\vee H^b(n)$ şəklində təyin edilir. İndi $\forall x_1,x_2\in M$, $\forall y_1,y_2\in N, k,l\in K$

$$G_{(a,b)}(kx+ly)=G_{(a,b)}(k(x_1,y_1)+l(x_2,y_2))=G_{(a,b)}(kx_1+lx_2,ky_1+ly_2)=$$
$$=F_a(kx_1+lx_2)\wedge H_b(ky_1+ly_2)\ge(F_a(x_1)\wedge F_a(x_2))\wedge(H_b(y_1)\wedge H_b(y_2))=$$
$$=(F_a(x_1)\wedge H_b(y_1))\wedge(F_a(x_2)\wedge H_b(y_2))=G_{(a,b)}(x_1,y_1)\wedge G_{(a,b)}(x_2,y_2),$$
$$G^{(a,b)}(kx+ly)=G^{(a,b)}(k(x_1,y_1)+l(x_2,y_2))=G^{(a,b)}(kx_1+lx_2,ky_1+ly_2)=$$
$$=F^a(kx_1+lx_2)\vee H^b(ky_1+ly_2)\le\left(F^a(x_1)\vee F^a(x_2)\right)\vee\left(H^b(y_1)\vee H^b(y_2)\right)=$$
$$=\left(F^a(x_1)\vee H^b(y_1)\right)\vee\left(F^a(x_2)\vee H^b(y_2)\right)=G^{(a,b)}(x_1,y_1)\vee G^{(a,b)}(x_2,y_2).$$
$$G_{(a,b)}(g(x,y))=G_{(a,b)}((gx,gy))=F_a(gx)\wedge H_b(gy)\ge F_a(x)\wedge H_b(y)=G_{a,b}(x,y)$$
$$G^{(a,b)}(g(x,y))=G^{(a,b)}((gx,gy))=F^a(gx)\vee H^b(gy)\le F^a(x)\vee H^b(y)=G^{a,b}(x,y).$$

Teorem isbat olundu.

Tərif 2.2. (F,A), (H,B) M üzərində iki intuitiv qeyri-səlis soft G-modul olsun, onların cəmi $(F,A)+(H,B)=(G,C)$ belə təyin olunur: $C=A\cap B$ və $\forall c\in C$ üçün $G(c)=\left(G_c,G^c\right)$

$$G_c(x)=\underset{x=a+b}{\vee}(F_c(a)\wedge H_c(b)),\ G^c(x)=\underset{x=a+b}{\wedge}\left(F^c(a)\vee H^c(b)\right).$$

Teorem 2.6. (F,A), (H,B) M üzərində iki intuitiv qeyri-səlis soft G-modul olsun, onda onların cəmi $(F,A)+(H,B)$ də M üzərində intuitiv qeyri-səlis soft G-moduldur.

İsbatı. $\forall x,y\in M$ və $\forall c\in C$ üçün $\min\{G_c(x),G_c(y)=\alpha\}$, $\max\{G^c(x),G^c(y)=\beta\}$ olsun. $\forall\varepsilon>0$ üçün

$$\alpha-\varepsilon<G_c(x)=\underset{x=a+b}{\vee}(F_c(a)\wedge H_c(b)),\quad \alpha-\varepsilon<G_c(y)=\underset{y=e+d}{\vee}(F_c(e)\wedge H_c(d))$$
$$\beta+\varepsilon>G^c(x)=\underset{x=a+b}{\wedge}\left(F^c(a)\vee H^c(b)\right),\quad \beta+\varepsilon>G^c(y)=\underset{y=e+d}{\wedge}\left(F^c(e)\vee H^c(b)\right).$$

x,y elementlərinin $x=a+b$, $y=e+d$ ayrılışı üçün. Buradan

$\alpha-\varepsilon<F_c(a)\wedge H_c(b)$ və $\alpha-\varepsilon<F_c(e)\wedge H_c(d)\Rightarrow$

