

УДК 539.3

**СВОБОДНЫЕ КОЛЕБАНИЯ ПОДПОРНЫХ СТЕНОК,
СОСТОЯЩИХ ИЗ ПРОДОЛЬНО ПОДКРЕПЛЕННЫХ
ОРТОТРОПНЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК,
КОНТАКТИРУЮЩИХ С НЕОДНОРОДНЫМ
ВЯЗКОУПРУГИМ ГРУНТОМ****Ф.С.ЛАТИФОВ, Д.С.ГАНИЕВ***Азербайджанский Архитектурно-Строительный Университет
flatifov@mail.ru*

Предлагаемая статья посвящена исследованию одной из динамических прочностных характеристик-частоты собственных колебаний подпорной стенки, состоящей из двух ортотропных цилиндрических оболочек, контактирующих с неоднородным вязкоупругим грунтом и усиленных дискретно распределенными продольными стержнями. Используя вариационный принцип Гамильтона-Остроградского для нахождения частот колебаний подпорных стенок построено частотное уравнение, найдены его корни и изучены влияния физических и геометрических параметров, характеризующих систему. В качестве контактных условий принимаются учет совместной работы на линии контакта двух цилиндрических оболочек. Построены характерные кривые зависимости.

Ключевые слова: ортотропная оболочка, подпорная стенка, свободные колебания, неоднородный грунт, принцип вариации, частота колебания.

Изготовление и применение новых конструкций, обеспечивающих их прочность и устойчивость за счет сокращения потребления материалов, используемых на высотных подпорных стенках имеет большое значение. В рабочих условиях они подвергаются динамическим нагрузкам и вовлекаются колебательным процессам.

Следует отметить, что в своих работах В.З. Власов [1] изучил подпорные стенки и гидротехнические установки, полученные из применения трех тонкостенных пространственных конструкций, заполненных гранулированной средой, лежащих на упругом основании.

Агаханов Е.К., Акаев А.И. [2] получили решение для подпорной стенки треугольного сечения с учетом давления грунта и объемных сил фильтрации на вертикальной стороне стенки.

Н.М.Снитко предложил совместное рассмотрение удержания

перемещения стены и деформации фундамента. Его результаты приведены в [3]. Было рассмотрено влияние грунта с горизонтальной поверхностью на вертикальную гладкую плоскую стенку подпорной стенки. Н.М. Снитко предположил, что в состоянии упругого равновесия в грунте появляется скользящая плоскость, и это похоже на кулоновскую теорию. Для сил, действующих на подпорную стенку, были построены уравнения проекции по горизонтальной оси и уравнение моментов. Третье уравнение было записано как уравнение в проекциях на плоскость скольжения. Было принято, что реактивные силы пропорциональны смещениям, коэффициент пропорциональности равен коэффициенту постели.

В [4] Л.М.Емельянов рассмотрел обоснование устойчивости глубоких опор в пространственной системе. В расчетах, помимо нормальных, касательных давлений грунта, также учитывалась реакция на дне. В большинстве случаев приводятся правила расчета некоторых опор, связанных с якорями. Было показано, что результаты расчетов не зависят от характеристик упругости грунта и что можно игнорировать влияние тангенциального скольжения и давления в нижней части реакции грунта.

В работах Х.Р.Сейфуллаева [5-9] были решены проблемы соединения вогнутых оболочек с контурными конструкциями. Построены решения дифференциальных уравнений моментной теории вогнутых оболочек при произвольных граничных условиях, были решены различные задачи для различных соединений. В качестве примеров можно привести пластины и оболочки, ослабленные прямоугольным отверстием, ортогональные решетчатые ребристые оболочки и пластины, решение задач со смешанными граничными условиями в контуре. В работе [11] изучались статические деформации подпорных стенок пространственно-строительных конструкций, образованных цилиндрическими оболочками из изотропного материала. В [12] дан анализ подпорных стенок в виде цилиндрической оболочки, состоящей из трех различных изотропных материалов в плоском деформированном состоянии. Задача сводилась к решению обыкновенных дифференциальных уравнений и получено аналитическое решение. Статья [13] была посвящена разработке методики расчета цилиндрических оболочек из изотропного материала с учетом работы грунта при сжатии и скольжении в контактной поверхности. Расчеты и исследования проведены на основе моментной теории цилиндрических оболочек. Анализ выполненных работ показывает, что при строительстве подпорных стенок подкрепленные цилиндрические оболочки не использовались и реакция грунта не учитывалась. В работе [14] приведены результаты исследования одной из динамических прочностных характеристик-частоты собственных колебаний подпорной стенки, состоящей из двух ортотропных цилиндрических оболочек, заполненных грунтом и усиленных дискретно распределенными кольцевыми стержнями. Используя вариационный принцип Гамильтона-

Остроградского для нахождения частот колебаний подпорных стенок построено частотное уравнение, найдены его корни и изучены влияния физических и геометрических параметров, характеризующих систему.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Для применения вариационного принципа Гамильтона-Остроградского запишем полную энергию исследуемой подпорной стенки. Так как исследуемая подпорная стенка состоит из двух оболочек цилиндрической формы с незамкнутым контуром, соединенных по кромке под прямым углом и продольно подкрепляющих элементов, их числа которых варьируется. Кроме того, с внутренней части конструкция контактирует с грунтом (рис. 1а).

