BAKI UNİVERSİTETİNİN XƏBƏRLƏRİ

№1 Fizika-riyaziyyat elmləri seriyası 2019

УДК 517.977

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА КОНЕЧНОГО ИНТЕГРАЛЬНОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ К РЕШЕНИЮ СМЕШАННЫХ ЗАДАЧ ДЛЯ ГИПЕРБОЛИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ С УПРАВЛЕНИЕМ

Э.А.ГАСЫМОВ

Бакинский Государственный Университет

gasymov-elmagha@rambler.ru

В П.1. настоящей работе методом конечного интегрального преобразования, принадлежащему автору, исследуется смешанная задача для гиперболических уравнений с неизвестным управлением. Для решения задачи сначала априорно предполагая известность управления, применяется конечное интегральное преобразование с комплексным параметром к решению рассматриваемой смешанной задачи без последнего ограничения и в результате получается соответствующая параметрическая задача. Существенное различие параметрической задачи от спектральной задачи в том, что в правую часть параметрической задачи входят само искомое решение, ее некоторые производные и их некоторые неизвестные граничные значения. Дается определение правильности граничных условий параметрической (или спектральной) задачи, (принадлежащему автору) которое шире, чем понятия регулярности или слабо регулярности граничных условий. В некоторой части λ *–плоскости находится решение параметрической задачи и применяя обратное интегральное преобразование к этому решению, получается аналитическое представление решения рассматриваемой смешанной задачи. Подставляя найденное решения в последнее ограничение, для определения неизвестного управление получается интегральное уравнение Фредгольма второго рода.*

В П.2. продолжаем начатое в П.1. изучение задачи управления процессом колебаний, описываемым волновым уравнением. Управление процесса колебаний осуществляется с неизвестной стационарной плотностью внешней силы. Получается аналитические представления искомого управления и решения рассматриваемой смешанной задачи.

Ключевые слова: метод конечного интегрального преобразования, правильные граничные условия, гиперболическое уравнения с неизвестным управлением.

П. 1. Постановка задачи.

Найти классическое решение уравнения

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}-a(x)\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}-b(x)\frac{\partial u}{\partial x}-c(x)u=f(x,t)+\nu(x),\quad 0<x<1,\,0<t\le T,\qquad (1)$$

при граничных условиях

$$\sum_{j=0}^{2}\sum_{m=0}^{1}\sum_{k=0}^{1}\alpha_{j,m}^{(i,k)}\frac{\partial^{j+m}u(x,t)}{\partial t^j\partial x^m}\bigg|_{x=k}=\varphi_i(t),\quad 0<t\le T,\ i=1,2, \tag{2}$$

и начальных условиях

$$\frac{\partial^j u(x,t)}{\partial t^j}\bigg|_{t=0}=f_j(x),\quad x\in(0,1),\ j=0,1, \tag{3}$$

и удовлетворяющее конечному условию

$$\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2}\bigg|_{t=T}+\beta_0(x)\frac{\partial u(x,t)}{\partial t}\bigg|_{t=T}+\beta_1(x)u(x,t)\big|_{t=T}=\mu(x),\quad x\in(0,1), \tag{4}$$

где $u\equiv u(x,t)$ -искомое классическое решение, $\nu(x)$ –искомое управление $\alpha_{j,m}^{(i,k)}$ – известные числа, T -некоторое положительное число, остальные-известные функции.

1°. Пусть $a(x)>0$ при $x\in[0,1]$ (это означает гиперболичность уравнения (1))

2°. Пусть $a(x)\in C^{2+n}([0,1])$, $b(x)\in C^{1+n}([0,1])$, $c(x)\in C^n([0,1])$, где n -некоторое натуральное число.

3°. Пусть функции $f(x,t),\mu(x),\varphi_i(t),i=1,2\quad f_i(x),\beta_i(x),i=0,1$ непрерывны при $x\in[0,1],t\in[0,T]$.

4°. Пусть функции $f_i(x)\in C^1([0,1]),i=0,1.$

5°. Априорно предположим, что $\nu(x)\in C([0,1])$.

