BAKI UNİVERSİTETİNİN XƏBƏRLƏRİ

№3 Fizika-riyaziyyat elmləri seriyası 2019

XAOS VƏ ONUN İDARƏ OLUNMASI

R.A.NURİYEV
Azərbaycan MEA Fizika İnstitutu
rus.nuriyev.74@mail.ru

Bu məqalədə məqsəd dinamik sistemlərdə deterministik xaos, xaosun idarə olunması üsulları haqqında, o cümlədən xaotik rəqslərin sinxronlaşması barədə məlumatların qısa icmalını təqdim etməkdir.

Açar sözlər: sinxronlaşma, xaotik ossilyatorlar, Ot-Greboji-York metodu, Deterministik xaos.

1. Deterministik xaos

Deterministik xaos [1-3] deyəndə nə başa düşülür? Əvvəlcə ayrı-ayrılıqda cavab verməyə çalışaq ki, deterministiklik və xaos nə deməkdir, sonra isə deterministik xaos ifadəsinin məzmununa aydınlıq gətirək. Deterministiklik deyəndə təbiətdə səbəb və nəticə arasında qarşılıqlı birmənalı əlaqə başa düşülür. Başqa sözlə, əgər hər hansı bir sistemin başlanğıc vəziyyəti hər hansı bir $t = t_0$ zaman anında məlumdursa, bu sistemin istənilən $t > t_0$ zaman anında vəziyyəti bir mənalı olaraq təyin edilir.

İndi isə qısaca xaos nədir sualına cavab verməyə çalışaq. Bu məqsədlə məşhur Broun hissəciklərinin hərəkətini xatırlayaq. Bu hissəciyi $t = t_0$ anında maye məhlula yerləşdirək və mikroskop vasitəsilə onun koordinatlarını bərabər zaman anından sonra fiksasiya edək. Asanlıqla müşahidə etmək olar ki, maye molekullarının təsadüfi zərbələri nəticəsində Braun hissəciyi müxtəlif istiqamətlərdə qeyri-requlyar hərəkət edəcək və hərəkət trayektoriyası da çox mürəkkəb olacaq. Eksperimenti hissəciyin başlanğıc vəziyyətini mümkün qədər dəqiq təkrar etməklə bir neçə dəfə də həyata keçirək. İki əsas nəticəyə gəlmək olar: *birinci nəticə* – hər dəfə alınır ki, hissəciyin trayektoriyası mürəkkəbdir və qeyri-periodikdir; *ikinci nəticə* – eksperimentdə hissəciyin başlanğıc vəziyyətinin mümkün qədər dəqiq fiksasiya edilməsinə baxmayaraq hər dəfə yeni trayektoriya alınır. Braun hissəciyinin hərəkəti xaotik trayektoriyalar haqqında kifayət qədər dolğun məlumat verir: hissəcik qabaqcadan hesablanması mümkün olmayan trayektoriyalar boyunca təsadüfi hərəkət edir. Bu mənada Braun hissəciyinin hərəkətini xaotik adlandırmaq olar. Yəni xaos, xaotik hərəkət deyiləndə ilk növbədə trayektoriyanın qabaqcadan hesablana bilməməsi və eyni başlanğıc şərtlərə baxmayaraq trayektoriyanın təkrar oluna bilməməsi başa düşülür. Beləliklə, o nəticəyə gəlirik ki, deterministlik və xaos bir-birinə əks qütblərdə yerləşən anlayışlardır [3-7]. Belə ki, deterministlik sistemin trayektoriyasının əvvəlcədən hesablana bilməsi və eyni başlanğıc şərtləri altında trayektoriyanın təkrarlanması anlamına gəlirsə, xaotiklik bunun tam əksini özündə ehtiva edir. Belə halda bir-birinə əks qütblərdə yerləşən iki konsepsiyanı-deterministlik və xaotiklik anlayışlarını necə birləşdirmək olar? Bu suala cavab vermək üçün əvvəlcə trayektoriyanın stabillik və ya qeyri-stabillik anlayışlarını daxil edək.

2. Stabillik, qeyri-stabillik və qeyri-xəttilik

Sistemin tarazlıq və ya sükunət vəziyyətində olduğunu fərz edək. Əgər sistemi bu vəziyyətdən çıxarsaq, bəzi hallarda sistem müəyyən relaksasiya vaxtından sonra yenə də tarazlıq vəziyyətinə qayıdır. Bu halda qəbul olunur ki, sistemin vəziyyəti stabildir, yəni dayanıqlıdır: sistemin başlanğıc vəziyyətinin kiçik həyəcanlanmaları zaman keçdikcə sönür. Əgər kiçik həyəcanlamalar zaman keçdikcə artırsa, sistem dayanıqlığını itirir və bu halda onun vəziyyəti qeyri-stabildir.

Qeyd edildiyi kimi, qeyri-stabil sistemlərdə kiçik həyacanlanmalardan sonra sistem tarazlıq vəziyyətindən uzaqlaşır, başqa sözlə həyəcanlanmalar getdikcə artır. Sual olunur ki, belə artım nə qədər davam edə bilər. Aydındır ki, belə vəziyyət sonsuzluğa qədər davam edə bilməz, çünki real həyatda bu baş verə bilməz. Belə ki, hər hansı prosesin amplitudunun artması sonsuzluğa gedə bilməz. Deməli, gec-tez bu artımı məhdudlaşdıra bilən bir qeyri-xətti mexanizm işə düşəcək. Sistemin enerji resursları sonsuz deyil deyə, bir müddət sonra amplitudun artması ya dayanmalı, ya da azalmalıdır. Böyük amplitudlarda isə sistemdə qeyri-xəttiliyin təzahürləri özünü bununla büruzə verir. Başqa sözlə, qeyri-xətti sistemin özünü necə aparması onun vəziyyətindən asılıdır. Tutaq ki, sistemin tarazlıq vəziyyətindən uzaqlaşma amplitudu

$$\frac{dx}{dt} = ax - bx^3 \tag{1}$$

tənliyi ilə hesablana bilər. Burada a və b müəyyən müsbət əmsallardır.

Bu halda x-in vahiddən çox kiçik qiymətlərində bx^3 həddini nəzərə almamaq olar, yəni belə vəziyyətdə həlledici həll xətti ax olur ki, bu da amplitudun qeyri-məhdud artmasına gətirib çıxarır. Amma nəzərə almaq lazımdır ki, amplitud artanda artıq qeyri-xətti bx^3 həddi əhəmiyyət kəsb etməyə başlayır və ona görə də əslində zamanın böyük qiymətlərində amplitud stasionar həllə yaxınlaşır, yəni amplitudun dəyişməsi dayanır. Beləliklə, proses yenidən təkrar oluna bilər və bu cür sistemlər dinamikalarını öz-özünə idarə edə bilmək qabiliyyətinə malikdirlər. Sistemin dinamikası onun cari vəziyyətindən əsaslı dərəcədə asılıdır [4-10].

