УДК 517.956.35

СУЩЕСТВОВАНИЕ И АСИМПТОТИКА ГЛОБАЛЬНЫХ РЕШЕНИЙ СИСТЕМ УРАВНЕНИЙ КЛЕЙНА-ГОРДОНА

Г.ШАФИЕВА
Бакинский Государственный Университет,
Институт Математики и Механики НАН Азербайджана,
gulshan.shafiyeva@mail.ru

Рассмотрена задача Коши для полулинейных систем уравнений Клейна-Гордона с общей фокусирующей нелинейностью. Исследована потенциальная яма и глобальная разрешимость соответствующей задачи Коши, а также асимптотика полной энергии при $t \to +\infty$.

Ключевые слова. Система Клейна-Гордона, задача Коши, потенциальная яма, глобальная разрешимость.

В данной статье рассматривается следующая задача Коши для систем уравнений Клейна-Гордона:

$$u_{itt} - \Delta u_i + \alpha_i u_i + u_{it} = \sum_{j=1}^{m} a_{ij} \left| u_i \right|^{p-1} \left| u_j \right|^{p+1} u_i, \quad i = 1,...,m, \tag{1}$$

$$u_i(0,x) = \varphi_i(x),\ u_{it}(0,x) = \psi_i(x), \qquad i = 1,...,m, \tag{2}$$

где $\alpha_i > 0,\ \ p \ge 0,\ \ a_{ij} \in R,\ \ \ t \in [0,\infty),\ \ \ x \in R^n$.

Случай, когда $m = 2,\ \ a_{ij} = -\delta_{ij},\ \ i, j = 1,2$ система (1) описывает движение заряженных мезонов в электромагнитном поле, и исследован в работе [1].

А в случае, когда $m = 2,\ \ a_{ij} = \delta_{ij},\ \ i, j = 1,2$ задача (1), (2) широко исследована в работах [2,3].

Кроме того, исследования в этом направлении проводились и были развиты во многих работах, среди которых можно отметить работы [4-10]. В частности, в работе [6] для системы из двух уравнений Клейна-Гордона

$$\left.\begin{aligned} u_{1tt} - \Delta u_1 + m_1 u_1 + u_{1t} &= \left|u_1\right|^{p-1} \left|u_2\right|^{p+1} u_1 \\ u_{2tt} - \Delta u_2 + m_1 u_1 + u_{2t} &= \left|u_1\right|^{p+1} \left|u_2\right|^{p-1} u_2 \end{aligned}\right\}$$

исследована потенциальная яма. Далее, в этой же работе используя полученные результаты, исследована глобальная разрешимость, поведение глобальных решений при $t \to \infty$, а также не существование глобальных решений. Аналогичные вопросы исследованы в работе [8] для системы уравнений

$$\left.\begin{aligned} u_{1tt} - \Delta u_1 + m_1 u_1 + u_{1t} &= |u_1|^{p_1-1} |u_2|^{p_2+1} u_1 \\ u_{2tt} - \Delta u_2 + m_2 u_2 + u_{2t} &= |u_1|^{p_1+1} |u_2|^{p_2-1} u_2 \end{aligned}\right\},$$

в работе [9] для системы

$$\left.\begin{aligned} u_{1tt} - \Delta u_1 + m_1 u_1 + u_{1t} &= |u_1|^{p_1-1} |u_2|^{p_2+1} |u_3|^{p_3+1} u_1 \\ u_{2tt} - \Delta u_2 + m_2 u_2 + u_{2t} &= |u_1|^{p_1+1} |u_2|^{p_2-1} |u_3|^{p_3+1} u_2 \\ u_{3tt} - \Delta u_3 + m_3 u_3 + u_{3t} &= |u_1|^{p_1+1} |u_2|^{p_2+1} |u_3|^{p_3-1} u_3 \end{aligned}\right\},$$

а в работе [10] для системы из n–уравнений

$$u_{itt} - \Delta u_i + m_i u_i + u_{i_t} = |u_i|^{p-1} |u_j|^{p+1} u_i, \; i, j = 1,...,n, \quad i \neq j.$$

В данной работе исследована потенциальная яма и глобальная разрешимость задачи (1), (2). На основании полученных результатов доказано, что полная энергия системы (1) экспоненциально убывает.