$\alpha-\varepsilon<F_c(a)$, $\alpha-\varepsilon<H_c(b)$ və $\alpha-\varepsilon<F_c(e), \alpha-\varepsilon<H_c(d)\Rightarrow$

$\alpha-\varepsilon<F_c(a)\wedge F_c(e)\le F_c(a+e)$ və $\alpha-\varepsilon<H_c(b)\wedge H_c(d)\le H_c(b+d)$

$\beta+\varepsilon>F^c(a)\vee H^c(b)$ və $\beta+\varepsilon>F^c(e)\vee H^c(d)\Rightarrow$

$\beta+\varepsilon>F^c(a), \beta+\varepsilon>H^c(b)$ və $\beta+\varepsilon>F^c(e), \beta+\varepsilon>H^c(d)\Rightarrow$

$\beta+\varepsilon > F^c(a)\vee F^c(e)\geq F^c(a+e)$ və $\beta+\varepsilon > H^c(b)\vee H^c(d)\geq H^c(b+d)$.
$x+y=(a+b)+(e+d)=(a+e)+(b+d)$ olduğundan
$\alpha-\varepsilon < F_c(a+e)\wedge H_c(b+d) \Rightarrow$
$\alpha-\varepsilon < \bigvee_{x+y=(a+e)+(b+d)}\{F_c(a+e)\wedge H_c(b+d)\}=G_c(x+y)$
$\beta+\varepsilon > F^c(a+e)\vee H^c(b+d) \Rightarrow$
$\beta+\varepsilon > \bigwedge_{x+y=(a+e)+(b+d)}\{F^c(a+e)\vee H^c(b+d)\}=G^c(x+y)$
ε ixtiyari olduğundan
$G_c(x+y)\geq \alpha = G_c(x)\wedge G_c(y)$, $G^c(x+y)\leq \beta = G^c(x)\vee G^c(y)$.
İndi $\gamma=G_c(x)$, $\delta=G^c(x)$ və $\varepsilon>0$ ixtiyari olsun, onda
$\gamma-\varepsilon < G_c(x)=\bigvee_{x=a+b}(F_c(a)\wedge H_c(b)) \Rightarrow \gamma-\varepsilon < F_c(a)\wedge H_c(b) \Rightarrow$,
$\gamma-\varepsilon < F_c(a)$, $\gamma-\varepsilon < H_c(b) \Rightarrow \gamma-\varepsilon < F_c(a)\leq F_c(ka)$,
$\gamma-\varepsilon < H_c(b)\leq H_c(kb) \Rightarrow \gamma-\varepsilon < F_c(ka)\wedge H_c(kb)$
$\delta+\varepsilon > G^c(x)=\bigwedge_{x=a+b}(F^c(a)\vee H^c(b)) \Rightarrow \delta+\varepsilon > F^c(a)\vee H^c(b) \Rightarrow$
$\delta+\varepsilon > F^c(a)$, $\delta+\varepsilon > H^c(b) \Rightarrow \delta+\varepsilon > F^c(a)\geq F^c(ka)$,
$\delta+\varepsilon > H^c(b)\geq H^c(kb) \Rightarrow \delta+\varepsilon > F^c(ka)\vee H^c(kb)$
$kx=k(a+b)=ka+kb$ olduğundan
$\gamma-\varepsilon < \bigvee_{kx=k(a+b)}\{F_c(ka)\wedge H_c(kb)\}=G_c(kx)$,
$\delta+\varepsilon > \bigwedge_{kx=k(a+b)}\{F^c(ka)\vee H^c(kb)\}=G^c(kx)$.
ε ixtiyari olduğundan $G_c(kx)\geq \gamma = G_c(x)$, $G^c(kx)\leq \delta = G^c(x)$ alınır.
$\forall c\in C$ $F_c(a)\leq F_c(ga)$, $H_c(b)\leq H_c(gb)$ və
$F^c(a)\geq F^c(ga)$, $H^c(b)\geq H^c(gb)$ olduğu üçün
$F_c(a)\wedge H_c(b)\leq F_c(ga)\wedge H_c(gb)$, $F^c(a)\vee H^c(b)\geq F^c(ga)\vee H^c(gb)$.
$gx=g(a+b)=ga+gb$ istifadə edərək
$G_c(x)=\bigvee_{x=a+b}(F_c(a)\wedge H_c(b))\leq \bigvee_{gx=g(a+b)}(F_c(ga)\wedge H_c(gb))=G_c(gx)$
$G^c(x)=\bigwedge_{x=a+b}(F^c(a)\vee H^c(b))\geq \bigwedge_{gx=g(a+b)}(F^c(ga)\vee H^c(gb))=G^c(gx)$.
Teorem isbatlandı.