Beləliklə, qeyri-xəttilik hesabına sistemin trayektoriyasının məhdudlaşdırılması sistemi əvvəlki vəziyyətinə qaytara bilər, daha doğrusu o vəziyyətin yaxın ərtafına, çünki sistemin başlanğıc vəziyyəti qeyri-stabildır. Sonra proses yenidən təkrarlanır.

Dinamik sistemlərin nəzəriyyəsindən aydındır ki, bu halda ikiölçülü fəzada yalnız stabil periodik trayektoriyalar mövcud ola bilər. Digər hallarda isə sistemin dinamikası ona gətirib çıxarır ki, sistemin trayektoriyaları kəsişir, bu isə verilmiş başlanğıc şərtlər daxilində həllin yeganəlik teoreminə ziddir.

3. Deterministik xaos və qarışdırma

Bu faktı nəzərə alaraq sistemin dinamikasına üçölçülü fəzada baxaq. Bu halda da iki variant mövcuddur. Birinci halda sistemin trayektoriyası mürəkkəb əyrilər üzrə hərəkət etdikdən sonra başlanğıc vəziyyətə qayıdır və sistemin dinamikası qapalı, amma mürəkkəb əyri üzrə həyata keçir. Başqa sözlə, sistemin dinamikası periodikdir. İkinci halda isə trayektoriyanın qapanması baş vermir, dinamika isə qeyri-periodikdir [1-3]. Bu hal isə deterministik xaos rejiminə uyğun gəlir. Doğrudan da bu halda sistem deterministikdir, çünki sistemin gələcəyi birmənalı olaraq onun başlanğıc vəziyyəti ilə təyin olunur; eyni zamanda sistemin dinamikası qeyri-periodikdir, mürəkkəbdir. Bu hal daha çox təsadüfi, ehtimal proseslərə oxşayır. Bununla belə bu sistemlər təsadüfi sistemlərdən mühüm bir xarakteristikası ilə fərqlənir: deterministik xaos prosesi təkrar olunandır! Doğrudan da sistemin başlangıc şərtlərini dəqiq təkrar etməklə sistemin, nə qədər mürəkkəb olursa-olsun trayektoriyasını da təkrar etmək olar.

Deterministik xaos nümayış etdirən sistemlərin digər mühüm bir xüsusiyyəti isə onun trayektoriyalarının fəzanın verilmiş hissəsində yayılaraq onu doldurmasıdır. Belə proses daha çox xırda mürəkkəb damcısının stəkandakı suyu qaşıqla qarışdırdıqda onun həcmini bərabər şəkildə yüngül boyamasına bənzəyir. Bu xüsusiyyət də sistemdə olan qeyri-stabillik ilə sıx bağlıdır. Bu proses dissipativ, yəni enerji itkisinin olduğu sistemlərdə özünü qabarıq şəkildə büruzə verir.

Beləliklə, qeyri-stabil deterministik qeyri-xətti sistemlərdə sistemin gələcək trayektoriyasını qabaqcadan söyləmək mümkündür, bir şərtlə ki, başlanğıc vəziyyət dəqiq məlum olsun. Əgər başlanğıc vəziyyətin təyin olunmasında müəyyən qeyri-dəqiqlik varsa belə proqnozlar özünü doğrultmur. Yuxarıda gətirdiyimiz stəkandakı su və mürəkkəb damcısı eksperimentində mürəkkəb damcısını xırda çay qarası ilə əvəz etsək dediyimizin mənası daha da aydınlaşar. Çay qarası başlanğıc şərtlərinin dəqiq verilməsi anlamına gəlir; bu halda suyu qatışdırdıqda çay qarasının trayektoriyasını mayenin istənilən nöqtəsində dəqiq hesablamaq olar. Xırda mürəkkəb damcısı isə başlanğıc şərtlərinin verilməsində qeyri-dəqiqliyin nümunəsidir. Mayeni qarışdırdıqda alınan dinamika əsl xaosa uyğun gəlir. Bu proses daha çox təsadüfi, ehtimal hadisələrinə uyğun gəlir. Beləliklə, deterministik xaos nümayiş etdirən dinamik sistemlərin əsas xüsusiyyəti belə sistemlərin başlanğıc şərtlərinin verilməsindəki çox cüzi qeyridəqiqliyə yüksək həssaslıq nümayiş etdirməsidir. Məhz belə bir həssaslıq sistemin trayektoriyasının proqnozlaşdırılmasının mənasızlığına və dinamik sistemlərin öyrənilməsində ehtimal nəzəriyyəsinin tətbiqinə imkan yaradır. Bu mənada deterministik xaos hadisəsi o anlama gəlir ki, bu zaman deterministik qanunlarla idarə olunan sistemlərdə təsadüfi, küyəbənzər və ehtimal nəzəriyyəsinin predmeti olan xaos yaranır.

Qeyd edək ki, sistemin başlanğıc şərtlərinin verilməsindəki qeyri-müəyyənlik fiziki proseslər baxımından realistik hadisədir. Doğrudan da, istənilən ölçmə cihazı bu ölçmələri müəyyən xətalarla həyata keçirir. Bu isə o deməkdir ki, başlanğıc şərt kimi əslində başlanğıc nöqtə yox, onun ətrafında bu xətaya uyğun xırda oblast götürülməlidir. Bu isə stəkandakı suya atılmış xırda mürəkkəb damcısı kimi əsl xaosa gətirib çıxarır.

Beləliklə, belə nəticəyə gəlmək olar ki, dissipativ qeyri-xətti sistemlərdə deterministik xaos mümkündür və bu hal kifayət qədər ümumiləşmiş hadisə olmalıdır. Hal-hazırda bu hadisənin möhkəm nəzəri bünövrəsi var və elmin müxtəlif sahələrində, məsələn, fizikada, kimyada, biologiyada, iqtisadiyyatda, sosiologiyada, tibbdə çoxsaylı eksperimentlər xaosun mövcudluğuna dəlalət edir [11-22]. Başqa sözlə deterministik xaos riyazi ekzotika deyil, real dünyada geniş müşahidə olunan bir hadisədir.