Применяя конечное интегральное преобразование

$$K\varphi\equiv\int_0^t e^{-\lambda\tau}\varphi(\tau)d\tau, \tag{5}$$

к (1)-(2) и пользуясь (3), имеем

$$\begin{gathered}\left(a(x)\frac{\partial^2}{\partial x^2}+b(x)\frac{\partial}{\partial x}+c(x)-\lambda^2\right)\int_0^t e^{-\lambda\tau}u(x,\tau)d\tau=e^{-\lambda t}\left(\frac{\partial u(x,t)}{\partial t}+\lambda u(x,t)\right)-\\ -f_1(x)-\lambda f_0(x)-\int_0^t e^{-\lambda\tau}f(x,\tau)d\tau+\frac{1}{\lambda}\left(e^{-\lambda t}-1\right)\nu(x),\quad 0<x<1, 0<t\le T,\end{gathered} \tag{6}$$

$$\begin{gathered}\sum_{j=0}^{2}\sum_{m=0}^{1}\sum_{k=0}^{1}\lambda^j\alpha_{j,m}^{(i,k)}\frac{\partial^m}{\partial x^m}\int_0^t e^{-\lambda\tau}u(x,\tau)d\tau\bigg|_{x=k}=\int_0^t e^{-\lambda\tau}\varphi_i(\tau)d\tau-\\ -e^{-\lambda t}\left[\upsilon_{i,0}(t)+\lambda\upsilon_{i,1}(t)\right]+\vartheta_{i,0}(0)+\lambda\vartheta_{i,1}(0)\ \ i=1,2,\quad 0<t\le T,\end{gathered} \tag{7}$$

где $\upsilon_{i,0}(t)=\sum_{m=0}^{1}\sum_{k=0}^{1}\left[\alpha_{1,m}^{(i,k)}\frac{\partial^m u(x,t)}{\partial x^m}\bigg|_{x=k}+\alpha_{2,m}^{(i,k)}\frac{\partial^{1+m}u(x,t)}{\partial t\partial x^m}\bigg|_{x=k}\right]$;

$$\upsilon_{i,1}(t)=\sum_{m=0}^{1}\sum_{k=0}^{1}\alpha_{2,m}^{(i,k)}\frac{\partial^m u(x,t)}{\partial x^m}\bigg|_{x=k};$$

$$\upsilon_{i,0}(0)=\sum_{m=0}^{1}\sum_{k=0}^{1}\left[\alpha_{1,m}^{(i,k)}\frac{d^m f_0(x)}{dx^m}\bigg|_{x=k}+\alpha_{2,m}^{(i,k)}\frac{d^m f_1(x)}{dx^m}\bigg|_{x=k}\right];$$

$$\upsilon_{i,1}(0)=\sum_{m=0}^{1}\sum_{k=0}^{1}\alpha_{2,m}^{(i,k)}\frac{d^m f_0(x)}{dx^m}\bigg|_{x=k}.$$

Определение 1. *Задачу* (6)-(7) *будем называть параметрической задачей, соответствующая смешанной задачам* (1)-(3).

Замечание 1. *Существенное различие параметрической задачи от классической спектральной задачи в том, что в правую часть параметрической задачи входят само искомое решения, ее производные и их неизвестные граничные значения.*

Положим

$$\theta_s(x)=(-1)^S\big/\sqrt{a(x)},\quad \omega_s=\int_0^1\theta_s(x)dx,\quad s=1,2$$

Согласно [2-5], для $\Delta(\lambda)-$знаменателя функции Грина параметрической (или спектральной) задачи, получаем

$$\Delta(\lambda)=e^{\lambda\omega_1}\left\{\sum_{k=0}^{n-1}\lambda^{N-k}\alpha_k+\lambda^{N-n}E_1(\lambda)\right\}+\left\{\sum_{k=0}^{n-1}\lambda^{N-k}\beta_k+\lambda^{N-n}E_2(\lambda)\right\}+$$
$$+e^{\lambda\omega_2}\left\{\sum_{k=0}^{n-1}\lambda^{N-k}\gamma_k+\lambda^{N-n}E_3(\lambda)\right\},\quad |\lambda|\ge R, \tag{8}$$

где R-достаточно большое фиксированное положительное число, $N(N\le 6)$ - некоторое неотрицательное целое число, $\alpha_k,\beta_k,\gamma_k-$некоторые числа и $\left|E_j(\lambda)\right|\le C_1$, при $|\lambda|\ge R,\quad j=1,2,3,\ C_1-$некоторое положительное число.