Tərif 2.3. (F,A), (H,B) M üzərində iki intuitiv qeyri-səlis soft G-modul olsun, onların hasili $(F,A)\cdot(H,B)=(G,C)$-dir, burada $C=A\cap B$ və $\forall c\in C$ üçün
$G_c(x)=\bigvee_{x=\sum(a_i+b_i)}\{\bigwedge_i(F_c(a_i)\wedge H_c(b_i))\}$ $G^c(x)=\bigwedge_{x=\sum(a_i+b_i)}\{\bigvee_i(F^c(a_i)\vee H^c(b_i))\}$

Teorem 2.7. M üzərində iki intuitiv qeyri-səlis soft G-modul (F,A), (H,B)-nin hasili də M üzərində intuitiv qeyri-səlis soft G-moduldur.

İsbatı. $\forall x,y\in M$ və $\forall c\in C$ üçün

$G_c(x)\wedge G_c(y)=\alpha,\ G^c(x)\vee G^c(y)=\beta$ olsun. $\forall\varepsilon>0$ üçün

$$\alpha-\varepsilon<G_c(x)=\bigvee_{x=\sum(a_i+b_i)}\left(\bigwedge_i\left(F_c(a_i)\wedge H_c(b_i)\right)\right) \text{ və}$$

$$\alpha-\varepsilon<G_c(y)=\bigvee_{y=\sum(p_i+q_i)}\left(\bigwedge_i\left(F_c(p_i)\wedge H_c(q_i)\right)\right)\Rightarrow$$

$$\alpha-\varepsilon<\bigwedge_i\left(F_c(a_i)\wedge H_c(b_i)\right),\quad \alpha-\varepsilon<\bigwedge_i\left(F_c(p_i)\wedge H_c(q_i)\right)\Rightarrow$$

$$\alpha-\varepsilon<F_c(a_i)\wedge H_c(b_i),\quad \alpha-\varepsilon<F_c(p_i)\wedge H_c(q_i)\Rightarrow$$

$$\alpha-\varepsilon<F_c(a_i)\wedge F_c(p_i),\quad \alpha-\varepsilon<H_c(b_i)\wedge H_c(q_i)$$

$$\beta+\varepsilon>G^c(x)=\bigwedge_{x=\sum(a_i+b_i)}\left(\bigvee_i\left(F^c(a_i)\vee H^c(b_i)\right)\right) \text{ və}$$

$$\beta+\varepsilon>G^c(y)=\bigwedge_{y=\sum(p_i+q_i)}\left(\bigvee_i\left(F^c(p_i)\vee H^c(q_i)\right)\right)\Rightarrow$$

$$\beta+\varepsilon>\bigvee_i\left(F^c(a_i)\vee H^c(b_i)\right),\quad \beta+\varepsilon>\bigvee_i\left(F^c(p_i)\vee H^c(q_i)\right)\Rightarrow$$

$$\beta+\varepsilon>F^c(a_i)\vee H^c(b_i),\quad \beta+\varepsilon>F^c(p_i)\vee H^c(q_i)\Rightarrow$$

$$\beta+\varepsilon>F^c(a_i)\vee F^c(p_i),\quad \beta+\varepsilon>H^c(b_i)\vee H^c(q_i)$$

$\forall i$ üçün.

