BAKI UNİVERSİTETİNİN XƏBƏRLƏRİ

№4 Fizika-riyaziyyat elmləri seriyası 2019

УДК 517977.56

ИССЛЕДОВАНИЕ ОСОБОГО СЛУЧАЯ В ОДНОЙ ГРАНИЧНОЙ ЗАДАЧА ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ ПРИ НАЛИЧИИ ФУНКЦИОНАЛЬНЫХ ОГРАНИЧЕНИЙ ТИПА НЕРАВЕНСТВ

С.Т.АЛИЕВА
Бакинский Государственный Университет
saadata@mail.ru

В работе изучается одна граничная задача оптимального управления дискретными двухпараметрическими системами при наличии функциональных ограничений типа неравенств на состояние системы. Доказан аналог дискретного условия максимума. Исследован особый случай, т.е. случай вырождения дискретного принципа максимума.

Ключевые слова: задача оптимального управления, допустимое управление, условие оптимальности, особое управление, дискретный принцип максимума.

Начиная средины 60-х годов XX века внимание многих специалистов начали привлекать многопараметрические, в частности, двухпараметрические дискретные системы управления, которые в приложениях моделируют проблемы фильтрации цифровых массивов данных обработки и визуализации изображений различной природы, возникают в теории клеточных машин и др. (см. например [1-4]).

Все это диктует качественной создание теории экстремальных задач в многопараметрических и в частности, двухпараметрических системах управления. Одним из первых работ посвященной выводу условий оптимальности в дискретных двухпараметрических задачах управления, представляющий собой дискретный аналог системы Гурса-Дарбу, является статья О.В.Васильева и Ф.М.Кирилловой [5]. В [6] были получены различные необходимые условия оптимальности типа принципа максимума Понтрягина, а в установлен аналог принципа квазимаксимума Габасова-Кирилловой.

Разработка теории особых управлений в дискретных двухпараметрических системах представляющие собой дискретный аналог системы Гурса-Дарбу начинается с работ [7, 8] К.Б.Мансимова.

Во всех этих работах предполагалась, что управляющие функции входят в правую часть системы, уравнений. Между тем среди задач оптимального управления системами с распределенными параметрами большой интерес вызывает также задачи управления, в которых управляющие функции, являясь сосредоточенным входят в граничные условия (см. напр. [9]). Такие задачи управления называются граничными задачами управления.

В работах [10-13] получены ряд необходимых условий оптимальности в граничной задаче управления дискретными двухпараметрическими системами без функциональных ограничений на состояние системы.

Исходя из этого, в работе изучается одна граничная задача оптимального управления дискретными двухпараметрическими системами при наличии функциональных ограничений типа неравенств на состояние системы. Доказан аналог дискретного условия максимума и исследован случай его вырождения.

Постановка задачи. Рассмотрим задачу о минимуме терминального функционала

$$S_0(u)=\varphi_1^{(0)}(a(x_1))+\varphi_2^{(0)}(z(t_1,x_1)), \tag{1}$$

при ограничениях

$$u(x)\in U\subset R^r,\ x\in\{x_0,x_0+1,\dots,x_1-1\}=X, \tag{2}$$

$$S_i(u)=\varphi_1^{(i)}(a(x_1))+\varphi_2^{(i)}(z(t_1,x_1))\le 0,\quad i=\overline{1,s}, \tag{3}$$

$$\begin{gathered}z(t+1,x+1)=f(t,x,z(t,x),z(t+1,x),z(t,x+1)),\\ (t,x)\in D=T\times X=\\ =\{(t,x):t=t_0,t_0+1,\dots,t_1-1;\ x=x_0,x_0+1,\dots x_1-1\},\end{gathered} \tag{4}$$

$$\begin{gathered}z(t_0,x)=a(x),\ x\in X\cup x_1,\qquad z(t,x_0)=b(t),\ t\in T\cup t_1,\\ a(x_0)=b(t_0),\\ a(x+1)=F(x,a(x),u(x)),\quad x\in X,\\ a(x_0)=a_0.\end{gathered} \tag{5}$$

Здесь $u(x)-r-$мерный вектор управляющих функций, $U-$заданное непустое и ограниченное множество, $\varphi_j^{(i)},\ i=\overline{0,s},\ j=1,2-$заданные дважды непрерывно дифференцируемые скалярные функции, $f(t,x,z,l,m)$ $(F(x,a,u))$ заданная $n-$мерная вектор-функция непрерывная по совокупности переменных вместе с частными производными по $(z,l,m),(a)$ до второго порядка включительно, $b(t)-$ заданная $n-$мерная дискретная вектор функция, a_0-заданный постоянный вектор, Управление $u(x)$ назовем допустимым, если соответствующее ему решение $(a(x),z(t,x))$ системы (4)-(5) удовлетворяет ограничениям (3).