Qeyd edək ki, deterministik xaos ilk dəfə meteorologiya elmində hava proqnozu ilə bağlı araşdırmalar hələ 1963-cü ildə Lorenz tərəfindən kəşf olunsa da, bu kəşfə vaxtında bir çox hallarda olduğu kimi lazımi diqqət yetirilməmişdi. Bunun əsas səbəblərindən biri müəyyən mənada elmi araşdırmalarda o vaxtlar xətti yanaşmanın hakim olması ilə bağlı idi. O vaxtlar hər hansı bir ölçü kəmiyyətinin özünü xaotik aparmasını fluktuasiyalarla, ölçmələrin qeyri-dəqiqliyi ilə və sair səbəblərlə izah edirdilər. Heç kim qəbul etmirdi ki, bu xaotiklik qeyri-xətti sistemin daxili dinamikasının təzahürü ola bilər. Yalnız XX əsrin sonlarına yaxın elmi araşdırmalarda qeyri-xəttilik prinsipinin geniş yayılmasından sonra xaotik dinamika istisnasız olaraq elmin bütün sahələrində özünün layiqli yerini tutdu. Riyazi cəhətdən dissipativ sistemlərin trayektoriyaları zaman sonsuzluğa yaxınlaşanda attraktorda cəmlənir. Stabil sistemlər üçün attraktor rolunu tərpənməz nöqtə oynayır; stabil periodik sistemlər üçün attraktor limit siklinə çevrilir. Əvvəllər belə hesab olunurdu ki, attraktor anlayışı yalnız stabil sistemlərə aid edilə bilər. İndi məlum olur ki, bu anlayış həm də deterministik xaos nümayiş etdirən qeyri-xəttə sistemlərə də şamil oluna bilər. Bu fakt ondan irəli gəlir ki, belə sistemlərdə də trayektoriyalar zaman keçdikcə fəzanın məhdud oblastında yerləşirlər. Amma qeyd etmək lazımdır ki, deterministik xaos sistemlərində attraktor müəyyən qəribə xüsusiyyətlərə malikdir. Belə ki, bu attraktorların trayektoriyası qeyri-periodikdir, yəni trayektoriyalar qapanmırlar və onlar qeyri-stabil şəraitdə özlərini göstərirlər. Bu səbəblərdən deterministik xaos sistemlərində attraktoru qəribə attraktor adlandırırlar. Belə qəribəlik özünü bir sıra kəmiyyətlərdə büruzə verir.

Belə ki, qeyd olunduğu kimi, qəribəliyin ən əsas meyarlarından biri sistemin trayektoriyalarının eksponensial qeyri-stabilliyidir. Başqa sözlə trayektoriyaların kiçik həyəcanlanması zaman keçdikcə eksponensial şəkildə artmalıdır. Bu isə o deməkdir ki, trayektoriyaların həyəcanlanma tempini göstərən eksponensial əmsal müsbət olmalıdır.

Riyazi cəhətdən, trayektoriyanın başlanğıc həyəcanlanması $x(0)$ zaman keçdikcə

$$x(t) = x(0)\exp(\lambda t)$$

qanunu ilə artmalıdır. Burada λ eksponensial əmsaldır. Bir çox hallarda isə ona Lyapunov əmsalı da deyirlər. Bu əmsalın müsbət olması deterministik xaosun əmələ gəlməsi üçün əsas şərtdır. Deterministik xaos sistemlərinin trayektoriyasının qeyri-periodik olması ona gətirib çıxarır ki, belə sistemlərin spektri bütöv olur; məlumdur ki, periodik trayektoriyalar üçün spektr əsas tezlikdən və onun harmonikalarından ibarət xətlərdən təşkil olunmuşdur. Deterministik xaos sistemlərinin trayektoriyası qeyri-periodik olduğundan bu trayektoriyaların müxtəlif hissələri arasında korrelyasiya çox aşağıdır. Deterministik xaos sistemlərinin qəribəliklərindən biri də onların attraktorunun ölçüsünün tam ədədlərlə deyil, kəsr ədədlərlə ifadə olunmasıdır. Nümunə üçün xatırladaq ki, nöqtəvi attraktorun ölçüsü sifir, xəttin ölçüsü 1, müstəvinin ölçüsü 2-dir və s. Deterministik xaos sistemlərinin ən məşhur nümunələrindən biri olan Lorens attraktorunun ölçüsü (sistemin parametrlərinin çox tez-tez istifadə olunan qiymətlərində) isə 2.06-ya bərabərdir. Deterministik xaos sistemlərinin yuxarıda qısa şəkildə sadalanan səciyyəvi xüsusiyyətləri belə sistemləri ehtimal nəzəriyyəsində, statistikada öyrənilən təsadüfi sistemlərə bənzədir. Bu mənada deterministik xaos sistemləri təsadüfi ədədlər, küy yarada biləcək generatorlar kimi də qəbul edilə bilər.

4. Xaosun idarə olunması

Xaosun idarə olunması ideyası [23-29] haqqında qısaca məlumat veriləcək. Xaosun zərərli və ya xeyirli bir hadisə olmasını əvvəlcədən söyləmək düzgün olmaz. Bu, belə dinamikadan hansı kontekstdə söhbət getməsindən asılıdır. Məsələn, xaos kimyəvi reaksiyaların sürətinin artırılmasında, bir sıra hallarda istilik və kütlə mübadiləsinin artırılmasında müsbət rol oynaya bilər. Bəzi hallarda isə xaotik dinamika arzuolunmazdır. Məsələn, konstuksiyaların qeyri-requlyar, xaotik vibrasiyası onların zədələnməsində və sıradan çıxmasında əlavə mənfi rol oynaya bilər. Bundan əlavə, fəlsəfi anlamda xaotik sistemlərin qeyri-müəyyənliyi psixoloji durumda əlavə gərginlik mənbəyi ola bilər.

Bu səbəblərdən xaosun idarə olunmasının, yəni xaotik dinamikanın daha intensiv olmasının və ya onun aradan qaldırılmasının mühüm praktiki və nəzəri əhəmiyyəti var. Praktiki mənada xaosun idarə olunması xaotik rəqslərin kvaziperiodik, periodik rəqslərə və ya stasionar vəziyyətə çevrilməsini ehtiva edir. Bəzi hallarda xaotik dinamikanın intensivləşdirilməsi xaosun anti-kontrolu adlanır.