Запишем потенциальную и кинетическую энергии цилиндрических оболочек [16]:

$$G_i = \frac{h_i R_i}{2} \iint_{s_i} \left\{ b_{11i} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_i} \right)^2 - 2(b_{11i} + b_{12i}) \frac{w_i}{R_i} \frac{\partial u_i}{\partial x_i} + \frac{w_i^2}{R_i^2} (b_{11i} + 2b_{12i} + b_{22i}) + \frac{b_{22i}}{R_i^2} \left(\frac{\partial \vartheta_i}{\partial \theta_i} \right)^2 - 2(b_{12i} + b_{22i}) \frac{w_i}{R_i^2} \frac{\partial \vartheta_i}{\partial \theta_i} + 2b_{12i} \frac{1}{R_i^2} \frac{\partial u_i}{\partial x_i} \frac{\partial \vartheta_i}{\partial \theta_i} + b_{66i} \frac{1}{R_i^2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial \theta_i} \right)^2 + b_{66i} \left(\frac{\partial \vartheta_i}{\partial x_i} \right)^2 + b_{66i} \frac{1}{R} \frac{\partial \vartheta_i}{\partial x_i} \frac{\partial u_i}{\partial \theta_i} \right\} dx_i d\theta_i \quad (1)$$

$$K_i = \frac{\rho_i h_i}{2R_i(1-\nu_i^2)} \iint_{s_i} \left[\left(\frac{\partial u_i}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial \vartheta_i}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial w_i}{\partial t} \right)^2 \right] dx_i d\theta_i$$

Здесь $i = 1$ соответствует первой цилиндрической оболочке, $i = 2$ ко второй цилиндрической оболочке, составляющей подпорные стенки (рис.1); u_i, ϑ_i, w_i являются смещения ребер, R_i, h_i являются радиусами и толщиной цилиндрических оболочек, $b_{11i}, b_{22i}, b_{12i}, b_{66i}$ являются основным модулем упругости ортотропного материала и E_{1i}, E_{2i} модуля упругости в направлении осей координат x_i и θ_i соответственно, ν_{1i}, ν_{2i} - коэффициент Пуассона, где $b_{11i}, b_{22i}, b_{12i}, b_{66i}$ выражаются через E_{1i}, E_{2i} и ν_{1i}, ν_{2i} следующим образом: $b_{11i} = \frac{E_{1i}}{1-\nu_{1i}\nu_{2i}}; b_{22i} = \frac{E_{2i}}{1-\nu_{1i}\nu_{2i}}; b_{12i} = \frac{\nu_{2i}E_{1i}}{1-\nu_{1i}\nu_{2i}} = \frac{\nu_{1i}E_{2i}}{1-\nu_{1i}\nu_{2i}}$; s_i - представляет собой поверхность цилиндрических оболочек,

составляющих подпорные стенки.