Будем исследовать задачу (1), (2) при выполнении следующих условий:

I. $p \geq 1$ при $n \geq 2$ и дополнительно $p \leq \dfrac{1}{n-2}$, когда $n \geq 3$;

II. $a_{ij} \in R, \quad a_{ij} = a_{ji}, \quad i, j = 1,...,m$ и для $\forall(\xi_1,...,\xi_m) \in R^n \setminus \{(0,...,0)\}$ верно неравенство $\sum\limits_{i,j=1}^{m} a_{ij} \xi_i \xi_j > 0.$

1. Предварительные сведения.

Норму в пространстве $L_q(R^n)$ обозначим через $|\cdot|_q$, причем при $q = 2$ положим $|\cdot|_q = |\cdot|$. Через $\langle \cdot,\cdot \rangle$ обозначим скалярное произведение в $L_2(R^n)$. Норму же в пространстве Соболева $H^1(R^n)$ обозначим через $\|\cdot\|$, т.е. $\|u\| = \left[|\nabla u|^2 + |u|^2\right]^{\frac{1}{2}}$, где ∇u -градиент функции u.

Определим следующие функционалы:

$$J(\phi_1,...,\phi_m) = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{m} \|\phi_i\|^2 - \frac{1}{2(p+1)} \sum_{i,j=1}^{m} a_{ij} |\phi_i \phi_j|_{p+1}^{p+1},$$

$$I_\delta(\phi_1,...,\phi_m)=\delta\sum_{i=1}^{m}\|\phi_i\|^2-\sum_{i,j=1}^{m}a_{ij}\left|\phi_i\phi_j\right|_{p+1}^{p+1},\quad \delta>0.$$

Положим $I_1(\phi_1,...,\phi_m)=I(\phi_1,...,\phi_m)$.

Лемма 1. Пусть $(\phi_1,...,\phi_m)\in(H^1)^m\setminus\{0,...,0\}$, тогда справедливы следующие утверждения:

(Л1i) $\lim\limits_{\lambda\to 0}J(\lambda\phi_1,...,\lambda\phi_m)=0,\ \lim\limits_{\lambda\to+\infty}J(\lambda\phi_1,...,\lambda\phi_m)=-\infty;$

(Л1ii) Существует такое $\lambda^*=\lambda^*(\phi_1,...,\phi_m)$, что при $0\le\lambda\le\lambda^*$ $J(\lambda\phi_1,...,\lambda\phi_m)$ не убывает, а при $\lambda^*\le\lambda<+\infty$ не возрастает;

(Л1iii) Если $0<\lambda<\lambda^*$, то $I(\lambda\phi_1,...,\lambda\phi_m)<0$, а если $\lambda^*<\lambda<+\infty$, то $I(\lambda\phi_1,...,\lambda\phi_m)>0$.

Ядро функционала $I_\delta(\phi_1,...,\phi_m)$ обозначим через N_δ, т.е.

$$N_\delta=\{(\phi_1,...,\phi_m):\phi_i\in H^1(R^n),i=1,...,m,I_\delta(\phi_1,...,\phi_m)=0\}.$$

Положим $N_1=N$. Допустим, $(\phi_1,...,\phi_m)\in N$, тогда легко видеть, что

$$J(\phi_1,...,\phi_m)=\frac{p}{2(p+1)}\sum_{i=1}^{m}\|\phi_i\|^2>0.$$

Предположим, $d=d(1)$, где

$$d(\delta)=\inf_{(\phi_1,...,\phi_m)\in N}J(\phi_1,...,\phi_m),$$

тогда, используя метод симметризации Шварца, как это было сделано в [11, 12], доказывается, что $d>0$.

Пусть

$$\mu=\inf\eta,$$

где η –положительное число такое, что

$$\sum_{i,j=1}^{m}a_{ij}\xi_i^{p+1}\xi_j^{p+1}\le\eta\left[\sum_{k=1}^{m}\xi_k^2\right]^{p+1},$$

при любых $\xi_k>0$, $k=1,...,m$.