Son illər intensiv şəkildə araşdırılan bu elm sahəsinin başlanğıcı keçən əsrin 90-cı illərinə təsadüf edir. Xaosun idarə olunması faktiki olaraq 1990-cı ildən həyata keçirilir. Bu nəzəriyyənin başlanğıcı amerikan fizikləri Ot-Greboji-York (OGY) tərəfindən qoyulmuşdur [23,30]. O vaxtdan xaosun idarə olunması termini fundamental şəkildə elmi leksikona daxil olmuşdur. Qeyd olunduğu kimi, xaotik dinamikada sistem başlanğıc şərtlərinə xüsusi həssaslıq nümayiş etdirir. Başqa sözlə, sistemin parametrlərinin xaos yaradan qiymətlərində başlanğıc şərtlərinin cüzi həyəcanlanması zaman keçdikcə eksponensial şəkildə artmağa başlayır. Məhz bu cür hiperhəssaslıq xaosun idarə olunmasında kritik əhəmiyyətə malikdir. OGY metodu elə bu cür həssaslığa söykənir. Hal-hazırda bu metod və onun variasiyaları elmin müxtəlif sahələrindəki, o cümlədən ürək və beyində mümkün olan xaotik dinamikanın idarə olunmasında müvəffəqiyyətlə tətbiq olunur. Riyazi mənada xaosun idarə olunması bir çox dinamik sistemlərdə sınaqdan çıxarılmışdır. Zamana görə xaotiklik nümayiş etdirilən sistemlər tətbiq üçün daha tez-tez istifadə olunur. Bu sistemlər adətən adi törəməli diferensial tənliklərlə təsvir olunur və fəza ölçüsü sonludur. Məxsusi törəməli diferensial tənliklər sistemi həm zamana, həm də fəzaya görə xaotik dinamikanın təsvir olunmasında tətbiq edilir. Bu cür sistemlər sonsuz fəza ölçüsünə malikdir. Qeyd etmək lazımdır ki, funksional diferensial tənliklərin bir qolu olan zamana görə gecikən sistemlər də sonsuz fəza ölçüsünə malik sistemlərin təsvir olunmasında geniş istifadə olunur. Bu məqalə məhz belə sistemlərdə xaotik dinamikanın idarə olunmasının bir növü olan xaotik sistemlər arasında sinxronlaşmaya həsr olunub.

Xaosun idarə olunmasına dair ilk yanaşma olan OGY metoduna qayıdaraq qeyd edək ki, istənilən idarə olunmada məqsəd olan obyektin stabilləşdirilməsi çox vacibdir. Tutaq ki, məqsəd özündə xaotik dinamikanın periodik rəqsə çevirilməsini və bu rəqsin stabilləşdirilməsini ehtiva edir. Xaotik dinamikanın idarə olunmasında məsələnin bu cür qoyuluşu təbiidir, çünki belə dinamika əslində sonsuz sayda periodik rəqslərin toplumudur. Başqa sözlə, belə rəqslər xaotik dinamikanın karkasını (arxitekturasını) təşkil edir və sistemin xaotik oblastda hərəkəti bu periodik rəqslər arasında keçidləri də özündə ehtiva edir. Sözsüz ki, qeyri-xətti sistemin bu periodik orbitlər üzrə performansı (müəyyən kriteriyalara görə) fərqlənəcək. Situasiyadan asılı olaraq sistemin bu və ya digər periodik orbit üzrə hərəkəti əlverişli ola bilər. Başqa sözlə, sistemin fəaliyyətini müəyyən meyarlara görə optimallaşdırmaq olar. Bunun üçün tələb olunan isə sistemi bu və ya digər «lazımi» periodik orbitlər üzrə hərəkət etməyə «məcbur etməkdir». Beləliklə, OGY metod qeyri-xətti sistemin fəaliyyətini optimallaşdırmağa imkan verir. Tutaq ki, sistemin fəaliyyəti müəyyən orbit üzrə müşahidəçini qane edir. Onda qarşıda duran əsas məqsəd həmin orbit üzrə sistemin stabil hərəkətini təmin etməkdir. Erqodik nəzəriyyəyə görə sistem gec-tez «sərfəli» orbitə yaxınlaşacaq və keçid edəcək. Bu keçid baş verən kimi sistemin parametrlərinin və ya dinamik dəyişənlərin kiçik həyəcanlanmalarının köməyilə sistemi həmin trayektoriya üzrə hərəkətə məcbur etmək olar. Qeyd edək ki, periodik orbitlər arasındakı keçidləri də kiçik həyəcanlanma üsulu ilə sürətləndirmək olar. Əgər sistemdə küy, xarici stoxastiklik varsa bu əməliyyatları bir neçə dəfə təkrar etmək lazım gələcək. Göründüyü kimi, OGY metod çox geniş yayılmış qeyri-xətti sistemlərin fəaliyyətinin optimallaşdırılmasında böyük imkanlara malikdir. Əlavə olaraq qeyd etmək lazımdır ki, xaosun idarə olunmasında istifadə olunan OGY metodda qeyri-xətti sistemin hərəkət tənliklərini bilmək tələb olunmur. Bu fakt tətbiq nöqteyi-nəzərindən çox böyük əhəmiyyətə malikdir, çünki real eksperimentdə və ya mürəkkəb sistemlərin idarə olunmasında belə tənliklərin tərtib olması həddən artıq çətindir, bəzi hallarda isə demək olar ki, qeyri-mümkündür.

Təcrübələr göstərir ki, OGY metod əsasən diskret dinamik sistemlərdə daha yaxşı nəticələr verir. OGY metodu $\lambda\tau >> 1$ şərtinin ödənildiyi periodik orbitlər üçün daha effektivdir. Burada λ stabilləşdirilən periodik orbit üçün maksimal Lyapunov əmsalıdır; τ isə sistemin idarə olunması zamanı parametrlərin dəyişməsi arasındakı zaman intervalıdır. Parametrlərin diskret dəyişməsi zamanı idarə olunmanın effektliyi küyü də nəzərə aldıqda azala bilər, hətta idarəetmə nəticəsiz qala bilər. OGY metodunun bu cür fundamental çatışmazlıqları ona gətirib çıxardı ki, fasiləsiz əks-əlaqə rabitəsinə malik idarəetmə metodları geniş yayılmağa başladı. İlk dəfə belə yanaşma Pyragasın işlərində tətbiq olunmuşdur [31-33]. Burada sistemin parametrlərinin kiçik həyəcanlanmaları fasiləsiz tətbiq olunur. Sözsüz ki, izafi xərc baxımından fasiləsiz yanaşma effektiv olmaya bilər, amma əsas məqsəd – idarəetmə həyata keçirilir. Fasiləsiz həyəcanlanmalar metodunun OGY metodundan prinsipial bir fərqini də qeyd etmək yerinə düşər. OGY metodunda qeyri-xətti sistemin trayektoriyasının lazımi periodik orbitə yaxınlaşmasını gözləmək lazım gəlir ki, bu yaxınlaşmadan sonra kiçik həyəcanlanmaları tətbiq edə biləsən. Fasiləsiz həyəcanlanmalar metodunda isə belə gözləməyə ehtiyac yoxdur, həyəcanlanmalar istənilən zaman anında tətbiq oluna bilər.