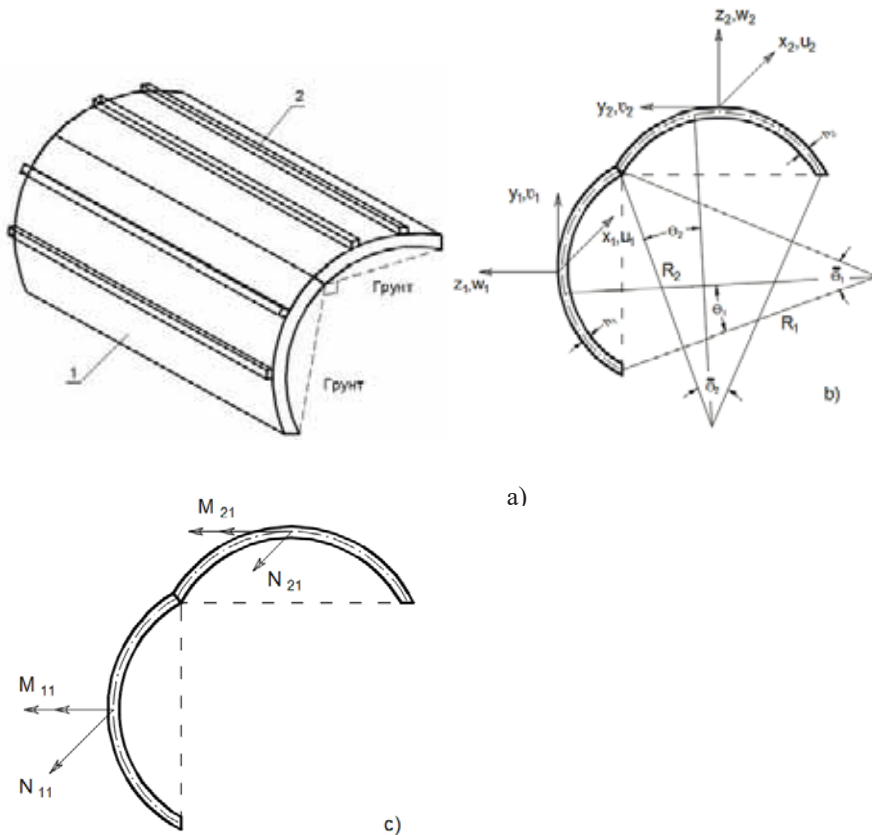


Рис.1. Схема усиленной подпорной стенки, выполненной из соединения ортотропных цилиндрических оболочек

Влияние грунта на цилиндрические оболочки заменяется внешними силами q_{xi}, q_{yi}, q_{zi} . Работа, выполняемая этими силами при смещении точек покрытия,

$$A_i = - \int_0^a \int_0^{\tilde{\theta}_i} (q_{xi} u_i + q_{yi} v_i + q_{zi} w_i) dx_i d\theta_i. \quad (2)$$

Запишем полную энергию продольных ребер, используемых в усилении [15]:

$$H_i = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{k_i} \int_{x_1}^{x_2} \left[E_{ki} F_{ki} \left(\frac{\partial u_{ki}}{\partial x} \right)^2 + E_{ki} J_{yki} \left(\frac{\partial^2 w_{ki}}{\partial x^2} \right)^2 + E_{ki} J_{zki} \left(\frac{\partial^2 v_{ki}}{\partial x^2} \right)^2 + G_{ki} J_{\varphi kpi} \left(\frac{\partial \varphi_{\varphi kpi}}{\partial x} \right)^2 \right] dx_k + \sum_{k=1}^{k_i} \rho_{ki} F_{ki} \int_{x_1}^{x_2} \left[\left(\frac{\partial u_{ki}}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial v_{ki}}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial w_{ki}}{\partial t} \right)^2 + \frac{J_{\varphi kpi}}{F_{ki}} \left(\frac{\partial \varphi_{\varphi kpi}}{\partial t} \right)^2 \right] dx_k \quad (3)$$

Считается, что условия жесткого контакта между оболочкой и стержнями удовлетворены:

$$u_{ki}(x) = u(x, y_{ki}) + h_{ki}\varphi_1(x, y_{ki}), \quad \vartheta_{ki}(x) = \vartheta(x, y_{ki}) + h_{ki}\varphi_2(x, y_{ki}), \quad (4)$$

$$w_{ki}(x) = w(x, y_{ki}), \quad \varphi_{ki}(x) = \varphi_1(x, y_{ki}), \quad \varphi_{kphi}(x) = \varphi_2(x, y_{ki}); \quad h_{ki} = 0,5h + H_{ki}^1$$

В выражениях (3), (4) $i = 1$ соответствует первой цилиндрической оболочке, $i = 2$ второй цилиндрической оболочке, составляющей подпорные стенки, $u_{ki}, \vartheta_{ki}, w_{ki}$ являются смещения точек стержней, используемых при подкреплении, F_{ki} являются площади поперечных сечений k -ого стержня, прикрепленного к оболочке в направлении образующей, E_{ki} являются модулем упругости при растяжении k -ого стержня, прикрепленного к цилиндрической оболочке в направлении образующей, $J_{y_{ki}}, J_{z_{ki}}$ являются моментами инерции k -ого стержня относительно оси, проходящей через центр тяжести поперечного сечения, J_{kphi} являются моментами инерции при кручении k -ого стержня, t - время, k_i представляет собой количество стержней, используемых в подкреплении, H_{ki}^1 - расстояние от k -ого стержня до поверхности цилиндрической оболочки, ρ_{ki} - является плотность материала k -ого стержней, $\varphi_{ki}(x), \varphi_{kphi}(x)$ являются углами поворота и кручения поперечного сечения кольца, через смещения оболочки выражаются следующим образом:

$$\varphi_{kphi}(x) = \varphi_2(x, y_i) = - \left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\vartheta}{R} \right)_{y=y_i}$$