Buradan

$$\alpha-\varepsilon<F_c(a_i+p_i)\wedge H_c(b_i+q_i),\quad \beta+\varepsilon>F^c(a_i+p_i)\vee H^c(b_i+q_i)$$

$\forall i$ üçün

$$\alpha-\varepsilon<\bigvee_{x+y=\sum((a_i+b_i)+(p_i+q_i))}\left(\bigwedge_i\left(F_c(a_i+p_i)\wedge H_c(b_i+q_i)\right)\right)=G_c(x+y),$$

$$\beta+\varepsilon>\bigwedge_{x+y=\sum((a_i+b_i)+(p_i+q_i))}\left(\bigvee_i\left(F^c(a_i+p_i)\vee H^c(b_i+q_i)\right)\right)=G^c(x+y).$$

Beləliklə, ε ixtiyari olduğundan

$$G_c(x+y)\geq G_c(x)\wedge G_c(y),\ G^c(x+y)\leq G^c(x)\vee G^c(y).$$

İndi $\gamma=G_c(x)$, $\delta=G^c(x)$ olsun. $\forall\varepsilon>0$ üçün

$$\gamma-\varepsilon<G_c(x)=\bigvee_{x=\sum(a_i+b_i)}\bigwedge_i\left(F_c(a_i)\wedge H_c(b_i)\right)\Rightarrow$$

$$\gamma-\varepsilon<\bigwedge_i\{F_c(a_i)\wedge H_c(b_i)\}\Rightarrow\gamma-\varepsilon<F_c(a_i)\wedge H_c(b_i)$$

$$\gamma-\varepsilon\leq F_c(a_i)\wedge H_c(b_i)\leq F_c(ka_i)\wedge H_c(kb_i)\Rightarrow$$

$$\gamma-\varepsilon<\bigwedge_i\{F_c(ka_i)\wedge H_c(kb_i)\}\leq\bigvee_{kx=\sum k(a_i+b_i)}\bigwedge_i\left(F_c(ka_i)\wedge H_c(kb_i)\right)=G_c(kx)$$

$$\delta+\varepsilon > G^c(x)=\underset{x=\sum(a_i+b_i)}{\wedge}\underset{i}{\vee}\left(F^c(a_i)\vee H^c(b_i)\right)\Rightarrow$$

$$\delta+\varepsilon > \underset{i}{\vee}\left\{F^c(a_i)\vee H^c(b_i)\right\}\Rightarrow \delta+\varepsilon > F^c(a_i)\vee H^c(b_i)$$

$$\delta+\varepsilon \geq F^c(a_i)\vee H^c(b_i)\geq F^c(ka_i)\vee H^c(kb_i)\Rightarrow$$

$$\delta+\varepsilon > \underset{i}{\vee}\left\{F^c(ka_i)\vee H^c(kb_i)\right\}\geq \underset{kx=\sum k(a_i+b_i)}{\wedge}\underset{i}{\vee}\left(F^c(ka_i)\vee H^c(kb_i)\right)=G^c(kx)$$

ε ixtiyari olduğundan $G_c(kx)\geq G_c(x)$, $G^c(kx)\leq G^c(x)$ alınır.

$c\in C$, $g\in G$ və $x\in M$ olsun

$$F_c(a_i)\leq F_c(ga_i)\Rightarrow F_c(a_i)\wedge F_c(b_i)\leq F_c(ga_i)\wedge F_c(gb_i)\Rightarrow$$

$$\underset{i}{\wedge}\left(F_c(a_i)\wedge H_c(b_i)\right)\leq \underset{i}{\wedge}\left(F_c(ga_i)\wedge H_c(gb_i)\right)$$

$$F^c(a_i)\geq F^c(ga_i)\Rightarrow F^c(a_i)\vee F^c(b_i)\geq F^c(ga_i)\vee F^c(gb_i)\Rightarrow$$