5. Xaotik rəqslərin sinxronlaşması

Avtorəqslərin sinxronlaşması qeyri-xətti fizikada fundamental problemlərdən biridir və artıq Hüygensin vaxtından bir neçə yüz ildir ki, tədqiqatçıların diqqətini cəlb edir. Xatırlayaq ki, Hüygens ilk dəfə bu hadisəni bir-bir ilə əlaqəli mexaniki sistemlərin-rəqqas saatların timsalında araşdırmışdı. Son onilliklər bu sahədə araşdırmaların mərkəzi xaotik rəqslərin sinxronlaşmasına yönəldilmişdir ki, bu da qeyri-xətti fizikada deterministik xaosa və onun müxtəlif sahələrdə tətbiqi ilə bağlı diqqətdən irəli gəlir. Bu mənada xaotik rəqslərin sinxronlaşması sahəsi dinamik xaos nəzəriyyəsinin davamı olaraq meydana çıxmışdır. Bu sahənin intensiv inkişafı onun həm fundamental, həm də praktiki əhəmiyyəti ilə bağlıdır [34]. Belə ki, xaotik rəqslərin sinxronlaşması məxfi informasiya mübadiləsində, bir sıra bioloji, fizioloji, kimyəvi proseslərdə əsas rol oynayır [34]. Bu sahə həm də xaosun idarə olunması nöqteyi-nəzərindən mühüm əhəmiyyətə malikdir. Bir sözlə, xaotik rəqslərin sinxronlaşması həm fiziki aləmdə, həm də canlı aləmdə mühüm rola malikdir. Burada canlı orqanizmlərdə nəfəsalma və ürək-damar sistemi arasında əlaqə, beyində neyronların sinxronlaşmasının bir sıra hallarda, məsələn, epilepsiya xəstəliyində rolu, xarici stimulların beyinə təsiri və s. prosesləri xatırlamaq olar. Amma yadda saxlamaq lazımdır ki, bu sadalananlar xaotik rəqslərin sinxronlaşmasının aid olduğu sahələrin çox cüzi bir hissəsidir. Son illər qeyd olunan sahələrlə yanaşı xaotik rəqslərin sinxronlaşmasının məxfi informasiya emalı sistemlərində tətbiqi də intensiv tədqiq olunan sahələrdəndir. Qeyd etmək zəruridir ki, bu sahədə işlər artıq nəzəri, modelləşdirmə müstəvisindən praktiki müstəviyə keçməkdədir. Özü də bu yeni yanaşma əsasında mövcud infrastukturdan bəhrələnərək məxfi informasiyanın ötürücü stansiyada onlarla kilometr məsafəyə kodlaşdırılaraq ötürülməsi və qəbuledici stansiyada isə stansiyalar arasında sinxronlaşma hesabına məxfi informasiyanın dekodlaşdırılması artıq reallıqdır. Bir çox hallarda belə yanaşma ötürücü və qəbuledici stansiyalar arasında identik (tam) sinxronlaşmaya əsaslanır [34-35]. Bu isə ötürücü və qəbuledici sistemlər arasında parametr dəqiqliyinə olan tələbləri daha sərtləşdirir. Bu mənada xaotik rəqslərin sinxronlaşmasının yeni növlərinin kəşfi bu cür sərt tələbləri yumşalda bilmişdır. Yeni sinxronlaşma növləri arasında aşağıdakıları qeyd etmək olar: faza sinxronlaşması [36-37], ümumiləşmiş sinxronlaşma [38], gecikən sinxronlaşma [37], qabaqlayıcı sinxronlaşma [39], küy hesabına sinxronlaşma [40]. Yeni sinxronlaşma növlərindən istifadə xaos əsasında kommunikasiya sistemlərində informasiya mübadiləsi proseslərini daha da təkmilləşdirməyə imkan verəcək. Qeyd etmək yerinə düşər ki, xaos əsasında ötürülən informasiyanın maskalanması informasiyanın qorunmasının stenoqrafik metoduna aid edilə bilər. Belə metodda kriptoqrafik informasiya müdafiəsi metodundan fərqli olaraq, informasiyanın özü yox, onun ötürülməsi faktı gizlədilir.

İndi isə yuxarıda qeyd edilən bir sıra sinxronlaşma növləri haqqında bir az geniş məlumat verək. Tam (identik) sinxronlaşma rejimi birtərəfli və ya qarşılıqlı təsirdə olan sistemlərin dinamikasının tam üst-üstə düşməsi ilə xarakterizə olunur: $x(t) = y(t)$ [34-35]. Ona görə də adətən belə sinxronlaşma sinxronlaşan sistemlərin parametrlərinin identik qiymətlərində baş verir. Əgər sistemlərin parametrləri bir az fərqlənirsə, o halda gecikən sinxronlaşma rejimi [37] mövcud ola bilər. Bu halda sinxronlaşan sistemlərin dinamikası bir-biri ilə $x(t) = y(t+\tau)$ münasibəti ilə bağlıdır. Burada τ gecikmə zamanıdır. Qeyd edək ki, sistemlər arasında əlaqə intensivliyini artırsaq gecikmə zamanı τ sıfra yaxınlaşır və beləliklə, gecikən sinxronlaşma rejimi tam sinxronlaşma rejiminə çevrilir.

Diaqnostik məqsədlər üçün tam sinxronlaşma zamanı adətən sinxronlaşma xətası adlanan

$$\langle e \rangle = \int_0^{\infty} \| x(t) - y(t) \| dt \qquad (2)$$

kəmiyyəti hesablayırlar. Bir çox hallarda isə sinxronlaşma xətası kimi elə

$e(t) = x(t) - y(t)$ qəbul edilir.

