UOT 539.12

# BİR-BİRİNƏ PERPENDİKULYAR YÖNƏLMİŞ BİRCİNS MAQNİT VƏ ELEKTRİK SAHƏLƏRİNDƏ YÜKLÜ RELYATİVİSTİK ZƏRRƏCİYİN HƏRƏKƏTİ

**M.R.RƏCƏBOV**
*Bakı Dövlət Universiteti*
*m_rajabov@mail.ru*

*Bir-birinə perpendikulyar yerləşmiş bircins maqnit və elektrik sahəsində z yüklü relyativistik zərrəciyin hərəkətinə baxılmış, bu məsələ üçün Dirak tənliyi müəyyən yaxınlaşmada həll edilmiş, enerji spektri tapılmışdır.*

**Açar sözlər:** maqnit və elektrik sahəsi, enerji spektri, Dirak tənliyi

Kvant nəzəriyyəsində bircins maqnit və elektik sahəsində zərrəciyin hərəkətinin nəzəri tədqiqi böyük əhəmiyyətə malikdir. Bu tip məsələlərin tədqiqi kvant nəzəriyyəsinin əsas prinsiplərini və kvant formalizminin mahiyyətini aydın nümayiş etdirməyə imkan verir.

Bir-birinə perpendikulyar yerləşmiş bircins maqnit və elektrik sahələrində yüklü relyativistik zərrəciyə baxaq. z oxunu maqnit sahəsi, y oxunu isə bircins elektrik sahəsi boyunca yönəldək.

Belə sistemin enerji spektrini və uyğun bispinor dalğa funksiyasını tapmaq üçün bircins elektrik və maqnit sahələrində Dirak tənliyini həll etməliyik:

$$[c\vec{\alpha}(\hat{\vec{p}}-\tfrac{e}{c}\vec{A})+mc^2\beta]\psi=(E-e\varphi)\psi \tag{1}$$

Burada $\psi(\vec{r},t)=ue^{-\frac{iEt}{\hbar}}=\begin{pmatrix}\phi\\ \chi\end{pmatrix}e^{-\frac{iEt}{\hbar}}$ zərrəciyin dalğa funksiyası, u-bispinor, e- zərrəciyin yükü, , m-zərrəciyin kütləsi, $\vec{A}$ - elektromaqnit sahəsinin vektor potensialı, $\varphi$ - isə skalyar potensial, $\vec{\alpha}$ və $\beta$ - Dirak matrisləri, E- sistemin enerjisidir.

Dalğa funksiyasının ifadısinin və Dirak matrislərinin aşkar şəklini (1)-də nəzərə alsaq, iki tənlik alarıq:

$$(E-e\varphi-mc^2)\phi=c\vec{\sigma}(\hat{\vec{p}}-\frac{e}{c}\vec{A})\chi,$$

$$(E-e\varphi+mc^2)\chi=c\vec{\sigma}(\hat{\vec{p}}-\frac{e}{c}\vec{A})\phi \tag{2}$$

(2) tənliklər sistemindən $\chi$-nı $\phi$ ilə ifadə etsək,

$$[(E-e\varphi)^2 - m^2c^4]\phi = c^2[\vec{\sigma}(\hat{\vec{p}} - \frac{e}{c}\vec{A})]^2\phi \tag{3}$$

alarıq. Asanlıqla göstərmək olar ki,

$$(\vec{\sigma}(\hat{\vec{p}} - \frac{e}{c}\vec{A}))^2 = (\hat{\vec{p}} - \frac{e}{c}\vec{A})^2 - \frac{e\hbar}{c}\vec{\sigma}\vec{H} \tag{4}$$

Burada $\vec{\sigma}$ - Pauli matrisləri, $\vec{H}$ - bircins maqnit sahəsinin intensivliyidir və $\vec{H} = rot\vec{A}$. (4) ifadəsini nəzərə alsaq, onda (3) tənliyini aşağıdakı kimi yaza bilərik

$$\{\frac{1}{2m}(\hat{\vec{p}} - \frac{e}{c}\vec{A})^2 - \frac{e\hbar}{2mc}\vec{\sigma}\vec{H}\}\phi = \frac{(E-e\varphi)^2 - m^2c^4}{2mc^2}\phi \tag{5}$$