$$\underset{i}{\vee}\left(F^c(a_i)\vee H^c(b_i)\right)\geq \underset{i}{\vee}\left(F^c(ga_i)\vee H^c(gb_i)\right)$$

$$G_c(x)=\underset{x=\sum(a_i+b_i)}{\vee}\underset{i}{\wedge}\left(F_c(a_i)\wedge H_c(b_i)\right)\leq \underset{gx=\sum g(a_i+b_i)}{\vee}\underset{i}{\wedge}\left(F_c(ga_i)\wedge H_c(gb_i)\right)=$$

$$=G_c(gx)\Rightarrow G_c(gx)\geq G_c(x)$$

$$G^c(x)=\underset{x=\sum(a_i+b_i)}{\wedge}\underset{i}{\vee}\left(F^c(a_i)\vee H^c(b_i)\right)\geq \underset{gx=\sum g(a_i+b_i)}{\wedge}\underset{i}{\vee}\left(F^c(ga_i)\vee H^c(gb_i)\right)=$$

$$=G^c(gx)\Rightarrow G^c(gx)\leq G^c(x)$$

Teorem isbatlandı.

M bir $G-$ modul və N, M-nin alt modulu olsun. Əgər N alt modulu G qrupunun təsiri altında invariantsa, yəni $\forall g\in G$ və $n\in N$ üçün $g\cdot n\in N$ isə N alt moduluna G -alt modul deyilir.

Tərif 2.4. (F,A) M üzərində intuitiv qeyri-səlis soft G-modul olsun, $(F,A)_N$ intuitiv qeyri-səlis soft çoxluğu $\forall a\in A$ üçün $F(a)\big|_N=\left(F_a,F^a\right)\big|_N : N\to[0,1]$ $F(a)$-nın N-ə daralması kimi təyin edilsin.

Teorem 2.8. (F,A) M üzərində intuitiv qeyri-səlis soft G-modul olsun, o zaman $(F,A)_N$ N üzərində intuitiv qeyri-səlis soft G-moduldur.

İsbatı. $\forall k,l\in K$, $x,y\in N$ və $\forall a\in A$ üçün

$$F_a\big|_N(kx+ly)=F_a(kx+ly)\geq F_a(x)\wedge F_a(y)=F_a\big|_N(x)\wedge F_a\big|_N(y)\Rightarrow$$

$$F_a\big|_N(kx+ly)\geq F_a\big|_N(x)\wedge F_a\big|_N(y)$$

$$F^a\big|_N(kx+ly)=F^a(kx+ly)\leq F^a(x)\vee F^a(y)=F^a\big|_N(x)\vee F^a\big|_N(y)\Rightarrow$$

$$F^a\big|_N(kx+ly)\leq F^a\big|_N(x)\vee F^a\big|_N(y)$$

$\forall g\in G$ və $x\in N$ üçün

$F_a|_N(gx)=F_a(gx)\geq F_a(x)=F_a|_N(x),\ F^a|_N(gx)=F^a(gx)\leq F^a(x)=F^a|_N(x)$

M G-modul, N G-alt modul, (F,A) M üzərində intuitiv qeyri-səlis soft G-modul olsun. $\widetilde{F}:A\to SPF(M/N)$ intuitiv qeyri-səlis soft çoxluğu

$$\widetilde{F}(a)=\left(\widetilde{F}_a,\widetilde{F}^a\right):M/N\to[0,1],$$

$$\widetilde{F}_a(x+N)=\underset{n\in N}{\vee}(F_a(x+n)),\ \widetilde{F}^a(x+N)=\underset{n\in N}{\wedge}\left(F^a(x+N)\right)$$

düsturu ilə verək.

Teorem 2.9. (F,A) M üzərində intuitiv qeyri-səlis soft G-modul, N M-nin G-alt modulu olsun, onda $\left(\widetilde{F},A\right)$ M/N faktor modulu üzərində intuitiv qeyri-səlis soft G-moduldur.