Замечание 2. Как видно из (8), для $\Delta(\lambda)-$знаменателя функции Грина можно получить более точную асимптотику, если число n, входящее в ограничение 2^0, достаточно большое.

Определение 2. *Будем говорить, что граничные условия (7) правильны, если хотя бы одно из чисел*

$$\gamma_0,\gamma_1,...,\gamma_{n-1}\ (\text{из } (8)) \tag{9}$$

отлично от нуля.

6^0. Пусть граничные условия (7) для параметрической задачи правильны.

Замечание 3. *Если* граничные условия (7) параметрической задачи регулярны в смысле Биркгофа [2]-Тамаркина [3]- Наймарка [4]-Расулова [5] или слабо регулярно в смысле Шкаликова [6], то они правильны по нашему определению, но обратное утверждение не верно (см [14]).

Пусть в последовательности (9) первое отличное от нуля число есть γ_q, т.е. пусть

$$\gamma_0=\gamma_1=...=\gamma_{q-1}=0,\quad \gamma_q\ne 0, \tag{10}$$

где $q(0\le q\le n-1)-$некоторое число.

Пусть $\chi = \min\limits_{x\in[0,1]} 1\big/\sqrt{a(x)}$, $\varepsilon\left(0<\varepsilon<\dfrac{1}{2}\right)$ - любое фиксированное положительное число и пусть если $q>0$, то $m-$наименьшее не отрицательное целое число, для которого выполняется неравенство

$$\frac{\pi}{2}\cdot\frac{q+3}{\chi\varepsilon}-1<m, \qquad \text{если } q=0, \text{ то } m=1. \tag{11}$$

7^0. При $q>0$ пусть функция $u(x,t)$ при $\varepsilon\le x\le 1-\varepsilon,\ 0\le t\le T$ имеет непрерывные производные вида $\dfrac{\partial^k u(x,t)}{\partial t^i}, k=2,3,...,m+1.$

Замечание 4. В [14] накладывая достаточные гладкости на коэффициенты уравнения (1) и на правые части (1) и (3), получена выполнимость ограничения 7^0 и найдены следующие функции $f_i(x), i=2,...,m,$ где

$$f_i(x)=\left.\frac{\partial^i u(x,t)}{\partial t^i}\right|_{t=0}, i=2,3,...,m.$$

В [14] доказано следующая

Теорема 1. *Пусть выполняются ограничения 1° - 7°. Тогда, если задача (1)-(3) имеет классическое решение, то i) оно единственное, ii) это решение представляется аналитической формулой*

$$u(x,t)=f_0(x)+\frac{t}{1!}f_1(x)+\frac{t^2}{2!}f_2(x)+...+\frac{t^m}{m!}f_m(x)+\frac{1}{2\pi\sqrt{-1}}\int_{\mathscr{L}}\Phi(x,t,\lambda)d\lambda, \tag{12}$$

$\varepsilon\le x\le 1-\varepsilon, \quad 0\le t\le T,$

где

$$\Phi(x,t,\lambda)=\delta\Bigg[x,\lambda,\int_0^t e^{\lambda(t-\tau)}\varphi_1(\tau)d\tau+e^{\lambda t}(\vartheta_{1,0}(0)+\lambda\vartheta_{1,1}(0)),$$

$$\int_0^t e^{\lambda(t-\tau)}\varphi_2(\tau)d\tau+e^{\lambda t}(\vartheta_{2,0}(0)+\lambda\vartheta_{2,1}(0))\Bigg]-\int_0^1 G(x,\xi,\lambda)\Big\{e^{\lambda t}\left[f_1(\xi)+\lambda f_0(\xi)\right]+$$

$$+\int_0^t e^{\lambda(t-\tau)}f(\xi,\tau)d\tau+\frac{1}{\lambda}(e^{\lambda t}-1)\nu(\xi)\Big\}d\xi-e^{\lambda t}\left[\frac{1}{\lambda}f_0(x)+\frac{1}{\lambda^2}f_1(x)+...+\frac{1}{\lambda^{1+m}}f_m(x)\right].$$

$G(x,\xi,\lambda)$-функция Грина спектральной задачи соответствующая задачам (6)-(7),

$\delta(x,\lambda,\gamma_1,\gamma_2)$-решение спектральной задачи при неоднородными граничными условиями с правыми частями γ_1 и γ_2 (см. [14]),

$\mathscr{L}$ $(\mathscr{L}_\varepsilon)$-некоторая достаточно гладкая линия в $\lambda-$плоскости, причем интеграл по $\mathscr{L}$- понимается в смысле главного значения.