В работах [10-13] изучена задача типа (1)-(5) без функциональных ограничений и при определенных предположениях доказано необходимое условие оптимальности первого порядка в форме дискретного условия максимума. Предлагаемая работа посвящена доказательству аналога дискретного условия максимума и исследовано особого случая.

Необходимое условие оптимальности. Типа дискретного принципа максимума. Считая ($u(x), a(x), z(t,x)$)- фиксированным допустимым процессом, и $v(x)$ произвольным процессом.

Введем обозначения

$$H(t,x,z,l,m) = \psi_i \cdot f(t,x,z,l,m),$$

$$M(x,a,u,p_i) = p_i' F(x,a,u),$$

$$\Delta_v M^{(i)}[x] \equiv p_i{}' \Delta_v F[x],$$

$$J(u) = \{0\} \cup I(u),\ I(u) = \{i : S_i(u(x) = 0,\ i = \overline{1,s})\},$$

$$H^{(i)}{}_z[t,x] \equiv \frac{\partial H^{(i)}[t,x]}{\partial z} \equiv \frac{\partial H(t,x,z(t,x),z(t+1,x),z(t,x+1),\psi_i(t,x))}{\partial z},$$

$$H^{(i)}{}_l[t,x] \equiv \frac{\partial H^{(i)}[t,x]}{\partial l} \equiv \frac{\partial H(t,x,z(t,x),z(t+1,x),z(t,x+1),\psi_i(t,x))}{\partial l},$$

$$H^{(i)}{}_m[t,x] \equiv \frac{\partial H^{(i)}[t,x]}{\partial m} \equiv \frac{\partial H(t,x,z(t,x),z(t+1,x),z(t,x+1),\psi_i(t,x))}{\partial m},$$

$$M_a{}^{(i)}[x] \equiv \frac{\partial M^{(i)}[x]}{\partial a} \equiv \frac{\partial M(x,a(x),u(x),p_i(x))}{\partial a},$$

$$\Delta_v M^{(i)}{}_a[x] \equiv \frac{\Delta_v \partial M^{(i)}[x]}{\partial a} \equiv \frac{\partial M(x,a(x),v,p_i(x))}{\partial a} - \frac{\partial M(x,a(x),u(x),p_i(x))}{\partial a},$$

Здесь $\psi_i(t,x)$ и $p_i(x)$ являются соответственно решениями следующих зада

$$\psi_i(t-1,x-1) = \frac{\partial H^{(i)}[t,x]}{\partial z} + \frac{\partial H^{(i)}[t-1,x]}{\partial l} + \frac{\partial H^{(i)}[t,x-1]}{\partial m},$$

$$\psi_i(t_1-1,x-1) = \frac{\partial H^{(i)}[t_1-1,x]}{\partial l},$$

$$\psi_i(t-1,x_1-1) = \frac{\partial H^{(i)}[t,x_1-1]}{\partial m},$$

$$\psi_i(t_1-1,x_1-1) = -\frac{\partial \varphi_2^{(i)}(z(t_1,x_1))}{\partial z}; \tag{6}$$

$$p_i(x-1) = \frac{\partial M^{(i)}[x]}{\partial a} + \psi_i(t_0-1,x-1) - \frac{\partial H^{(i)}[t_0,x]}{\partial l},$$

$$p_i(x_1-1)=-\frac{\partial\varphi_1^{(i)}(a(x_1))}{\partial a}+\psi_i(t_0-1,x_1-1). \tag{7}$$

Допустим, что множество

$$F(x,a(x),U)=\{\beta:\beta=F(x,a(x),v),\ v\in U\}, \tag{8}$$

выпукло.

Пусть $\varepsilon\in[0,1]$ произвольный число, а $v(x)\in U, x\in X$ как отмечено в выше произвольный вектор управляющих воздействий.