В результате получаем полную энергию системы в виде:

$$\Pi = \sum_{i=1}^2 (G_i + K_i + H_i + A_i). \quad (5)$$

Внешние силы q_{xi}, q_{yi}, q_{zi} , действующие на цилиндрические оболочки и содержащиеся в выражении (2), будут взяты в виде:

$$q_{xi} = q_{yi} = 0; \quad q_{z1} = \tilde{k}_1(x)w_1 - \int_0^t \Gamma(t-\tau)w_1(\tau) d\tau; \\ q_{z2} = \tilde{k}_2(x)w_2 - \tilde{k}_s(x) \left(\frac{\partial^2 w_2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_2}{\partial y^2} \right) - \int_0^t \Gamma(t-\tau)w_2(\tau) d\tau \quad (6)$$

Здесь $\Gamma(t) = Ae^{-\psi t}$ - ядро релаксации, A, ψ - постоянные, $\tilde{k}_1, \tilde{k}_2, \tilde{k}_s$ - коэффициент жесткости неоднородного грунта при сжатии и скольжении, соответственно, и принято, что эти величины меняются по закону:

$$\tilde{k}_1(x) = k_{10} \left(1 + \alpha \frac{x}{a} \right), \quad \tilde{k}_2(x) = k_{20} \left(1 + \beta \frac{x}{a} \right), \quad \tilde{k}_s(x) = k_{s0} \left(1 + \gamma \frac{x}{a} \right) \quad (7)$$

Здесь α, β, γ - параметры неоднородности, k_{10}, k_{20}, k_{s0} -

коэффициент жесткости однородного грунта при сжатии и скольжении, соответственно.

К выражениям (2) и (5) добавляются контактные и граничные условия. Предположим, что цилиндрическая оболочка упруго связана, то есть в контакте (вдоль линии АВ), условия

$$\begin{aligned} w_1(x)|_{\theta_1=\bar{\theta}_1} &= \vartheta_2(x)|_{\theta_2=0}; \vartheta_1(x)|_{\theta_1=\bar{\theta}_1} = w_2(x)|_{\theta_2=0}; \\ u_1(x)|_{\theta_1=\bar{\theta}_1} &= u_2(x)|_{\theta_2=0}; \left. \frac{\partial w_1(x)}{\partial x} \right|_{\theta_1=\bar{\theta}_1} = \left. \frac{\partial \vartheta_2(x)}{\partial x} \right|_{\theta_2=0} \end{aligned} \quad (8)$$

выполнены.

Принято считать, что цилиндрические оболочки надежно закреплены на идеальных диафрагмах на линиях $x=0$ и $x=a$, и на этот раз граничные условия выражаются как:

$$\vartheta_i = 0, w_i = 0, T_{i1} = 0, M_{i1} = 0 \quad (9)$$

Здесь T_{i1}, M_{i1} силы и моменты, действующих на поперечных сечениях цилиндрических оболочек (рис.1с)).

Используя условие стационарности Остроградского-Гамильтона, определяющее колебание подпорных стенок, создаваемых соединением цилиндрических оболочек, можно получить уравнение частоты

$$\delta W = 0. \quad (10)$$

Здесь $W = \int_{t_0}^{t_1} \Pi dt$ действие Гамильтона. Если в равенстве $\delta W = 0$ выпол-

нить операцию вариации и учитывая, что независимые вариации $\delta u_i, \delta \vartheta_i, \delta w_i$ произвольны, для нахождения частот свободных колебаний подпорных стенок, полученных соединением цилиндрических оболочек, динамически контактирующих с грунтом, получаем уравнение частоты. Таким образом, решение проблемы колебаний подпорных стенок, полученных соединением цилиндрических оболочек, динамически контактирующих с грунтом, сводится к совместному интегрированию полной энергии конструкции (5) при контактных условиях (8) и граничных условиях (9).

Решения задачи

Смещение точек цилиндрических оболочек ищем в виде:

$$\begin{aligned} u_i &= u_{0i} \cos \chi \xi_i (\cos n\theta_i + \sin n\theta_i) \sin \omega_1 t_1 \\ \vartheta_i &= \vartheta_{0i} \sin \chi \xi_i (\cos n\theta_i + \sin n\theta_i) \sin \omega_1 t_1 \\ w_i &= w_{0i} \sin \chi \xi_i (\cos n\theta_i + \sin n\theta_i) \sin \omega_1 t_1 \end{aligned} \quad (11)$$

Здесь $u_{0i}, \vartheta_{0i}, w_{0i}$ неизвестные константы, $\xi_i = \frac{x_i}{a}$, $t_1 = \omega_{01} t$, χ, n являются волновыми числами цилиндрической оболочки в направлении образующей и кругового направления, $0 \leq \theta_1 \leq \bar{\theta}_1$. $0 \leq \theta_2 \leq \bar{\theta}_2$,

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{(1 - \nu_{11}^2) \rho_1 R_1^2 \omega^2}{E_{11}}}.$$