Ümümiləşmiş sinxronlaşmada [38] isə keçici proseslərdən sonra sinxronlaşan sistemlərin dinamikası arasında funksional əlaqə yaranır:

$$y(t) = F(x(t)). \tag{3}$$

Ümumi halda $F(x(t))$ funksiyasının forması çox mürəkkəb ola bilər və onun müəyyənləşdirilməsi isə kifayət qədər vaxt aparan prosedurdur. Xaotik rəqslər arasında ümumiləşmiş sinxronlaşma rejimini diaqnostika etmək üçün ədəbiyyatda bir neçə metod mövcuddur: yaxın qonşuluq metodu, şərti Lyapunov əmsallarının hesablanması metodu və s. Amma praktikada adətən bir az sadə yanaşma-köməkçi sistem metodu daha geniş istifadə olunur. Bu metodun mahiyyətini aşağıdakı kimi təsvir etmək olar. İdarə olunan $y(t)$ sistemi ilə bərabər ona identik olan köməkçi $z(t)$ sistemi də araşdırılır. Başlanğıc şərtləri hər iki sistem üçün fərqli seçilir. Bu, məsələn, fluktuasiya nəticəsində baş verə bilər. Belə müxtəlifliyə baxmayaraq əgər keçici proseslərdən sonra idarə olunan $y(t)$ və köməkçi $z(t)$ sistemlərin dinamikası üst-üstə düşürsə qəbul olunur ki, idarə edən $x(t)$ və idarə olunan $y(t)$ sistemlər arasında ümumiləşmiş sinxronlaşma mövcuddur: $y(t) = F(x(t))$. Qeyd edək ki, idarə edən $x(t)$ sistemi həm də idarə olunan $y(t)$ sisteminin kopiyasını $z(t)$ da idarə edir. Başqa sözlə həm də $z(t) = F(x(t))$ funksional münasibəti mövcuddur. Bir sözlə, idarəolunan və köməkçi sistemlərin dinamikasının ekvivalentliyi ümumiləşmiş sinxronlaşmanın mövcudluğu üçün əsas şərtdir.

Sinxronlaşma rejiminin analizini həm də şərti Lyapunov əmsalının hesablanması vasitəsilə də həyata keçirmək olar: Əgər idarəedən (drive system) və idarəedilən (response system) sistemlərin fəza fazasının ölçüləri N_d və N_r – dirsə, birtətəfli bağlantıya malik əlaqəli xaotik ossilyatorların dinamikası Lyapunov əmsallarının spekteri ilə xarakterizə oluna bilər. Birtərəfli bağlantıda idarəedən sistemin dinamikası idarəedilən sistemin vəziyyətindən asılı olmadığından, Lyapunov spektrləri iki yerə bölünə bilər: idarəedən sistemin Lyapunov spektri və idarəedilən sistemin şərti Lyapunov spektri. Bu halda ümumiləşmiş sinxronlaşmanın varlıq meyarı olaraq idarəedilən sistemin şərti Lyapunov əmsallarının ən böyüyünün mənfi olması qəbul edilir. Qeyd etmək olar ki, birtərəfli bağlantıya malik xaotik ossilyatorlar arasında tam sinxronlaşma və gecikən sinxronlaşma rejimi ümumiləşmiş sinxronlaşma rejiminin xüsusi halı kimi qəbul edilə bilər.

Faza sinxronlaşmasında [36-37] əlaqəli xaotik rəqslərin fazaları arasında müəyyən korrelyasiya yaranır, amplitudları isə özlərini tam sərbəst və xaotik aparırlar və heç bir korrelyasiyaya məruz qalmırlar. Kəmiyyət cəhətdən belə sinxronlaşmanı xarakterizə etmək üçün ani faza $\phi(t)$ anlayışından istifadə edilir. Ümumi halda isə elə bir universal üsul yoxdur ki, onun köməyilə bütün dinamik sistemlər üçün adekvat olan faza anlayışı daxil etmək mümkün olsun.

Beləliklə, faza sinxronlaşması zamanı ən geniş yayılmış yanaşmada qəbul edildiyi kimi xaotik siqnalların $x(t)$ və $y(t)$-nin fazalar fərqi zamana görə məhduddur:

$$\left|\phi_x(t)-\phi_y(t)\right|<\text{const.} \tag{4}$$

Belə sinxronlaşma adətən sistemlərin birtərəfli və ya qarşılıqlı əlaqələri hesabına baş verir.

İndi isə xaosun daha bir konstruktiv rolunu qeyd edək. Bu rol xaotik rəqslərin küyün vasitəsilə sinxronlaşmasıdır. Hadisənin mahiyyəti ondadır ki, kifayət qədər yüksək intensivliyə malik küyün bir-biri ilə əlaqəsi olmayan sistemlərə əlavə olunması nəticəsində bu sistemlər küyün hesabına öz dinamikalarını sinxronlaşdırır. Bu cür sinxronlaşma ilk baxışda intuitiv yanaşmaya zidd olsa da baş verə bilir. Adətən intuitiv olaraq düşünülür ki, küy yalnız destruktiv rola malik ola bilər. Gətirilən nümunə ona dəlalət edir ki, heç də həmişə intuitiv yanaşma düzgün qərarlara əsas ola bilməz [40].

Küy hesabına sinxronlaşmanın qısa, amma maraqlı tarixçəsi var. Küyün nizamlayıcı rolunu araşdıran tədqiqatçılar müşahidə etdilər ki, küyün təsiri ilə sistemin xaotikliyi azala bilər. Bu nəticə qeyri-xətti fizikada böyük polemikalara səbəb oldu. Müəlliflər tədqiqat obyekti kimi diskret logistik sistemi araşdırdılar [40]

$$x_{n+1}=4x_n(1-x_n)+\xi_n\,, \tag{5}$$

$$y_{n+1}=4y_n(1-y_n)+\xi_n\,. \tag{6}$$

Burada ξ_n [-W, W] intervalında paylanmış küyü göstərir. Araşdırmalar nəticəsində müəlliflər belə nəticəyə gəldilər ki, W-nın böyük qiymətlərində müxtəlif başlanğıc şərtlərindən başlayan trayektoriyalar eyni təbiətə malik küyün təsirindən öz dinamikalarını eyniləşdirirlər. Müəlliflər daha sonra nümayiş etdirdilər ki, belə vəziyyət həm diskret, həm də kəsilməz sistemlər, məsələn, Lorenz modeli üçün də mümkündür. Bu nəticə, yuxarıda qeyd edildiyi kimi ədəbiyyatda böyük polemikalara meydan açdı. Belə ki, mövcud baxışlara görə iki sistemin sinxronlaşması üçün ən böyük Lyapunov əmsalı mənfi olmalıdır. Logistik sistem üçün bu əmsal müsbət olduğundan baş verən sinxronlaşmanı kompüter hesablamalarının nəticəsinin yuvarlaqlaşması hesabına olduğunu iddia edənlər də var idi. Uzun polemikalardan sonra tədqiqatçılar belə bir ortaq məxrəcə gəldilər ki, baş verən sinxronlaşma həqiqətən də küyün hesabına həyata keçir. Sadəcə qəbul etmək lazımdır ki, küyün təsiri nəticəsində sinxronlaşan sistemlərdə yenidənqurma baş verir, sonra isə sistemlər öz vaxtlarının çox hissəsini əsasən stabillik oblastında (bu oblastda Lyapunov əmsalı mənfidir) keçirirlər və nəticədə qlobal mənada Lyapunov əmsalının mənfiliyi təmin edilir.