Через $(a(x;\varepsilon),z(t,x;\varepsilon))$- обозначим решение следующей возмущенной системы

$$\begin{gathered}z(t+1,x+1;\varepsilon)=f(t,x,z(t,x;\varepsilon),z(t+1,x;\varepsilon),z(t,x+1;\varepsilon)),\\ z(t_0,x;\varepsilon)=a(x;\varepsilon), x\in X\cup x_1,\\ z(t,x_0;\varepsilon)=b(t), t\in T\cup t_1,\end{gathered} \tag{9}$$

$$\begin{gathered}a(x_0:\varepsilon)=b(t_0),\\ a(x+1:\varepsilon)=F(x,a(x:\varepsilon),u(x:\varepsilon))\equiv F(x,a(x:\varepsilon),u(x))+\\ +\varepsilon[F(x,a(x:\varepsilon),v(x))-F(x,a(x:\varepsilon),u(x))],\\ a(x_0:\varepsilon)=a_0.\end{gathered} \tag{10}$$

положим по определению

$$y(t,x)=\frac{\partial z(t,x;\varepsilon)}{\partial\varepsilon}\Big|_{\varepsilon=0},\qquad \alpha(x)=\frac{\partial a(x;\varepsilon)}{\partial\varepsilon}\Big|_{\varepsilon=0}.$$

$y(t,x)$ и $\alpha(x)$ являются соответственно решениями следующих задач, соответствующие допустимому процессу $(u(x),a(x),z(t,x))$

$$\begin{gathered}y(t+1,x+1)=f_z[t,x]y(t,x)+f_l[t,x]y(t+1,x)+f_m[t,x]y(t,x+1),\\ y(t_0,x)=\alpha(x),\quad x\in X\cup x_1,\\ y(t,x_0)=0,\qquad t\in T\cup t_1,\end{gathered} \tag{11}$$

$$\begin{gathered}\alpha(x+1)=F_a[x]\alpha(x)+\Delta_{v(x)}F[x],\quad x\in X,\\ \alpha(x_0)=0.\end{gathered} \tag{12}$$

Перейдем к вычислению приращения функционала $S_i(u)$, соответствующее специальному приращению $\Delta u(x;\varepsilon)=u(x;\varepsilon)-u(x)$ управления $u(x)$

При помощи формулы Тейлора получим

$$S_i(u(x;\varepsilon))-S_i(u(x))=\left[\varphi_1^{(i)}(a(x_1;\varepsilon))-\varphi_1^{(i)}(a(x_1))\right]+$$

$$\left[\varphi_2^{(i)}(z(t_1,x_1;\varepsilon))-\varphi_2^{(i)}(z(t_1,x_1))\right]=\varepsilon\left[\frac{\partial\varphi_1^{(i)'}(a(x_1))}{\partial a}\alpha(x_1)+\right.$$

$$\left.+\frac{\partial\varphi_2^{(i)'}(z(t_1,x_1))}{\partial z}y(t_1,x_1)\right]+o(\varepsilon). \qquad (13)$$

Принимая во внимание (11), (12) формулу приращения (13) можно привести к виду

$$S_i(u(x;\varepsilon))-S_i(u(x))=\varepsilon\left[\frac{-\partial\varphi_1^{(i)'}(a(x_1))}{\partial a}\alpha(x_1)+\frac{\partial\varphi_2^{(i)'}(z(t_1,x_1))}{\partial z}y(t_1,x_1)+\right.$$

$$\sum_{x=x_0}^{x_1-1}p_i'(x)\alpha(x+1)-\sum_{x=x_0}^{x_1-1}\left[\frac{\partial M^{(i)}[x]}{\partial a}\alpha(x)+\right.$$

$$+\sum_{t=t_0}^{t_1-1}\sum_{x=x_0}^{x_1-1}\left[\psi_i'(t,x)y(t+1,x+1)-\frac{\partial H^{(i)}[t,x]}{\partial z}y(t,x)-\right.$$

$$\left.\left.\left.-\frac{\partial H^{(i)}[t,x]}{\partial l}y(t+1,x)-\frac{\partial H^{(i)}[t,x]}{\partial m}y(t,x+1)\right]\right]+o(\varepsilon). \qquad (14)$$