Bircins maqnit sahəsi z oxu boyunca yönəldiyindən $H_x = H_y = 0, H_z = H$ olur və $\vec{A}$ vektor-potensial $A_x = -yH, A_y = A_z = 0$ kimi seçilə bilər. Onda $\hat{\vec{P}}\vec{A} = -i\hbar div\vec{A} = 0$ və (5) tənliyi

$$\{\frac{\hat{P}^2}{2m} + \frac{i\hbar yH}{mc} + \frac{e^2H^2y^2}{2mc^2} - \frac{e\hbar}{2mc}\vec{\sigma}\vec{H}\}\phi = \frac{(E-e\varphi)^2 - m^2c^4}{2mc^2}\phi \tag{6}$$

(6) tənliyinin həllini aşağıdakı şəkildə axtara bilərik:

$$\phi(x,y,z) = \frac{1}{2\pi\hbar}e^{\frac{i}{\hbar}(P_x x + P_z z)}f(y) \tag{7}$$

(7)-ni (6) –da nəzərə alsaq,

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2f}{dy^2} + \frac{P_z^2}{2m}f - \frac{eH}{mc}yP_x f + \frac{e^2H^2y^2}{2mc^2}f - \frac{e\hbar}{2mc}\sigma_z Hf = \frac{(E-e\varphi)^2 - m^2c^4}{2mc^2}f \tag{8}$$

alarıq. $(E-e\varphi)^2 - m^2c^4 \approx 2mc^2(E-e\varphi)$ əvəzləməsi aparaq. Bircins elektrik sahəsi halında $\varphi = \varepsilon y$ oldugunu nəzərə alsaq, $\varepsilon$ - elektrik sahəsinin intensivliyidir, (8) tənliyi

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2f}{dy^2} + \frac{P_z^2}{2m}f - \frac{eH}{mc}yP_x f + \frac{e^2H^2y^2}{2mc^2}f - \frac{e\hbar}{2mc}\sigma_z Hf + e\varepsilon y = Ef \tag{9}$$

şəklinə düşər.

$E' = E - \frac{P_z^2}{2m}, y = \eta + \frac{cP_x}{eH}$ əvəzləməsi aparaq və (9)-da nəzərə alaq

Onda (9) tənliyi

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2f}{d\eta^2} + \frac{e^2H^2\eta^2}{2mc^2}f - \frac{e\hbar}{2mc}\sigma_z Hf = e\varepsilon\eta = (E' - \frac{cP_x\varepsilon}{H})f \tag{10}$$

şəklinə düşür. Yeni $\xi = \eta + \frac{m\varepsilon c^2}{eH^2}$, $E_1 = E' - \frac{\varepsilon cP_x}{H} + \frac{e\hbar}{2mc}\sigma_z H$, $\omega = \frac{eH}{mc}$ əvəzləməsi aparsaq, (10) tənliyi

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2 f}{d\xi^2}+\frac{m\omega^2}{2}\xi^2 f=E_1 f \qquad (11)$$

şəklini alır. (11) tənliyi adi xətti harmonik ossilyatorun tənliyidir. Bu tənliyin həlli bizə məlumdur. Onun həllindən məxsusi qiymətlər və məxsusi funksiyalar üçün

$$f(\zeta)=Ce^{-\zeta^2/2}H_n(\zeta),\zeta=\sqrt{\frac{m\omega}{\hbar}}\xi,$$

$$E_1=\hbar\omega(n+1/2),\ n=0,1,2.... \qquad (12)$$

ifadələri alınır. Burada n-kvant ədədi olub diskret dəyişir, $H_n(\zeta)$-Ermit polinomudur. Beləliklə, bir-birinə perpendikulyar olan bircins maqnit və elektrik sahələrində yerləşmiş yüklü zərrəciyin enerjisi üçün aşağıdakı ifadəni almış oluruq:

$$E_{nP_zP_x\sigma_z}=\hbar\omega(n+1/2)+\frac{P_z^2}{2m}+\frac{\varepsilon cP_x}{H}-\frac{mc^2\varepsilon^2}{2H^2}-\frac{e\hbar}{2mc}\sigma_z H \qquad (13)$$

(13) ifadəsində birinci hədd maqnit sahəsinə perpendikilyar müstəvidə baş verən rəqsi hərəkət enerjisidir. $P_z, P_y$-kvant ədədləri kəsilməz dəyişdiyindən, onlara uyğun enerji kəsilməz spektr təşkil edir.