Используя решения (11) из условия контакта (8) константы u_{02} , ϑ_{02} , w_{02} выражаем через константы u_{01} , ϑ_{01} , w_{01} :

$$\begin{aligned} u_{02} &= u_{01}(\cos n\tilde{\theta}_1 + \sin n\tilde{\theta}_1) \\ \vartheta_{02} &= w_{01}(\cos n\tilde{\theta}_1 + \sin n\tilde{\theta}_1) \\ w_{02} &= \vartheta_{01}(\cos n\tilde{\theta}_1 + \sin n\tilde{\theta}_1) \end{aligned}$$

Подставляя решения (11) в (5), учитывая выражение константы u_{02} , ϑ_{02} , w_{02} через константы u_{01} , ϑ_{01} , w_{01} для полной энергии (5), получаем полином второго порядка относительно u_{01} , ϑ_{01} , w_{01} :

$$\Pi = \varphi_{11} u_{01}^2 + \varphi_{22} \vartheta_{01}^2 + \varphi_{33} w_{01}^2 + \varphi_{44} u_{01} \vartheta_{01} + \varphi_{55} u_{01} w_{01} + \varphi_{66} \vartheta_{01} w_{01}$$

Поскольку выражения коэффициентов φ_{11} , φ_{22} , φ_{33} , φ_{44} , φ_{55} , φ_{66} громоздки, мы их не приводим.

Если мы будем варьировать выражение Π по константам u_{01} , ϑ_{01} , w_{01} и приравнять коэффициенты независимых вариаций к нулю, мы получим следующую систему однородных алгебраических уравнений

$$\begin{cases} 2\varphi_{11}u_{01} + \varphi_{44}\vartheta_{01} + \varphi_{55}w_{01} = 0 \\ \varphi_{44}u_{01} + 2\varphi_{22}\vartheta_{01} + \varphi_{66}w_{01} = 0 \\ \varphi_{55}u_{01} + \varphi_{66}\vartheta_{01} + 2\varphi_{33}w_{01} = 0 \end{cases} \quad (12)$$

Поскольку система (12) является однородной системой линейных алгебраических уравнений, необходимым и достаточным условием существования ее ненулевого решения является равенство ее главного определителя нулю. В результате получаем следующее частотное уравнение

$$\begin{vmatrix} 2\varphi_{11} & \varphi_{44} & \varphi_{55} \\ \varphi_{44} & 2\varphi_{22} & \varphi_{66} \\ \varphi_{55} & \varphi_{66} & 2\varphi_{33} \end{vmatrix} = 0. \quad (13)$$

Запишем уравнение (12) в виде:

$$4\varphi_{11}\varphi_{22}\varphi_{33} + \varphi_{44}\varphi_{55}\varphi_{66} - \varphi_{55}^2\varphi_{22} - \varphi_{66}^2\varphi_{11} - \varphi_{44}^2\varphi_{33} = 0. \quad (14)$$

ЧИСЛЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Уравнение (14) было рассчитан численным методом. Параметры, содержащиеся в решении задачи, были взяты как:

$$k_{10} = k_{20} = 7 \cdot 10^8 \text{ Н/м}^2, k_{s0} = 11 \cdot \frac{10^6 \text{ Н}}{\text{м}^2}, \frac{a}{R_i} = 3, \nu_{1i} = \nu_{2i} = 0,35; R_i = 160 \text{ мм}; b_{11} = 18,3 \text{ ГПа}, b_{12} = 2,77 \text{ ГПа}, b_{22} = 25,2 \text{ ГПа}, b_{66} = 3,5 \text{ ГПа},$$

$$E_{ki} = 6,67 \cdot 10^9 \text{ Н/м}^2; \frac{I_{yki}}{2\pi R^3 h} = 0,8289 \cdot 10^{-6};$$

$$\frac{I_{kp.i}}{2\pi R^3 h} = 0,5305 \cdot 10^{-6}; \Psi = 0,05; A = 0,1615;$$

$$\rho_i = \rho_{ki} = 1850 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}; \chi = 1; n = 8; h_{ki} = 1,39 \text{ мм}; k_1 = k_2 = 15,$$