İsbatı. $\forall k,l\in K,\quad x,y\in M$ və $\forall a\in A$ üçün

$$\widetilde{F}_a(k(x+N)+l(y+N))=\widetilde{F}_a((kx+ly)+N)=\underset{n\in N}{\vee}(F_a(kx+ly+n))=$$
$$\underset{n\in N}{\vee}(F_a(kx+ly+kn_1+l\cdot n_2))(n=k\cdot n_1+l\cdot n_2)=\underset{n\in N}{\vee}F_a(k(x+n_1)+l(y+n_2))\geq$$
$$\vee(F_a(k(x+n_1))\wedge F_a(l(y+n_2)))\geq\underset{n\in N}{\vee}(F_a(x+n_1)\wedge F_a(y+n_2))\geq$$
$$\geq\left(\underset{n_1\in N}{\vee}F_a(x+n_1)\right)\wedge\left(\underset{n_2\in N}{\vee}F_a(y+n_2)\right)=\widetilde{F}_a(x+N)\wedge\widetilde{F}_a(y+N),$$
$$\widetilde{F}^a(k(x+N)+l(y+N))=\widetilde{F}^a((kx+ly)+N)=\underset{n\in N}{\wedge}\left(F^a(kx+ly+n)\right)=$$
$$\underset{n\in N}{\wedge}\left(F^a(kx+ly+kn_1+l\cdot n_2)\right)(n=k\cdot n_1+l\cdot n_2)=\underset{n\in N}{\wedge}F^a(k(x+n_1)+l(y+n_2))\leq$$
$$\wedge\left(F^a(k(x+n_1))\vee F^a(l(y+n_2))\right)\leq\underset{n\in N}{\wedge}\left(F^a(x+n_1)\vee F^a(y+n_2)\right)\leq$$
$$\leq\left(\underset{n_1\in N}{\wedge}F^a(x+n_1)\right)\vee\left(\underset{n_2\in N}{\wedge}F^a(y+n_2)\right)=\widetilde{F}^a(x+N)\vee\widetilde{F}^a(y+N).$$
$$\widetilde{F}_a(g(x+N))=\widetilde{F}_a(gx+N)=\underset{n}{\vee}(F_a(gx+n))=\vee(F_a(gx+gn_1))=$$
$$=\underset{n}{\vee}F_a(g(x+n_1))\geq\underset{n_1}{\vee}F_a(x+n_1)=\widetilde{F}_a(x+N),$$
$$\widetilde{F}^a(g(x+N))=\widetilde{F}^a(gx+N)=\underset{n}{\wedge}\left(F^a(gx+n)\right)=\wedge\left(F^a(gx+gn_1)\right)=$$
$$=\underset{n}{\wedge}F^a(g(x+n_1))\leq\underset{n_1}{\wedge}F^a(x+n_1)=\widetilde{F}^a(x+N),$$

Teorem isbatlandı.

ƏDƏBİYYAT

1. U. Acar, F.Koyuncu, B.Tanay, Soft Sets and Soft ings, Comput. Math. Appl. 59 (2010), 3458-3463
2. H. Aktaş, N. Çağman, Soft Sets and Soft Group, Information Science 177 (2007), 2726-2735.
3. K.T. Atanassov, Intuitionistic Fuzzy Sets, Fuzzy Sets and Systems, 20(1) (1986), 87-96.