Через C_* обозначим норму оператора вложения H^1 в $L_{2(p+1)}$, т.е. $C_*=\inf C$, где $\|u\|_{L_{2(p+1)}}\le C\|u\|$.

Примем:

$$r(\delta)=\left(\frac{\delta}{\mu C_*^{2(p+1)}}\right)^{\frac{1}{p}}.$$

Лемма 2. Пусть выполнены условия I, II. Тогда справедливы следующие утверждения:

(Л2i) Если $(u_1,...,u_m) \in [H^1]^m \setminus \{0,...,0\}$, $\sum_{i=1}^{m}\|u_i\|^2 < r(\delta)$, то $I_\delta(u_1,...,u_m) > 0$ и наоборот, если $I_\delta(u_1,...,u_m) < 0$, то $\sum_{i=1}^{m}\|u_i\|^2 > r(\delta)$;

(Л2ii) Если $(u_1,...,u_m) \in [H^1]^m \setminus \{0,....,0\}$ и $I_\delta(u_1,...,u_m) = 0$, то $\sum_{i=1}^{m}\|u_i\|^2 \geq r(\delta)$;

(Л2iii) $d(\delta) \geq a(\delta)\cdot r(\delta)$, где $d(\delta) = \delta^{\frac{1}{p}}\dfrac{p+1-\delta}{p}d$, $a(\delta) = \dfrac{p+1-\delta}{2(p+1)}d$;

(Л2iv) $\lim\limits_{\delta\to+0} d(\delta) = 0$, $d(p+1) = 0$, $d(1) = d$, $d'(\delta) > 0$, $\delta \in (0,1)$, $d'(\delta) < 0$, $\delta \in (1, p+1)$.

2. Основные результаты.

Теорема 1. Пусть выполнены условия I, II. Тогда для любых $(u_{10},...,u_{m0}) \in [H^1]^m$, $(u_{11},...,u_{m1}) \in [L_2(R^n)]^m$ существует $T' \in (0,+\infty)$ такое, что задача (1),(2) имеет единственное решение $(u_1,...,u_m) \in C([0,T'];[H^1]^m) \bigcap C^1([0,T'];[L_2(R^n)]^m)$.

Если $T_{\max} = \sup T'$, т.е., если $T_{\max}$ длина максимального интервала существования слабого решения $(u_1,...,u_m) \in C([0,T_{\max}];[H^1]^m) \bigcap C^1([0,T_{\max}];[L_2(R^n)]^m)$, то справедлива альтернатива:

-либо $T_{\max} = +\infty$;

-либо $\lim\limits_{t\to T_{\max}-0} \sum_{i=1}^{m}\left[\|\dot{u}_i(t,\cdot)\|^2 + \|u_i(t,\cdot)\|^2\right] = +\infty$.

Определим энергетическую функцию $E(t)$ следующим образом:

$$E(t) = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{m}\left[\|\dot{u}_i(t,\cdot)\|^2 + \|u_i(t,\cdot)\|^2\right] - \frac{1}{2(p+1)}\sum_{i,j=1}^{m} a_{ij}|u_iu_j|_{p+1}^{p+1}, \qquad (3)$$

а также следующие множества:

$W_\delta = \{(u_1,...,u_m) \in [H^1]^m, I_\delta(u_1,...,u_m) > 0, J(u_1,...,u_m) < d(\delta)\} \bigcup \{(0,...,0)\}$,

$V_\delta = \{(u_1,...,u_m) \in [H^1]^m, I_\delta(u_1,...,u_m) < 0, J(u_1,...,u_m) < d(\delta)\}$, $0 < \delta < p+1$.