Подставляя (12) в конечное условие (4) для определение искомого управления $\nu(x)$ получаем интегральное уравнение типа Фредгольма второго рода.

Замечание 5. Из хода решение получения интегральных уравнений типа Фредгольма второго рода, (из которого определяется $\nu(x)$) , следует, что если это интегральное уравнение не имеет решение или полученная функция (12) не является классическим решением задачи (1)-(4), то задача (1)-(4), не имеет классическое решение.

Накладывая определенные ограничения на данные задачи (1)-(4), как [8-14] непосредственной проверкой, легко убедиться, что если $\nu(x)$ является решением полученного интегрального уравнения, то функция $u(x,t)$, определяемая формулой (12), на самом деле, является классическим решением смешанной задачи (1)-(4).

П.2. Смешанная задача для вольного уравнения с неизвестным управлением.

Здесь мы продолжаем начатое в П.1. изучение задачи управления процессом колебаний, описываемым волновым уравнением. Управление процесса колебаний осуществляется неизвестной стационарной плотностью внешней силы.

Постановка задачи. Найти решение одномерного волнового уравнения

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \nu(x),\ 0 < x < 1, \quad 0 < t \le T, a = \sqrt{T_0 / \rho}, \tag{13}$$

(T_0 -натяжения; ρ-линейная плотность; a-скорость движения; $\nu(x)$-стационарная плотность внешней силы, отнесенная к единице массы; концами колеблющейся струны являются точки с координатами $x=0$ и $x=1$; процесс протекает за промежуток времени $0 \le t \le T$) с граничными условиями

$u(x,t)\big|_{x=0} = 0;\ u(x,t)\big|_{x=1} = 0;\ 0 \le t \le T,$ (т.е. обе концы струны закреплены) (14)

и начальными условиями

$$\left.\frac{\partial^k u(x,t)}{\partial t^k}\right|_{t=0} = f_k(x),\ x \in (0,1),\ k = 0,1, \tag{15}$$

(т.е. в начальный момент времени $t=0$ смещение и скорость точек струны равны соответственно $f_0(x)$ и $f_1(x)$) и конечным условием

$$\left.\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}\right|_{t=T} = \mu(x),\quad 0 < x < 1, \tag{16}$$

(т.е. в конечный момент времени $t = T$ ускорение точек струны равно $\mu(x)$).

Здесь $u \equiv u(x,t)$-искомое классическое решение ($u(x,t)$-смешение точек струны), $\nu(x)$-искомое управление ($\nu(x)$-стационарная плотность внешней силы, отнесенная к единице массы), $a(a>0), T(T>0)$ – постоянные числа, остальные-известные функции. Априорно предполагая известность

$\nu(x)$ для решения $u(x,t)$ задачи (13)-(15) перепишем формулу (12). Потом, принимая во внимание регулярность граничных условий (14), согласно [14], в (12), заменим интеграл по $\mathscr{L}$- полным вычетом [1]. Далее, вычисляя эти вычеты, имеем

$$\begin{aligned} u(x,t) &= \frac{2}{a}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{\sin ak\pi t}{k\pi}\sin k\pi x\int_0^1 f_1(\xi)\sin k\pi\xi d\xi + \\ &+ 2\sum_{k=1}^{\infty}\cos ak\pi t\sin k\pi x\int_0^1 f_0(\xi)\sin k\pi\xi d\xi + \\ &+ \frac{2}{a^2}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{1-\cos k\pi at}{k^2\pi^2}\sin k\pi x\int_0^1 \nu(\xi)\sin k\pi\xi d\xi, \quad 0<x<1, 0<t\le T. \end{aligned} \tag{17}$$