Из тождеств

$$\sum_{x=x_0}^{x_1-1}p'(x)\alpha(x+1)=p'(x_1-1)\alpha(x_1)+\sum_{x=x_0}^{x_1-1}p'(x-1)\alpha(x), \qquad (15)$$

$$\sum_{t=t_0}^{t_1-1}\sum_{x=x_0}^{x_1-1}\psi'(t,x)y(t+1,x+1)=\sum_{t=t_0+1}^{t_1-1}\sum_{x=x_0+1}^{x_1-1}\psi'(t-1,x-1)y(t,x)=\sum_{t=t_0}^{t_1-1}\sum_{x=x_0}^{x_1-1}\psi'(t-1,x-1)y(t,x)+$$

$$+\sum_{t=t_0}^{t_1-1}\psi'(t-1,x_1-1)y(t,x_1)+\sum_{x=x_0}^{x_1-1}\psi'(t_1-1,x-1)y(t_1,x)-\sum_{x=x_0}^{x_1-1}\psi'(t_0-1,x-1)y(t_0,x)+$$

$$+\psi'(t_1-1,x_1-1)y(t_1,x_1)-\psi'(t_0-1,x_1-1)y(t_0,x_1), \qquad (16)$$

$$\sum_{t=t_0}^{t_1-1}\sum_{x=x_0}^{x_1-1}H_l'[t,x]y(t+1,x)=\sum_{t=t_0}^{t_1-1}\sum_{x=x_0}^{x_1-1}H_l[t-1,x]y(t,x)+$$

$$+\sum_{x=x_0}^{x_1-1}H_l[t_1-1,x]y(t_1,x)-\sum_{x=x_0}^{x_1-1}H_l[t_0-1,x]y(t_0,x), \qquad (17)$$

$$\sum_{t=t_0}^{t_1-1}\sum_{x=x_0}^{x_1-1} H_m[t,x]y(t,x+1)=\sum_{t=t_0}^{t_1-1}\sum_{x=x_0}^{x_1-1} H_m[t,x-1]y(t,x)+ \\ +\sum_{t=t_0}^{t_1-1} H_m[t,x_1-1]y(t,x_1). \tag{18}$$

Ясно, что

$$\sum_{x=x_0}^{x_1-1} p_i'(x)\alpha(x+1)=p_i'(x_1-1)\alpha(x_1)+\sum_{x=x_1}^{x_1-1} p_i'(x-1)\alpha(x), \tag{19}$$

$$\sum_{t=t_0}^{t_1-1}\sum_{x=x_0}^{x_1-1}\psi_i'(t,x)y(t+1,x+1)= \\ =\sum_{t=t_0}^{t_1-1}\sum_{x=x_0}^{x_1-1}\psi_i'(t-1,x-1)y(t,x)+\sum_{t=t_1}^{t_1-1}\psi_i'(t-1,x_1-1)y(t,x_1)+ \\ +\sum_{x=x_1}^{x_1-1}\psi_i'(t_1-1,x-1)y(t_1,x)-\sum_{x=x_1}^{x_1-1}\psi_i'(t_0-1,x-1)y(t_0,x)+ \\ +\psi_i'(t_1-1,x_1-1)y(t_1,x)-\psi_i'(t_0-1,x_1-1)y(t_0,x), \tag{20}$$

$$\sum_{t=t_0}^{t_1-1}\sum_{x=x_0}^{x_1-1}\frac{\partial H^{(i)}[t,x]}{\partial l}y(t+1,x)=\sum_{t=t_0}^{t_1-1}\sum_{x=x_0}^{x_1-1}\frac{\partial H^{(i)}[t,x]}{\partial l}y(t,x)+ \\ +\sum_{x=x_1}^{x_1-1}\frac{\partial H^{(i)}[t_1-1,x]}{\partial l}y(t_1,x)--\sum_{x=x_1}^{x_1-1}\frac{\partial H^{(i)}[t_0-1,x]}{\partial l}y(t_0,x), \tag{21}$$

$$\sum_{t=t_0}^{t_1-1}\sum_{x=x_0}^{x_1-1}\frac{\partial H^{(i)}[t,x]}{\partial m}y(t,x+1)=\sum_{t=t_0}^{t_1-1}\sum_{x=x_0}^{x_1-1}\frac{\partial H^{(i)}[t,x-1]}{\partial m}y(t,x)+ \\ +\sum_{t=t_1}^{t_1-1}\frac{\partial H^{(i)}[t,x_1-1]}{\partial m}y(t,x_1),$$