Теорема 2. Предположим, что $(u_{10},...,u_{m0}) \in [H^1]^m$, $(u_{11},...,u_{1m}) \in [L_2(R^n)]^m$, и выполнены условия I, II. Допустим, $0 < e < d$, и $\delta_1 < \delta_2$ корни уравнения $d(\delta) = e$, тогда справедливы следующие утверждения:

(T2i) Если $I(u_{10},...,u_{m0})>0$ или $\|u_{10}\|=...=\|u_{m0}\|=0,$ то слабое решение задачи (1), (2) с начальной энергией $E(0)\in(0,e]$ принадлежит W_δ, где $\delta_1<\delta<\delta_2$;

(T2ii) Если $I(u_{10},...,u_{m0})<0,$ то слабое решение задачи (1), (2) с начальной энергией $E(0)\in(0,e]$ принадлежит V_δ, где $\delta_1<\delta<\delta_2$.

Теорема 3. Предположим, что выполнены условия I, II, и $(u_{10},...,u_{m0})\square[H^1]^m$, $(u_{11},...,u_{m1})\square[L_2(R^n)]^m$. Если $0<E(0)\leq e$ и δ_1, δ_2 корни уравнения $d(\delta)=e,$ то множества $W_{\delta_1\delta_2}=\bigcup\limits_{\delta_1<\delta<\delta_2}W_\delta$ и $V_{\delta_1\delta_2}=\bigcup\limits_{\delta_1<\delta<\delta_2}V_\delta$ инвариантны относительно траектории порожденной динамической системой (1), (2).

Теорема 4. Предположим, что выполнены условия I, II, и $(u_{10},...,u_{m0})\square[H^1]^m$, $(u_{11},...,u_{m1})\square[L_2(R^n)]^m$. Если $E(0)\leq 0,$ $\|u_{10}\|+...+\|u_{m0}\|\neq 0,$ тогда решение задачи (1), (2) удовлетворяет неравенству $\sum\limits_{i=1}^{m}\|u_i(t,\cdot)\|^2\geq r_0$, где $r_0=\left(\dfrac{p+1}{2\mu C_*^{2(p+1)}}\right)^{\frac{1}{p}}$.

Теорема 5. Предположим, что выполнены условия I, II, и $(u_{10},...,u_{m0})\square[H^1]^m$, $(u_{11},...,u_{m1})\square[L_2(R^n)]^m$, $E(0)\leq 0.$ Если $(u_1(t_0,\cdot),...,u_m(t_0,\cdot))\in W_\delta$ в некоторой точке $t=T_0\in[0,T_{\max}]$, то $T_{\max}=+\infty$ и для $(u_1(t,x),...,u_m(t,x))$ имеет место априорная оценка

$$\sum_{i=1}^{m}\left[\|\dot{u}_i(t,\cdot)\|^2+\|u_i(t,\cdot)\|^2\right]\leq\frac{2d(p+1)}{p},\ t\in[0,T_{\max}].$$

Теорема 6. Пусть выполнены условия I, II, и $(u_{10},...,u_{m0})\square[H^1]^m$, $(u_{11},...,u_{m1})\square[L_2(R^n)]^m$. Если $0<E(0)<d$ и $I_{\delta_2}(u_{10},...,u_{m0})>0$ или $\|u_{10}\|+...+\|u_{m0}\|=0,$ где $\delta_1<\delta_2$ корни уравнения $d(\delta)=E(0)$, то задача (1)-(2) имеет единственное решение $(u_1(t,\cdot),...,u_m(t,\cdot))\in C\left([0,\infty);[H^1]^m\right)\bigcap C^1\left([0,\infty);[L_2(R^n)]^m\right)$ и $(u_1(t,\cdot),...,u_m(t,\cdot))\in W_\delta$, $\delta_1<\delta<\delta_2$.

Теорема 7. Предположим, что выполнены условия I, II. Пусть $(u_{10},...,u_{m0})\square[H^1]^m$, $(u_{11},...,u_{m1})\square[L_2(R^n)]^m$, $0<E(0)<d$, $I(u_{10},...,u_{m0})>0$ или $\|u_{10}\|+...+\|u_{m0}\|=0$. Тогда существуют такие $k>0$, $K>0,$ что имеет место оценка

$E(t) \le Ke^{-kt}$, $t \in [0,+\infty)$.