$$F_{ki} = 0,45 \text{ мм}^2; h_i = 0,45 \text{ мм}; \beta = \gamma = 0,5.$$

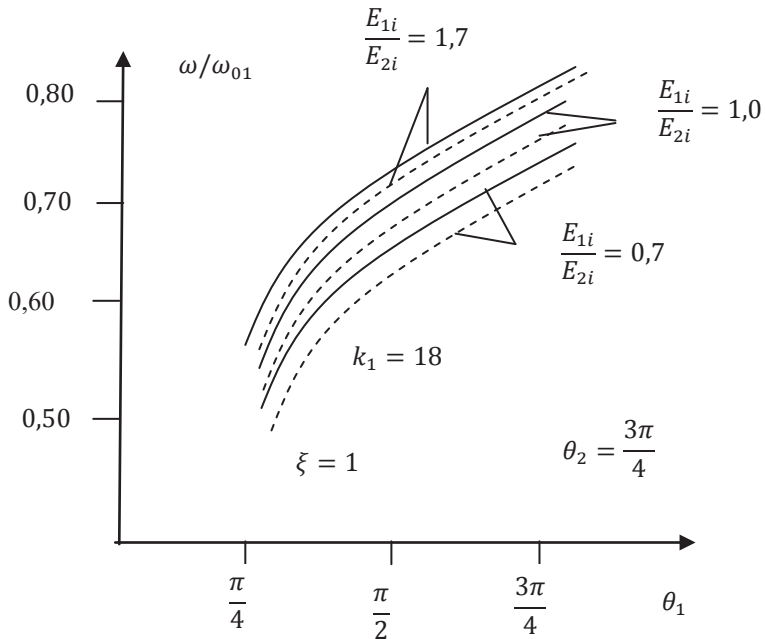


Рис. 2. Зависимость частотного параметра от θ_1 .

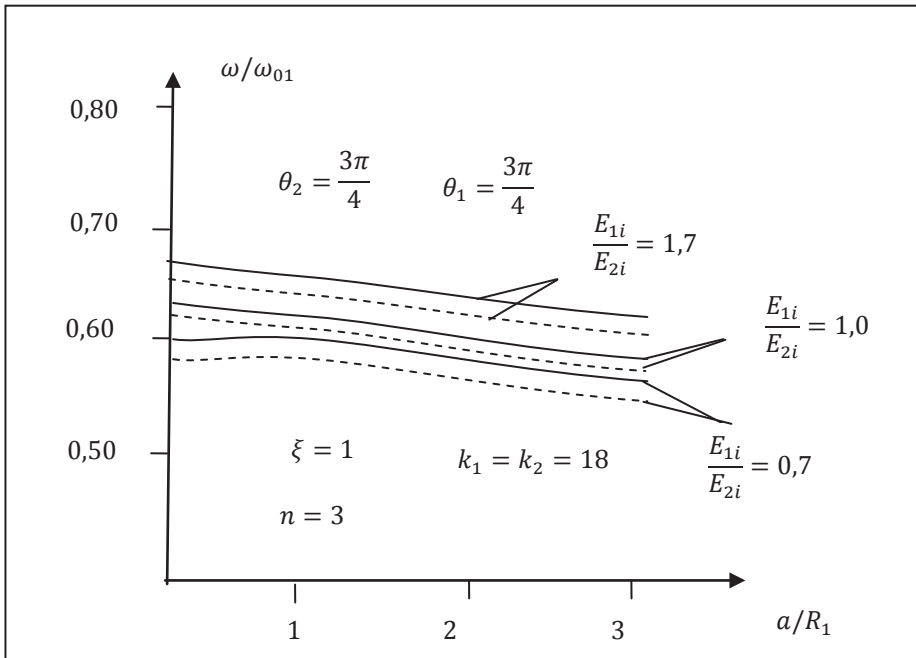
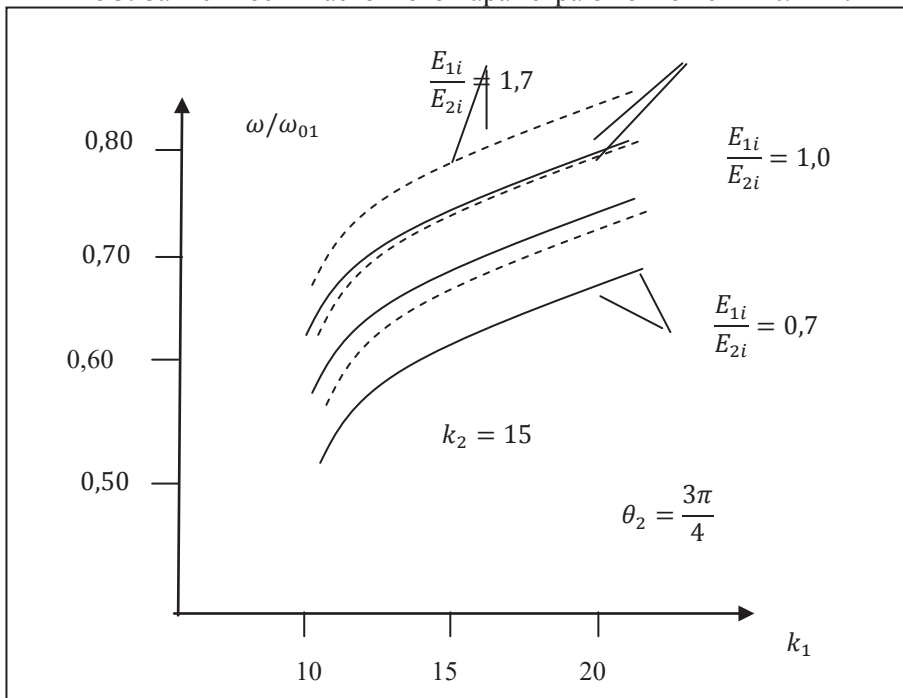


Рис 3. Зависимость частотного параметра от отношения a/R .