С учетом тождеств (19)-(21) из формулы приращения (14) получим

$$S_i(u(x;\varepsilon))-S_i(u(x))=\varepsilon\left[\frac{-\partial\varphi_1^{(i)'}(a(x_1))}{\partial a}\alpha(x_1)+\frac{\partial\varphi_2^{(i)'}(z(t_1,x_1))}{\partial z}y(t_1,x_1)+\right.$$

$$+p_i'(x_1-1)\alpha(x_1)+\sum_{x=x_0}^{x_1-1}\Big[\ p_i'(x-1)\alpha(x)-\frac{\partial M^{(i)}[x]}{\partial a}\alpha(x)\ \Big]-\sum_{x=x_0}^{x_1-1}\Delta_{v(x)}M^{(i)}[x]+$$

$$+\sum_{t=t_0}^{t_1-1}\sum_{x=x_0}^{x_1-1}\psi_i'(t-1,x-1)y(t,x)+\sum_{t=t_1}^{t_1-1}\psi_i'(t-1,x_1-1)y(t,x_1)+$$
$$+\sum_{x=x_1}^{x_1-1}\psi_i'(t_1-1,x-1)y(t_1,x)-\sum_{x=x_1}^{x_1-1}\frac{\partial H^{(i)}[t_0-1,x]}{\partial l}y(t_0,x)- \qquad (22)$$
$$-\sum_{t=t_0}^{t_1-1}\sum_{x=x_0}^{x_1-1}\frac{\partial H^{(i)}[t,x-1]}{\partial m}y(t,x)+\sum_{t=t_1}^{t_1-1}\frac{\partial H^{(i)}[t,x_1-1]}{\partial m}y(t,x_1).$$

Из разложения (22), с учетом того факта, что $\psi_i(t,x), p_i(x)$ являются соответственно решениями задач (6), (7), получим

$$S_i(u(x;\varepsilon))-S_i(u(x))=-\varepsilon\sum_{x=x_0}^{x_1-1}\Delta_{v(x)}M^{(i)}[x]+o(\varepsilon),\quad i=\overline{0,s}. \qquad (23)$$

При помощи разложений (23) доказывается

Теорема 1. При сделанных предположениях для оптимальности допустимого управления $u(x)$ в задаче (1)-(5) необходимо, чтобы неравенство

$$\min_{i\in J(u)}\sum_{x=x_0}^{x_1-1}\Delta_{v(x)}M^{(i)}[x]\le 0, \qquad (24)$$

выполнялось для всех $v(x)\in U$, $x\in X$.

Необходимые условия оптимальности особых управлений. Перейдем к исследованию особого случая, т.е. случая вырождения необходимого условия оптимальности (24).

Следуя [14] введем.

Определение 1. Допустимое управление $v(x)$ назовем критическим относительно экстремали Понтрягина $u(x)$, если

$$\min_{i\in J(u)}\sum_{x=x_0}^{x_1-1}\Delta_{v(x)}M^{(i)}[x]=0. \qquad (25)$$

Определение 2. Экстремаль Понтрягина $u(x)$ назовем особой в смысле принципа максимума Понтрягина в задаче (1)-(5) если существует соответствующее ей критическое допустимое управление $v(x)\ne u(x)$.

В дальнейшем через $J_1(u)$ будем обозначать максимальное подмножество индексов из $J(u)$ такое, что

$$\sum_{x=x_0}^{x_1-1}\Delta_{v(x)}M^{(i)}[x]=0,\quad i\in J_1(u).$$

для всех допустимых управлений, критических относительно $u(x)$.

Перейдем к выводу необходимых условий оптимальности особых управлений.

Допустим, что в задаче (1)-(5)

$$f(t,x,z,l,m)=A(t,x)m+f_1(t,x,z,l). \qquad (26)$$

Здесь $A(t,x)$- заданная $n\times n-$матричная функция, $f(t,x,z,l)$ заданная $n-$мерная вектор-функция, непрерывная по совокупности переменных вместе с частными производными по (z,l) до второго порядка включительно.