3. Доказательство.

Доказательство Лемм 1 и 2, а также Теорем 1-6 проводится аналогично, как это было сделано в работе [9].

Доказательство Теоремы 7.

Пусть $(u_1(t,x),...,u_m(t,x))$ глобальное решение задачи (1), (2). В силу Теоремы 2 $(u_1(t,\cdot),...,u_m(t,\cdot)) \in W_\delta$, $\delta_1 < \delta < \delta_2$, $0 \le t < +\infty$, где δ_1, δ_2 корни уравнения $d(\delta) = E(0)$. Так как

$$\dot{E}(t) = -\sum_{i=1}^{m} |u_i(t,\cdot)|^2$$

имеем

$$\frac{d}{dt}\left(e^{\gamma t} E(t)\right) + e^{\gamma t} \sum_{i=1}^{m} |\dot{u}_i(t,\cdot)|^2 = \gamma e^{\gamma t} E(t).$$

Отсюда, интегрируя, получим

$$e^{\gamma t} E(t) + \sum_{i=1}^{m} \int_0^t e^{\gamma t} |\dot{u}_i(\tau,\cdot)|^2 \, d\tau = E(0) + \gamma \int_0^t e^{\gamma\tau} E(\tau) d\tau. \quad (4)$$

В силу того, что $(u_1(t,\cdot),...,u_m(t,\cdot)) \in W_\delta$

$$E(t) = \sum_{i=1}^{m} \frac{1}{2} |\dot{u}_i(t,\cdot)|^2 + \frac{p}{2(p+1)} \sum_{i=1}^{m} \|u_i\|^2 + \frac{1}{2(p+1)} I(u_1,...,u_m).$$

Следовательно, имеем

$$E(t) \ge \sum_{i=1}^{m} \frac{1}{2} |\dot{u}_i(t,\cdot)|^2 + \frac{p}{2(p+1)} \sum_{i=1}^{m} \|u_i\|^2. \quad (5)$$

С учетом (1), справедливо тождество

$$I(u_1,...,u_m) = \sum_{i=1}^{m} \|\dot{u}_i(t,\cdot)\|^2 - \frac{d}{dt} \sum_{i=1}^{m} \left[\langle \dot{u}_i, u_i \rangle\right] + \frac{1}{2} |u_i|^2.$$

С другой стороны

$$I(u_1,...,u_m) = (1-\delta_1) \sum_{i=1}^{m} \|u_i\|^2 + \delta_1 \sum_{i=1}^{m} \|u_i\|^2 -$$

$$\sum_{i,j=1}^{m} a_{ij} |u_i u_j|_{p+1}^{p+1} = (1-\delta_1) \sum_{i=1}^{m} \|u_i\|^2 + I_{\delta_1}(u_1,...,u_m). \quad (6)$$

Так как $(u_1(t,\cdot),...,u_m(t,\cdot)) \in W_\delta$, $\delta_1 < \delta < \delta_2$, $0 \le t < +\infty$, ясно, что $I_{\delta_1}(u_1,...,u_m) \ge 0$.

Из (6) следует, что

$$I(u_1,...,u_m) > (1-\delta_1)\sum_{i=1}^{m}\|u_i\|^2. \tag{7}$$

Учитывая (3) и (7), имеем

$$\int_0^t e^{\gamma\tau}E(\tau)d\tau \le \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{m}\int_0^t e^{\gamma\tau}\left[|\dot{u}_i(\tau,\cdot)|^2 + \|u_i(\tau,\cdot)\|^2\right]d\tau \le$$

$$\le \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{m}\int_0^t e^{\gamma\tau}|\dot{u}_i(\tau,\cdot)|^2 d\tau + \frac{1}{2(1-\delta_1)}\int_0^t e^{\gamma\tau} I(u_1(\tau,\cdot),...,u_m(\tau,\cdot))d\tau =$$