$\xi = 1$ $n = 5$

Рис. 4. Зависимость частотного параметра от .

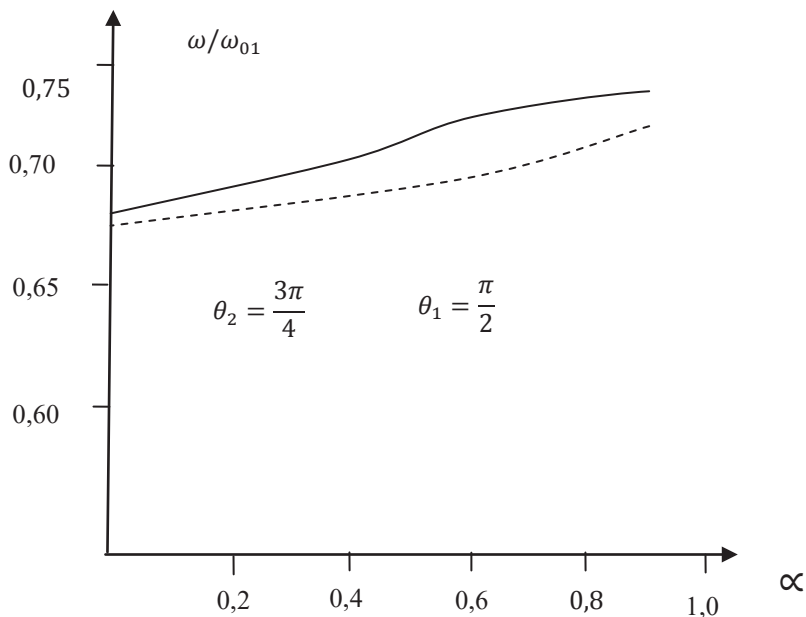


Рис. 5. Зависимость частотного параметра от α .

ВЫВОДЫ

Результаты расчетов были приведены на рис. 2 в виде зависимости частотного параметра от θ_1 , на рис. 3 от отношения a/R_1 , на рис. 4 от количества стержней на поверхности первого цилиндра, на рис. 5 от параметра неоднородности α . Как видно из рисунка 2, при увеличении угла, значение параметра частоты увеличивается. По мере увеличения длины цилиндрических оболочек, как видно из рис. 3, значение частотного параметра уменьшается. Значение частотного параметра возрастает с возрастанием ортотропных свойств цилиндрической оболочки. Как видно из рис. 4, частоты собственных колебаний подпорных стенок увеличиваются с увеличением количества стержней. Рис.5 показывает, что с увеличением параметра неоднородности частоты собственных колебаний подпорных стенок тоже увеличиваются. Во всех рисунках сплошными линиями соответствуют колебаниям подпорных стенок с упругим грунтом, а пунктирными линиями колебаниям подпорных стенок с вязкоупругим грунтом.

ЛИТЕРАТУРА

1. Власов В.З. Избранные статьи. / В 3 томах. М. АН СССР. 1962-1964. Vol.1 - Общая теория оболочек. Документы. - 528 с. Том 2 - Тонкостенные эластичные стержни. Принципы построения общей технической теории оболочек. - 507 с. т.3 - Тонкостенные космические системы - 472 с.