Məxsusi funksiyaları üçün

$$\Psi_{nP_xP_z\sigma_z}(x,y,z)=Ce^{\frac{i}{\hbar}(P_x x+P_z z)}e^{-\zeta^2/2}H_n(\zeta)\varphi_{\sigma_z} \qquad (14)$$

ifadəsi alınır. (14) ifadəsindən alınır ki, bir-birinə perpendikulyar olan bircins elektrik və maqnit sahəsində yerləşdirilmiş zərrəciyin dalğa funksiyası da dörd kvant ədədindən asılıdır, yəni zərrəciyin stasionar halları cırlaşmamış olur.

Bilirik ki, təcrübədə zərrəciyin enerjisini təyin etmək üçün elektrik və maqnit sahəsinin intensivlik vektorları olan $\vec{\ }, \vec{H}$ vektorlarını elə seçirlər ki, zərrəcik düz xətt üzrə hərəkət etsin. Bu o zaman mümkündür ki, zərrəciyə təsir edən elektrik və maqnit qüvvələri modulca eyni, istiqamətcə əks olsun. Bu zaman elektrik və maqnit sahələrinin intensivlikləri bir-birinə perpendikulyar olur. Biz z oxunu maqnit sahəsi, y oxunu isə bircins elektrik sahəsi boyunca yönəltsək, onda zərrəcik x oxu boyunca düz xəttli hərəkət edər. Baxdığımız halda

$$q\varepsilon=\frac{qvH}{c}$$

oldugundan, bu ifadədən zərrəciyin sürətini tapsaq

$$v=\frac{c\varepsilon}{H}$$

olar. Klassik halda qeyri-relyativistik zərrəciyin enejisi

$$E=\frac{mv^2}{2}=\frac{mc^2\varepsilon^2}{2H^2} \qquad (15)$$

bərabər olar. Eyni şərtlər daxilində biz qeyri-relyativistik halda kvant zərrəciyinin hərəkətinə baxdıqda onun enerjisi (13) ifadəsi ilə təyin olunmuş olur. Əgər baxdığımız halda zərrəcik x oxu boyunca hərəkət edirsə, onda $P_y = P_z = 0$ olur. Bunu (13)-da nəzərə alsaq, baxdığımız hal üçün kvant zərrəciyinin enerjisi üçün

$$E = \hbar\omega(n + 1/2) + \frac{\varepsilon c P_x}{H} - \frac{mc^2\varepsilon^2}{2H^2} - \frac{e\hbar}{2mc}\sigma_z H \qquad (16)$$

ifadəsini almış olarıq.


### ƏDƏBİYYAT

1. Блохинцев Д.И. Основы квантовой механики. М.,1983, 663 с.
2. Muxtarov A.İ. Kvant mexanikası. Bakı, 2007, 655 s.
3. Давыдов А.С. Квантовая механика. М.,1972, 650 с.
4. Галицкий В.М., Карнаков Б.М., Коган В.И. Задачи по квантовой механике. М., 1981, 648 с.
5. Nagiyev Sh.M., Jafarov E.I.,Imanov R.M.Homorodean L.A. A Relativistic Model of the İsotropic Three-Dimensional Singular Oscillator// J.Phys. Lett., 2005, v.A334, No4, p.260-266.


## ЗАРЯЖЕННАЯ РЕЛЯТИВИСТИЧЕСКАЯ ЧАСТИЦА, НАХОДЯЩЕЙСЯ ВО ВЗАИМНО ПЕРПЕНДИКУЛЯРНЫХ ОДНОРОДНЫХ МАГНИТНОМ И ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЯХ


**М.Р.РАДЖАБОВ**



### РЕЗЮМЕ

Решено уравнение Дирака, найдены энергетические спектра и собственные функции для заряженной релятивистической частицы, находящейся во взаимно перпендикулярных однородных магнитном и электрическом полях.



**Ключевые слова**: Магнитное и электрическое поля, энергетический спектр, уравнение Дирака


## CHARGED RELATIVIST PARTICLES INTERPERPENDICULARLY ALIGNED IN HOMOGENOUOS ELECTRIC AND MAGNETIC FIELDS


**M.R.RAJABOV**



### SUMMARY

The Dirac equation has been solved for the charged relativist particles interperpendicularly aligned in homogenous electric and magnetic fields and the energy spectrum and special functions have been found.



**Keywords:** magnetic and electric fields, energy spectrum, Dirac equation

*Redaksiyaya daxil oldu: 19.09.2018-ci il*
*Çapa imzalandı: 08.10.2018-ci il*