Подставляя (17) в конечное условие (16), получаем

$$\begin{aligned} \mu(x) &= -2a\sum_{k=1}^{\infty}(k\pi)\sin k\pi aT\sin k\pi x\int_0^1 f_1(\xi)\sin k\pi\xi d\xi - \\ &- 2a^2\sum_{k=1}^{\infty}(k\pi)^2\cos k\pi aT\sin k\pi x\int_0^1 f_0(\xi)\sin k\pi\xi d\xi + \\ &+ 2\sum_{k=1}^{\infty}\cos ak\pi T\sin k\pi x\int_0^1 \nu(\xi)\sin k\pi\xi d\xi. \end{aligned} \tag{18}$$

8^0. Пусть $aT=m,$ где $m-$некоторое натуральное число.

9^0. Пусть $f_0(x)\in C^3([0,1]);\ f_0(0)=f_0''(0)=f_0(1)=f_0''(1)=0;\quad f_0^{(3)}(x)-$ кусочно абсолютно непрерывная функция в отрезке [0,1].

10^0.Пусть $f_1(x)\in C^2([0,1]);\ f_1(0)=f_1(1)=0;\quad f_1^{(2)}(x)-$ кусочно абсолютно непрерывная функция в отрезке [0,1].

11^0.Пусть $\mu(x)\in C^1([0,1]);\ \mu(0)=\mu(1)=0;\quad \mu'(x)-$ кусочно абсолютно непрерывная функция в отрезке [0,1].

Принимая во внимание ограничение 11^0, согласно [7], имеем

$$\mu(x)=2\sum_{k=1}^{\infty}\sin k\pi x\int_0^1 \mu(\xi)\sin k\pi\xi d\xi. \tag{19}$$

Подставляя (19) в (18) и пользуясь ограничением 8^0, получаем

$$\int_0^1 \nu(\xi)\sin k\pi\xi d\xi = (-1)^{km}\int_0^1 \mu(\xi)\sin k\pi\xi d\xi + a^2(k\pi)^2\int_0^1 f_0(\xi)\sin k\pi\xi d\xi, k=1,2,....$$

Следовательно

$$\nu(x)=2\sum_{k=1}^{\infty}\sin k\pi x\left\{(-1)^{km}\int_0^1 \mu(\xi)\sin k\pi\xi d\xi + a^2(k\pi)^2\int_0^1 f_0(\xi)\sin k\pi\xi d\xi\right\}, \tag{20}$$

$0\le x\le 1.$

Таким образом, нами установлена следующая.

Теорема 2. При ограничениях 8^0-11^0 смешанная задача (13)-(16) имеет:

i) единственное классическое решение,

ii) это решение представляется аналитической формулой (17);

iii) искомое управление $\nu(x)$ определяется аналитической формулой (20).

ЛИТЕРАТУРА

1. Cauchu A.L., Me'moire l'application du calcul des residus a'la solution des problemes de physique mathematique. Paris, 7 (1827), 1-56.
2. Birkhorff G.D. 1908: On the Asymptotic Character of the Solutions of Certain Linear Differential Equations Containing a Parameter // Trans. Am. Math. Soc., 9, pp.219-232.
3. Tamarkin J.D. 1928: Some General Problems of the Theory of Ordinary Linear Differential Equations and Expansion of an Arbitrary Function in Series of Fundamental Functions //Math. Z., 27, pp. 1-54.
4. Наймарк М.А. Линейные дифференциальные операторы. М.: Наука, 1969.
5. Расулов М.Л. Применения метода контурного интеграла. М.: Наука, 1975.
6. Шкаликов А.А. Краевые задачи для обыкновенных дифференциальных уравнений с параметром в граничных условиях // Труды семинара имени И.Г. Петровского. Издательство Московского Университета, 1983, в. 9, с.190-229.
7. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления, т.1. М.: Наука, 1969,
8. Гасымов Э.А. Интегральные преобразования и параболические потенциалы; применение их к решению некоторых смешанных задач. –Канд. диссертация, МГУ им. М.В.Ломоносова, М.: 1984, 157 с.
9. Гасымов Э.А. Смешанные задачи на сопряжение параболических систем разных порядков с нелокальными краевыми условиями //Дифференц. Уравнения, 1990, т.26, №8, с.1364-1374.
10. Гасымов Э.А. Применение метода конечного интегрального преобразования к решению смешанной задачи с интегро-дифференциальными условиями для одного неклассического уравнения // Дифференц. уравнения, 2011, т.47, №3, с. 322-334.
11. Гасымов Э.А. Исследование смешанных задач на сопряжение гиперболических систем разных порядков. // Журнал вычислительной математики и математической физики, 2012, т.52, №8, с.1472-1481.
12. Гасымов Э.А. Исследование смешанных задач на сопряжение гиперболических систем разных порядков. //Журнал вычислительной математики и математической физики, 2014, т.54, №7, с.88-103.
13. Гасымов Э.А., Гусейнова А.О., Гасанова У.Н. Применение обобщенного метода разделения переменных к решению смешанных задач с нерегулярными граничными условиями. //Журнал вычислительной математики и математической физики, 2016, т.56, №7, с.139-143.
14. Гасымов Э.А. Применение метода конечного интегрального преобразования. Баку: Наука, 2018, 456 с.