Пусть $\Phi(x,s)-(n\times n)$ матричная функция, являющая решением задачи

$$\Phi(x,s-1)=\Phi(x,s)F_a[s], \quad \Phi(x,x-1)=E.$$

Положим

$$Q(t,x,s)=\sum_{\tau=s+1}^{x-1}[R(t,x:t_0-1,\tau-1)-R(t,x:t_0-1,\tau)f_l[t_0-1,\tau]]\Phi(\tau,s)+$$

$$+R(t,x:t_0-1,x-1)\Phi(x,s),$$

Здесь $R(t,x;\tau,s)$ $(n\times n)$ матричная функция, являющаяся решением задачи

$$R(t,x;\tau-1,s-1)=R(t,x;\tau,s)f_z[\tau,s]+R(t,x;\tau-1,s)f_l[\tau-1,s]+R(t,x;\tau,s-1)f_m[\tau,s-1],$$

$$R(t,x;\tau-1,x-1)=R(t,x;\tau,x-1)f_m[\tau,x-1],$$

$$R(t,x;t-1,s-1)=R(t,x;t-1,s)f_l[t-1,s],$$

$$R(t,x;t-1,x-1)=E.$$

и введем обозначение

$$L_i(\tau,s)=-\Phi'(x_1,\tau)\frac{\partial^2\varphi_1^{(i)}(a(x_1))}{\partial a^2}\Phi(x_1,s)-Q'(t_1,x_1,\tau)\frac{\partial^2\varphi_2^{(i)}(z(t_1,x_1))}{\partial z^2}Q(t_1,x_1,s)+$$

$$+\sum_{x=\max(\tau,s)+1}^{x_1-1}[\Phi'(x,\tau)\frac{\partial^2 M^{(i)}[x]}{\partial a^2}\Phi(x,s)+\sum_{t=t_0}^{t_1-1}[Q'(t,x,\tau)\frac{\partial^2 H^{(i)}[t,x]}{\partial z^2}Q(t,x,s)+$$

$$Q'(t,x,\tau)\frac{\partial^2 H^{(i)}[t,x]}{\partial z\partial l}Q(t+1,x,s)+Q'(t+1,x,\tau)\frac{\partial^2 H^{(i)}[t,x]}{\partial l\partial z}Q(t,x,s)+$$

$$+Q'(t+1,x,\tau)\frac{\partial^2 H^{(i)}[t,x]}{\partial l^2}Q(t+1,x,s)\ \big]\big]. \qquad (27)$$

Справедлива.

Теорема 2. Если множество (8) выпукло, то для оптимальности особого, в смысле принципа максимума, управления $u(x)$ в задаче (1)-(5), (26) необходимо, чтобы неравенство

$$\min_{i\in J_1(u)}\left[\sum_{\tau=x_0}^{x_1-1}\sum_{s=x_0}^{x_1-1}\ \Delta_{v(\tau)}F'[\tau]L_i(\tau,s)\Delta_v F[s]+\right.$$

$$\left.+2\sum_{x=x_0}^{x_1-1}\Big[\ \sum_{s=x_0}^{x_1-1}\Delta_{v(x)}M_a{}^{(i)}[x]\Phi(x,s)\Delta_{v(s)}F[s]\ \Big]\right]\le 0, \qquad (28)$$

выполнялось для всех критических относительно $u(x), x\in X$ допустимых управлений $v(x), x\in X$.

Доказательство теоремы 2 проведем в два этапа. Сначала докажем, что соотношение (24) имеет место для таких критических допустимых управлений $v(x)$, для которых

$$\min_{i\in J(u)\setminus J_1(u)}\sum_{x=x_0}^{x_1-1}\Delta_{v(x)}M^{(i)}[x]\le 0. \qquad (29)$$

Допустим обратное. Пусть существует критическое допустимое управление $\bar v(x), x\in X$. такое что

$$\min_{i\in J(u)/J_1(u)}\sum_{x=x_0}^{x_1-1}\Delta_{\bar v(x)}M^{(i)}[x]>0. \qquad (30)$$

но при этом

$$\min_{i\in J_1(u)}\left[\sum_{\tau=x_0}^{x_1-1}\sum_{s=x_0}^{x_1-1}\ \Delta_{\bar v(\tau)}F'[\tau]L_i(\tau,s)\Delta_{\bar v}F[s]+\right.$$

$$\left.+\sum_{x=x_0}^{x_1-1}\Big[\ \sum_{s=x_0}^{x_1-1}\Delta_{\bar v(x)}M_a{}^{(i)}[x]\Phi(x,s)\Delta_{\bar v}F[s]\ \Big]>0.\right. \qquad (31)$$