2. Агаханов Е.К. Акаев А.И. Анализ треугольной удерживающей стенки // Транспортное строительство,- 2010. -№ 4. С. 14-15.
3. Снитко Н.М. Статическое и динамическое давление грунтов и анализ подпорных стенок/ Госстройздат, 1963.- 142 с.
4. Емельянов Л. М. Анализ параллельных связей // «Гидротехника и мелиорация» .1955.- № 12.-С. 41-46.
5. Сейфуллаев Х.Р. К расчету пологих оболочек с большим прямоугольным отверстием, открытых на упругий контур // Изв. вузов “Строительство и архитектура”.- Новосибирск, 1978. - № 4.С. 60 - 66.
6. Сейфуллаев Х.Р. Об одном методе исследования несущей способности пологих оболочек при больших прогибах // Сб. научных трудов по механике- Баку, 1994.- № 4.- С. 4 - 7.
7. Сейфуллаев Х. Р. Об одном методе решения краевых задач непологих оболочек // «Стоительство и архитектура».- Новосибирск Изд-во. Вузов, 1975.-№ 7.- С. 56-61.
8. Сейфуллаев Х.Р., Азимов Н.А. К решению уравнений теории пологих оболочек переменной толщины и кривизны при произвольных граничных условиях // Прикладная механика.- Киев, 1980.-выпуск XVI.- № 10.- С. 47-53.
9. Сейфуллаев Х.Р., Гусейнли Е.А. Расчет пологих ребристых оболочек на основе модели конструктивно - ортотропных систем // Сборник научных трудов по механике.- 1997.- № 7 (часть I). С. 112 - 116.
10. Кадоли Равикиран, Ганесан Н.Ю. Анализ устойчивости и свободного вибрации функционально градуированных цилиндрических оболочек, подвергнутых температурному граничному условию // Звук и вибрация.- 2006.- 289.- № 3.-С. 450-480.
11. Ганиев Д.С. Применение и расчеты цилиндрических оболочек в подпорных стенах// Азербайджанский Архитектурно-Строительный Университет, Теоретическая и прикладная механика.- 2006.- № 2.- С.7-10.
12. Ганиев Д.С. Исследования облегченных подпорных стен при плоской деформации// Азербайджанский Архитектурно-Строительный Университет, Теоретическая и прикладная механика.-2013.- № 1.- С.43-47.
13. Ганиев Д.С. Решение задачи подпорных стен, состоящих из цилиндрических оболочек, лежащих на упругом основании // Азербайджанский Архитектурно-Строительный Университет, Теоретическая и прикладная механика.-2007.- № 1.- С.103-107.
14. Латифов Ф.С., Ганиев Д.С.Свободные колебания облегченных подпорных стенок, составленных из подкрепленных ортотропных цилиндрических оболочек, контактирующих с грунтом.// Вісник Запорізького національного університету, Фізико-математичні науки .- 2018.-№1.- С.71-78.
15. Амиро И.Я., Заруцкий В.А., Поляков П.С. Ребристые цилиндрические оболочки/ Киев: Наукова думка, 1973.- 245 с.
16. Босяков С.М., Чживэй В.Анализ свободных колебаний цилиндрической оболочки из стекловолокна при граничных условиях Навье // Международный научно-технический журнал, Механика машин, механизмов и материалов - Минск: Изд-во объединенного института машиностроения НАН Беларуси, 2011.-№ 3(10).- С. 24-27.

**ÖZLÜ-ELASTİKİ QEYRİ-BİRCİNS QRUNTLA TƏMASDA OLAN
MÖHKƏMLƏNDİRİLMİŞ ORTOTROP SİLİNDRİK QABIQLARDAN İBARƏT
İSTİNAD DİVARLARININ SƏRBƏST RƏQSLƏRİ**

F.S.LƏTİFOV, D.S.QƏNİYEV

XÜLASƏ

Təqdim olunan məqalə özlü-elastiki qeyri-bircins qrunlarla təmasda olan boyuna çubuqlarla möhkəmləndirilmiş ortotrop silindrik qabıqdan təşkil olunmuş istinad divarlarının sərbəst rəqslərinin tədqiqinə həsr olunmuşdur. Hamilton-Ostrogradskinin variyasiya prinsipindən istifadə etməklə özlü-elastiki qeyri-bircins qrunlarla təmasda olan boyuna çubuqlarla möhkəmləndirilmiş ortotrop silindrik qabıqdan təşkil olunmuş istinad divarlarının sərbəst rəqslərini təyin etmək üçün tezlik tənliyi qurulmuş və kökləri ədədi üsulla tapılmışdır. Tapılmış köklərə sistemi xarakterizə edən fiziki və mexaniki parametrlərin təsiri öyrənilmiş və xarakterik əyrilər qurulmuşdur.

Açar sözlər: ortotrop örtük, istinad divarı, sərbəst rəqs, qeyri-bircins qrun, variyasiya prinsipi, rəqs tezliyi.

**FREE VIBRATIONS OF RETAINING WALLS CONSISTING
OF LONGITUDINALLY SUPPORTED ORTHOTROPIC CULINDRICAL
SHELLS IN CONTACT WITH A HETEROGENEOUS VISCOELASTIC SOLI**

F.S.LATIFOV, D.S.GANIEV

SUMMARY

This article is devoted to the study of one of the dynamic strength characteristics of the frequency of natural oscillations of a retaining wall, consisting of two orthotropic cylindrical shells in contact with a heterogeneous viscoelastic soil and reinforced with discretely distributed longitudinal rods. Using the Hamilton-Ostrogradsky variational principle to find the oscillation frequencies of the retaining walls, a frequency equation was constructed, its roots were found, and the effects of the physical and geometric parameters characterizing the system were studied. The contact conditions are taken into account joint work on the contact line of two cylindrical shells. Built characteristic curves of dependence.

Keywords: orthotropic shell, retaining wall, free oscillations, heterogeneous soil, principle of variation, frequency of oscillation.

Поступила в редакцию: 15.03.2019 г.

Подписано к печати: 16.10.2019 г.