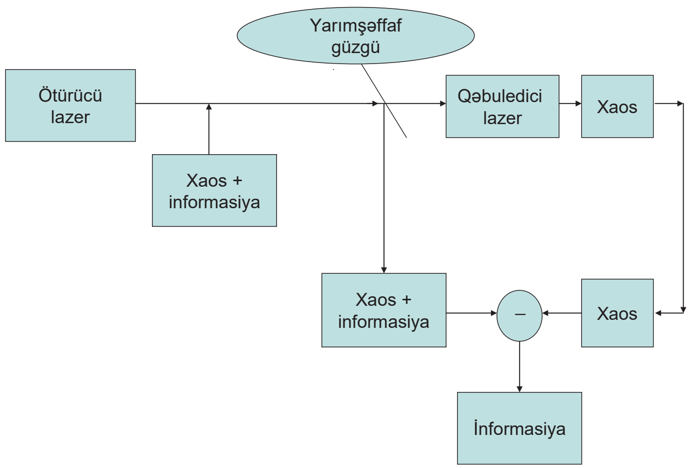
Sinxronlaşmanın digər növü isə proyeksiya sinxronlaşmasıdır [41-42].

Bu sinxronlaşma zamanı idarəedən x və idarə edilən y sistemlər aşağıdakı münasibəti ödəyirlər:

$$|kx - y| \to 0. \tag{7}$$

Sinxronlaşmanın bu növü ilk dəfə klassik Lorenz modelində həyata keçirilib.

Bir daha xaotik sinxronlaşmanın əsas tətbiq sahələrindən olan xaos əsasında məxfi informasiyanın ötürülməsi problemləri üzərində dayanaq. Qeyd edək ki, əsas sinxronlaşma növü kimi adətən tam (identik) sinxronlaşma təklif olunur. Bu cür sinxronlaşmada minimal tələb kimi azı iki identik generatorların (ötürücü və qəbuledici generatorların) olması vacibdir. Elmi ədəbiyyatda informasiyanın maskalanmasının bir çox üsulları tədqiq olunub. Bura xaos hesabına maskalanma, xaotik rejimlərin dəyişməsi, informasiya siqnalının xaotik siqnalla qeyri-xətti qarışdırılması, ötürücü generatorların parametrlərinin informasiya siqnalı ilə modulyasiya olunması və sair kimi üsullar daxildır. Son illər bu məsələnin praktiki əhəmiyyətinə həsr olunan bir sıra dərc olunmuş məqalələrdə [43-44] xaos əsasında informasiya emalının optik diapazonda müasir mövcud fiber-optik sistemlərinin istifadəsi əsasında perspektivliyindən söhbət gedir (şək. 1.1). Bu fakt – mövcud infrasrtukturdan istifadə oluna bilməsi praktiki cəhətdən çox böyük əhəmiyyətə malikdir. Bəzi çatışmazlıqlara gəlincə isə xüsusi olaraq vurğulamaq yerinə düşər ki, əsas problem informasiya emalında həlledici rola malik sinxronlaşmanın bərqərar olması vaxtı ilə bağlıdır. Bu vaxt xaotik sistemlər arasında parametr uyğunsuzluğuna, informasiya kanalında küyün təsirinə və sair bu kimi real eksperimentin təsirlərinə çox həssasdır.



Şək. 1. Xaosun kommunikasiya sistemlərində tətbiqi: ötürücü sistemdə xaosla maskalanmış mesaj ötürücü və qəbuledici sistemlərin sinxronlaşması hesabına qəbuledici sistemdə deşifrə oluna bilər. Şəkildəki yarımşəffaf güzgü şüa bölücüsü kimi istifadə olunur.

ƏDƏBİYYAT

1. Лоскутов А.Ю. Очарование хаоса // УФН, 2010, т.180, № 12, с.1305-1329
2. Кузнецов С.П. Динамический хаос и однородно гиперболические аттракторы: от математики к физике // УФН, 2011, т. 181, № 2, с.121-149
3. Шустер Г. Детерминированный хаос. М.: Мир, 1988, 240 с.
4. Mukherjee S., Ray, R., Samanta, R. et al. Nonlinearity and chaos in wireless network traffic // Chaos Solitons & Fractals, 2017, v. 96, pp.23-29
5. Li Y., Gu H. The distinct stochastic and deterministic dynamics period-adding and period-doubling bifurcations of neural bursting pattern // Nonlinear Dynamics, 2015, v. 87, No 4, pp. 2541-2562
6. Mandal P. S., Banerjee M. Deterministic chaos vs. stochastic fluctuations in an eco-epidemic model // Matemathical Modelling of Natural Phenomena, 2012, v. 7, No 3, pp. 99-116
7. Janson N.B. Non-linear dynamics of biological systems // Contemporary Physics, 2012, v. 53, No 2, pp. 137-168
8. Colombo G, Feckan M., Garay B.M. Inflated deterministic chaos and Smale's horseshoe // Journal of Difference Equations and Applications, 2012, v. 18, No 3, pp. 471-488
9. Masoliver J, Ros A. Integrability and chaos: classical uncertainity // European Journal of Physics, 2011, v. 32, No 2, pp. 431-438
10. Budroni M.A., Rustici M., Tiezzi, E. On the origin of chaos in the Belousev-Zabotinsky reaction in closed and unstirred reactors // Mathematical Modelling of Natural Phenomena, 2011, v. 6, No 1, pp.226-242
11. Blackbeard N., Erzgraeber H., Wieczorek S. Shear-induced bifurcations and chaos in three coupled lasers // SIAM Journal on Applied Dynamical Systems, 2011, v. 10, No 2, pp.469-509
12. Sahin S., Guzelis C., «Chaotification» of real systems by dynamic state feedback // IEEE Antennas and Propagation Magazine, 2010, v. 52, No 6, pp. 222-233.
13. Matilla-Garcia M., Ruiz Marin M. A new test for chaos and determinism based on symbolic dynamics // Journal of Economic Behavior and Organization, 2010, v. 76, No 3, pp.600-614
14. Dercole F., Rinaldi S. Evolutionary dynamics can be chaotic: a first example // International Journal of Bifurcation and Chaos, 2010, v. 20, No 11, pp.3473-3485
15. Petrovskii S, Morozov A., Malchow H. et al. Noise can prevent onset of chaos in spatiotemporal population dynamics // European Physical Journal B, 2010, v. 78, No 2, pp.253-264
16. Macek W.M. Chaos and multifractals in the solar wind // Advances in Space Research, 2010, v. 46, No 4, pp. 526-531
17. Iliopoulos A. C., Pavlos G. P. Global low dimensional chaos seismic chaos in the Hellenic region // International Journal of Bifurcation and Chaos, 2010, v. 20, No 7, pp.2071-2095
18. Karatasou S., Santamouris M. Detection of low-dimensional chaos in buildings energy consumption time series // Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, 2010, v. 15, No 6, pp.1603-1612
19. Navarro J., Arrieta C. Chaos in human behavior: the case of work motivation // Spanish Journal of Physiology, 2010, v. 13, No 1, pp. 244-256
20. El Boustani S., Destexhe A. Brain dynamics at multiple scales: can one reconcile the apparant low-dimensional chaos of macroscopic variables with the seemingly stochastic behavior of single neuron ? // International Journal of Bifurcation and Chaos, 2010, v. 20, No 6, pp.1687-1702
21. Jakimowicz A. Catastrophes and chaos in business cycle theory // Acta Physica Polonica A, 2010, v. 117, No 4, pp.640-646