4. K.T. Atanassov, New Operation Defined over the Intuitionistic Fuzzy Sets, Fuzzy Sets and Systems, 61 (1994), 137-142.
5. K.T. Atanassov, Intuitionistic Fuzzy Sets Theory and Applications, Studies on Fuzziness and Soft Computing, 35, Physica-Verlag, Heidelberg (1999).
6. S.A.Bayramov, C. Gunduz Aras. Intuitionistic Fuzzy Soft Modules, Computers and Mathematics with Application, 62(2011), 2480-2486.
7. S.A.Bayramov, Fuzzy and Fuzzy Soft Structure in Algebra, Lambert Academic Publishing, 2012.
8. K. Hur, H.W. Kang, and H.K. Song, Intuitionistic Fuzzy Subgroups and Subrings, Honam Math J. 25(1) (2003), 19-41.
9. Paul Isaac, Pearly P. John, On Intuitionistic Fuzzy Submodules of a Module, Int. J. of Mathematical Sciences and Applications, 1(3) (2011), 1447-1454.
10. F. Feng, Y.B. Jun, X. Zhao, Soft Semirings, Comput. Math. Appl. 56 (2008), 2621-2628.
11. L.Jin-liang, Y.Rui-xia, Y.Bing-xue, Fuzzy Soft Sets and Fuzzy Soft Groups, Chinese Control and Decision Conference (2008), 2626-2629.
12. S.R.Lopez-Permouth, D.S.Malik, On Categories of Fuzzy Modules, Information Sciences 52 (1990), 211-220.
13. P.K.Maji, R.Bismas, A.R.Roy, Fuzzy Soft Sets, The Journal of Fuzzy Mathematics 9 (3) (2001), 589-602.
14. P.K.Maji, A.R.Roy, An Application of Soft Sets in a Decision Making Problem, Comput. Math. Appl.44 (2002), 1077-1083.
15. P.K.Maji, R.Bismas, A.R.Roy, Soft Set Theory, Comput. Math. Appl.45 (2003), 555-562.
16. D. Molodtsov, Soft Set Theory-First Results, Comput. Math. Appl. 37 (1999), 19-31.
17. A. Rosenfeld, Fuzzy Groups, Journal of Mathematical Analysis and Applications 35 (1971), 512-517.
18. A.R.Roy, P.K.Maji, A Fuzzy Soft Set Theoretic Approach to Decision Making Problems, Journal of Computational and Applied Mathematics 203 (2007), 412-418.
19. Q.M. Sun, Z.L. Zhang, J. Liu, Soft Sets and Soft Modules, Lecture Notes in Comput. Sci. 5009 (2008), 403-409.
20. L.A. Zadeh, Fuzzy Sets, Information and Control 8 (1965), 338-353.
21. Ç.Gunduz, S. Bayramov, Fuzzy Soft Modules, International Mathematical Forum, Vol. 6, 2011, No.11, 517-527.
22. P.K. Sharma and Tarandeep Kaur, Intuitionistic Fuzzy G-modules, Notes on Intuitionistic Fuzzy Sets, Vol. 21, 2015, No.1,6-23.

ИНТУИТИОНИСТИЧЕСКИЕ НЕЧЕТКИЕ СОФТ G-МОДУЛИ

К.М.ВЕЛИЕВА, С.А.БАЙРАМОВ

РЕЗЮМЕ

Интуитионистические нечеткие софт модули были введены и изучены с Ч. Арас и С.А. Байрамовым. В этой работе вводятся интуитионистические нечеткие софт модули с действием некоторой группы G и изучается вопрос замкнутости этих G-модулей относительно алгебраических операций.

Ключевые слова: нечеткие множества, софт множества, интуитионистические нечеткие софт множества, интуитионистические нечеткие софт модули, интуитионистические нечеткие софт G-модули.

INTUITIONISTIC FUZZY SOFT G-MODULES

K.M.VALIYEVA, S.A.BAYRAMOV

SUMMARY

The main purpose of this paper is to introduce a basic version of intuitionistic fuzzy soft G-module theory, which extends the notion of module by including some algebraic structures in soft sets. Finally, we investigate some basic properties of the intuitionistic fuzzy soft $G-$module.

Key words: fuzzy sets, soft sets, intuitionistic fuzzy soft sets, intuitionistic fuzzy soft modules, intuitionistic fuzzy soft G-modules.

Redaksiyaya daxil oldu: 18.09.2018-ci il
Çapa imzalandı: 08.10.2018-ci il