İDARƏETMƏDƏN ASILI HİPERBOLİK TƏNLİKLƏR ÜÇÜN QARIŞIQ MƏSƏLƏNİN HƏLLİNƏ SONLU İNTEQRAL ÇEVİRMƏ ÜSULUNUN TƏTBİQİ

E.A.QASIMOV

XÜLASƏ

İşdə idarəetmədən asılı hiperbolik tənliklər üçün qeyri-requlyar sərhəd şərtli qarışıq məsələ tədqiq edilir. Bu məsələyə klassik üsullar tətbiq edilə bilmir. İdarəetməni əvvəlcədən məlum hesab edərək sonlu inteqral çevirməni baxılan məsələyə tətbiq edib, uyğun parametrik məsələ alınır. Parametrik məsələnin klassik spektral məsələdən əsas fərqi ondadır ki, onun sağ tərfinə axtarılan funksiyanın özü, bəzi törəmələri və naməlum sərhəd qiymətləri daxil olur. Parametrik məsələnin həllinin analitik ifadəsi tapılır və bu ifadəyə tərs inteqral çevirməni tətbiq

etməklə baxılan məsələnin həllinin analitik ifadəsi alınır. Bu ifadə, həmçinin axtarılan idarəetmədə iştirak edir. Məslənin son şərtindən istifadə etməklə idarəetmənin tapılması üçün Fredqolum tipli ikinci növ inteqarl tənlik alınır.

Xüsusi halda idarəetmədən asılı dalğa tənliyi üçün qarışıq məsələyə baxılır və bu məsələnin həllinin və axtarılan idarəetmənin analitik ifadələri tapılır.

Açar sözlər: sonlu inteqral çevirmə metodu, düzgün sərhəd şərtləri, naməlum idarəetmədən asılı hiperbolik tənliklər.

APPLICATION OF FINITE INTEGRAL TRANSFORMATION METHOD TO THE SOLUTION OF MIXED PROBLEM FOR CONTROL-DEPENDENT HYPERBOLIC EQUATIONS

E.A.GASYMOV

SUMMARY

The paper studies a mixed problem for hyperbolic equations with unknown control by the method of finite integral transformation belonging to the author. To solve the problem, first a priori assuming that the control is known, a finite integral transformation with a complex parameter is applied to the solution of the considered mixed problem without the last restriction, and the corresponding parametric problem is obtained. A significant difference between the parametric problem and the spectral problem is that the right part of the parametric problem includes the desired solution, its derivatives and some unknown boundary values. A definition of the correctness of the boundary conditions of a parametric (or spectral) problem (belonging to the author) which is wider than the notions of regularity or weak regularity of the boundary conditions is given. In some part of the plane there is a solution of the parametric problem, and applying the inverse integral transformation to this solution, an analytical representation of the solution of the considered mixed problem is obtained. Substituting the found solution to the last constraint, the Fredholm integral equation of the second kind is obtained to determine the unknown control.

Control of the oscillation process is carried out with an unknown stationary density of the external force. Analytical representations of the required control and the solution of the considered mixed problem are obtained.

Keywords: finite integral transformation method, well-posed boundary conditions, desired control-dependent hyperbolic equations.

Поступила в редакцию: 15.01.2019 г.
Подписано к печати: 08.04.2019 г.