22. Dhanya C., Kumar D. Nonlinear ensemble prediction of chaotic daily rainfall // Advances in Water Resources, 2010, v. 33, No 3, pp.327-347
23. Boccaletti S., Grebogi C., Lai Y. et al. The control of chaos: theory and applications // Physics Reports-Review Section of Physics Letters, 2000, v. 329, No 3. pp. 103-197
24. Din Q., Saeed U. Bifurcation analysis and chaos control in a host-parasitoid model // Mathematical models in the Applied Sciences, 2017, v. 40, No 14, pp.5391-5406
25. Chaurasia S., Sinha S. Suppression of chaos through coupling to a external chaotic system // Nonlinear Dynamics, 2017, v. 87, No 1, pp.159-167
26. Shahverdiev E.M. Controlling chaos in some laser systems via variable coupling and feedback time delays //International Journal of Modern Physics B, 2016, v. 30, No 25, Article Number 1650181, pp.1-12
27. Chen X., Jing Z., Fu X. Chaos control in a pendulum system with excitations and phase shift // Nonlinear Dynamics, 2014, v. 78, No 1, pp.317-327
28. Cong F., Wang Z. Hua H. et al. Controlling chaos in Bose-Einstein condensate // Journal of Experimental and Theoretical Physics, 2012, v. 114, No 3, pp.377-381
29. Wang T., Jia N. Chaos control and hybrid projective synchronization of several new chaotic systems // Applied Mathematics and Computation, 2012, v. 218, No 13, pp. 7231-7240
30. Ott E., Grebogi C., Yorke J. Controlling chaos // Phys. Rev. Lett, 1990, v. 64, pp.1196-1999.
31. Pyragas K. Continuous control of chaos by self- controlling feedback // Physics Lette A,1992, v. 170, No 6, pp.421-428
32. Pyragas K. Control of chaos via extended delayed feedback // Physics Letters A, 1995, v. 206, No 5-6, pp. 323-330
33. Pyragas K., Novicenko V. Time-delayed feedback control design beyond the odd-number limitation // Physical Review E, 2013, v. 88, No 1, Article Number 012903, pp.1-5
34. Boccaletti S., Kurths J., Osipov G. The synchronization of chaotic systems // Physics Reports-Review Section of Physics Letters, 2001, v. 366, No 1-2. pp.1-101
35. Vanwiggeren G., Roy R. Chaotic communication using time -delayed optical systems // International Journal of Bifurcation and Chaos, 1999, v. 9, No 11, pp.2129-2156
36. Rosenblum M., Pikovsky A., Kurths J. Phase synchronization in driven and coupled chaotic oscillators // IEEE Transactions on Circuits and Systems I-Fundamental Theory and Applications, 1997, v. 44, No 10, pp.874-881
37. Rosenblum M., Pikovsky A., Kurths J. From phase to lag synchronization in coupled chaotic oscillators // Physical Review Letters, 1997, v. 78, No 22, pp.4193-4196
38. Abarbanel H., Rulkov N., Sushchik M. Generalized synchronization of chaos : The auxiliary system approach // Physical Review E, 1997, v. 55, No 5, pp.4528-4535
39. Ciszak M., Mayol C., Mirasso C. R. et al. Anticipated synchronization in coupled complex Ginzburg-Landau systems // Physical Review E, 2015, v. 92, No 3, Article N 032911, pp. 1-6
40. Flandoli F., Gess B., Scheutzow M. Synchronization by noise // Probability Theory and Related Fields, 2017, v. 168, No 3-4, pp.511-556
41. Min F., Luo A. Complex dynamics of projective synchronization of Chua circuits with different scrolls // International Journal of Bifurcation and Chaos, 2015, v. 25, No 5, Article No 1530016, pp.1-8
42. Wei Z., Wang Z. Chaotic behavior and modified function projective synchronization of a simple system with one equilibrium point // Kybernetika, 2013, v. 49, No 2, pp.359-374
43. Argyris A., Syvridis D., Larger L. et al. Chaos-based communications at high bit rates using commercial fibre-optic links // Nature, 2005, v. 438, No 7066, pp.343-346
44. Paul J., Lee M., Shore K. 3.5-GHz siqnal transmission in an all-optical chaotic communication scheme using 1550-nm diode lasers // IEEE Photonics Technology Letters, 2005, v. 17, No 4, pp.920-922

ХАОС И ЕГО УПРАВЛЕНИЕ

Р.А.НУРИЕВ

РЕЗЮМЕ

В этой статье приводится краткий обзор о детерминированном хаосе в динамических системах, методах управления хаоса, а также о синхронизации хаотических колебаний.

Ключевые слова: синхронизация, хаотические осцилляторы, метод Отта-Гребоги-Йорка, детерминированный хаос.

CHAOS AND ITS MANAGEMENT

R.A.NURIYEV

SUMMARY

İn this paper our goal is to present a brief review of deterministic chaos, chaos control methods, including synchronization of chaotic ossilations in dynamical systems.

Keywords: synchronization, chaotic oscillators, Ott-Grebogi-Yorke method, Deterministic Chaos.

Redaksiyaya daxil oldu: 15.10.2019-cu il
Çapa imzalandı: 28.12.2019-cu il