$$= \frac{2-\delta_1}{2(1-\delta_1)}\sum_{i=1}^{m}\int_0^t e^{\gamma\tau}|\dot{u}_i(\tau,\cdot)|^2 d\tau - \frac{1}{2(1-\delta_1)}\sum_{i=1}^{m}\int_0^t e^{\gamma\tau}\frac{d}{d\tau}\left[\langle\dot{u}_i(\tau,\cdot),u_i(\tau,\cdot)\rangle + \frac{1}{2}|u_i(\tau,\cdot)|^2\right]d\tau =$$

$$= \frac{2-\delta_1}{2(1-\delta_1)}\sum_{i=1}^{m}\int_0^t e^{\gamma\tau}|\dot{u}_i(\tau,\cdot)|^2 d\tau + \frac{1}{2(1-\delta_1)}\sum_{i=1}^{m}\left[\langle u_{i1,}u_{i0}\rangle + \frac{1}{2}|u_{i0}|^2\right] -$$

$$- \frac{1}{2(1-\delta_1)}\sum_{i=1}^{m}e^{\gamma t}\left[\langle\dot{u}_i(t,\cdot),u_i(t,\cdot)\rangle + \frac{1}{2}|u_i(t,\cdot)|^2\right] +$$

$$+ \frac{\gamma}{2(1-\delta_1)}\sum_{i=1}^{m}\int_0^t e^{\gamma\tau}\left[\langle\dot{u}_i(\tau,\cdot),u_i(\tau,\cdot)\rangle + \frac{1}{2}|u_i(\tau,\cdot)|^2\right]d\tau.$$

После определенных оценок отсюда получим

$$\int_0^t e^{\gamma\tau}\mathrm{E}(\tau)\,\mathrm{d}\tau \le \frac{1}{4(1-\delta_1)}\left[|u_{i1}|^2 + 2|u_{i0}|^2\right] + \frac{1}{4(1-\delta_1)}\sum_{i=1}^{m}e^{\gamma t}\left[|\dot{u}_i(t,\cdot)|^2 + 2|u_i(t,\cdot)|^2\right] +$$

$$+ \frac{\gamma}{2(1-\delta_1)}\sum_{i=1}^{m}\int_0^t e^{\gamma\tau}\left[|\dot{u}_i(\tau,\cdot)|^2 + 2\gamma|u_i(\tau,\cdot)|^2\right]d\tau. \tag{8}$$

Из (4) и (8) следует

$$e^{\gamma t}E(t) + \sum_{i=1}^{m}\int_0^t e^{\gamma\tau}\left[|\dot{u}_i(\tau,\cdot)|^2 d\tau\right] \le E(0) + \frac{\gamma}{4(1-\delta_1)}\left[|u_{i1}|^2 + 2|u_{i0}|^2\right] +$$

$$+ \frac{\gamma}{4(1-\delta_1)}\sum_{i=1}^{m}e^{\gamma t}\left[|\dot{u}_i(t,\cdot)|^2 + 2c_0\|u_i(t,\cdot)\|^2\right] +$$

$$\frac{\gamma^2}{2(1-\delta_1)}\sum_{i=1}^{m}\int_0^t e^{\gamma\tau}\left[|\dot{u}_i(\tau,\cdot)|^2 + 2\gamma c_0\|u_i(\tau,\cdot)\|^2\right]d\tau, \tag{9}$$

где c_0 норма оператора вложения $H^1 \subset L_2(R^n)$.

Выбираем γ так чтобы

$$\frac{\gamma}{4(1-\delta_1)} \le \frac{1}{2}. \tag{10}$$

Тогда, с учетом, (8) и (9) получим

$$e^{\gamma t}E(t)\le\left(\frac{\gamma}{2}+2\right)E(0)+\gamma^2 c_1\int_0^t e^{\gamma\tau}E(\tau)d\tau,$$

где c_1 не зависит от $t>0$ и $\delta>0$.

Применяя Лемму Гронуола имеем

$$e^{\gamma t}E(t)\le c_2E(0)e^{c_3\gamma^2 t},$$

т.е.

$$E(t)\le c_2E(0)e^{-\gamma(1-c_3\gamma)t}, \tag{11}$$

где $c_2=\dfrac{\gamma+4}{2}$, $c_3=c_1\gamma^2$.

Если выбрать $\gamma<\min\{c_3,2(1-\delta_1)\}$, то из (10) и (11) получим утверждение Теоремы 7.

ЛИТЕРАТУРА

1. Segal I. Non-linear semi-groups. Annals of Mathematics, vol.78, no.2, 1963, pp.339-364.
2. Medeiros L.A., Miranda M.M. Weak solutions for a system of nonlinear Klein- Gordon equations. Annali di Mathematica, Pura ed Applicata, vol.146, no.1, 1986, pp.173-183.
3. Medeiros L.A., Perla Menzala G. On a mixed problem for a class of nonlinear Klein-Gordon equations. Acta Mathematica Hungarica, vol.52, no.1, 1988, pp.61-69.
4. Makhankov V.G. Dynamics of classical solutions (in non-integrable systems) Physics Reports, vol.35, 1978, pp.1-128.
5. Zhang J. On the standing wave in coupled non-linear Klein-Gordon equations. Mathematical Methods in the Applied Sciences, vol.26, no.1, 2003, pp.11-25.
6. Liu W. Global Existence, Asymptotic Behavior and Blow-up of Solutions for Coupled Klein–Gordon Equations with Damping Terms. Nonlinear Anal., vol.73, no.1, 2010, pp.244–255.
7. Aliev A.B., Kazimov A.A. Nonexistence of global solutions of the Cauchy problem for systems of Klein-Gordon equations with positive initial energy. Differerential Equations, vol.51, no.12, 2015, pp.1563-1568.
8. Алиев А.Б., Казимов А.А. Существование и не существование глобальных решений задачи Коши для систем Клейна–Гордона. Доклады АН России, 214, т.459, №2, с.1-3.
9. Aliev A.B., Yusifova G.I. The Existence and Nonexistence of Global Solutions of the Cauchy Problem for Systems of Three Semilinear Klein-Gordon Equations. Azerbaijan Journal of Mathematics, vol.8, no.1, 2018.
10. Aliev A.B., Shafiyeva G.Kh. On potential wells and global solvability of the Cauchy problem for system of semi-linear Klein-Gordon equations with dissipation. Proceedings of the Institute of Mathematics and Mechanics, National Academy of Sciences of Azerbaijan, vol.45, no.1, 2019, pp. 119–136.
11. Alvino A., Trombetti G., Lions P.-L. Comparison results for elliptic and parabolic equations via Schwarz symmetrization. Annales de l'I.H.P., section C, vol.7, no.2, 1990, pp.37-65.

12 Kesavan S. Symmetrization and applications. Series in Analysis, vol.3, 2006, 160pp.

KLEİN-QORDON TƏNLİKLƏR SİSTEMLƏRİNİN QLOBAL HƏLLİNİN VARLIĞI VƏ ASİMPTOTİKASI

G.ŞƏFİYEVA

XÜLASƏ

İşdə qeyri-xətti ümumi fokuslaşmış yarımxətti Klein-Qordon tənliklər sistemi üçün Koşi məsələsinə baxılmışdır. Potensial çuxur və uyğun Koşi məsələsinin qlobal həllolunanlığı, həmçinin $t \to +\infty$ tam enerjinin asimptotik davranışı tədqiq olunur.

Açar sözlər: Klein-Qordon sistemi, Koşi məsələsi, potensial çuxur, qlobal həllolunanlıq

EXISTENCE AND ASYMPTOTIC OF GLOBAL SOLUTIONS OF THE SYSTEMS OF KLEIN-GORDON EQUATIONS

G.SHAFIYEVA

SUMMARY

The Cauchy problem for semilinear systems of Klein-Gordon equations with a common focusing nonlinearity is considered. The potential hole and the global solvability of the corresponding Cauchy problem are investigated, as well as the asymptotic behavior of the total energy as $t \to +\infty$.

Keywords: systems of Klein-Gordon, Cauchy problem, potential hole, global solvability

Поступила в редакцию: 10.09.2019 г.
Подписано к печати: 28.12.2019 г.