По определено

$$\bar y(t,x)=\frac{\partial z(t,x:\varepsilon)}{\partial\varepsilon}\Big|_{\varepsilon=0};\quad \bar Y(t,x)=\frac{\partial^2 z(t,x:\varepsilon)}{\partial\varepsilon^2}\Big|_{\varepsilon=0},$$

$$\bar\alpha(x)=\frac{\partial a(x:\varepsilon)}{\partial\varepsilon}\Big|_{\varepsilon=0};\qquad \bar V(t,x)=\frac{\partial^2 a(x:\varepsilon)}{\partial\varepsilon^2}\Big|_{\varepsilon=0}. \qquad (32)$$

Из введенных обозначений сразу следует что $\bar y(t,x),\bar Y(t,x),\bar\alpha(x),\bar V(x)$ являются соответственно решениями следующих задач

$$\bar y(t+1,x+1)=f_z[t,x]\bar y(t,x)+f_l[t,x]\bar y(t+1,x)+f_m[t,x]\bar y(t,x+1),$$

$$\bar y(t_0,x)=\bar\alpha(x),\quad x\in X\cup x_1, \qquad (33)$$

$$\bar{y}(t,x_0)=0, \qquad t\in T\cup t_1,$$
$$\bar{Y}(t+1,x+1)= f_z[t,x]\bar{Y}(t,x)+ f_l[t,x]\bar{Y}(t+1,x)+ f_m[t,x]\bar{Y}(t,x+1)+$$
$$+\bar{y}'(t,x)f_{zz}[t,x]\bar{y}(t,x)+\bar{y}'(t,x)f_{zl}[t,x]\bar{y}(t+1,x)+\bar{y}'(t+1,x)f_{lz}[t,x]\bar{y}(t,x)+$$
$$+\bar{y}'(t+1,x)f_{ll}[t,x]\bar{y}(t+1,x), \tag{34}$$
$$\bar{Y}(t_0,x)=\bar{V}(x) \quad x\in X\cup x_1; \qquad \bar{Y}(t,x_0)=0,\ t\in T\cup t_1$$
$$\bar{\alpha}(x+1)=F_a[x]\bar{\alpha}(x)+\Delta_{\bar{v}(x)}F[x], \quad x\in X, \qquad \alpha(x_0)=0. \tag{35}$$
$$\bar{V}(x+1)=F_a[x]\bar{V}(x)+2\Delta_{\bar{v}(x)}F_a[x]\bar{\alpha}(x)+\bar{\alpha}'(x)F_{aa}[x]\bar{\alpha}(x),$$
$$\bar{V}(x_0)=0. \tag{36}$$

Далее, используя формулу Тейлора и учитывая (13), получаем, что

$$S_i(\bar{u}(x:\varepsilon))-S_i(u(x))=\varepsilon\Big[\frac{\partial\varphi^{(i)'}_1(a_1(x_1))}{\partial a}\bar{\alpha}(x_1)+\frac{\partial\varphi_2^{(i)'}(z(t_1,x_1))}{\partial z}\bar{y}(t_1,x_1)\Big]+$$
$$+\frac{\varepsilon^2}{2}\Bigg[\bar{\alpha}'(x_1)\frac{\partial^2\varphi_1^{(i)'}(\bar{a}_1(x_1))}{\partial a^2}\bar{\alpha}(x_1)+\frac{\partial\varphi_1^{(i)'}(a_1(x_1))}{\partial a}\bar{V}(x_1)+$$
$$+\bar{y}'(t_1,x_1)\frac{\partial^2\varphi_2^{(i)}(z(t_1,x_1))}{\partial z^2}\bar{y}(t_1,x_1)+\frac{\partial\varphi_2^{(i)'}(z(t_1,x_1))}{\partial z}\bar{Y}(t_1,x_1)\Bigg]+o(\varepsilon^2). \tag{37}$$

Допустим, что $i\in J(u)\setminus J_1(u)$.
В этом случае, принимая во внимание (30), из (37) получаем, что

$$S_i(\bar{u}(x:\varepsilon))=S_i(u(x))-\varepsilon\sum_{x=x_0}^{x_1-1}\Delta_{\bar{v}(x)}M^{(i)}[x]<0. \tag{38}$$

Пусть теперь $i\in J_1(u)$. Тогда, используя (14)-(15) из (16) получаем,

$$S_i(\bar{u}(x:\varepsilon))-S_i(u(x))=\varepsilon\Big[\frac{\partial\varphi^{(i)'}_1(a_1(x_1))}{\partial a}\bar{\alpha}(x_1)+\frac{\partial\varphi_2^{(i)'}(z(t_1,x_1))}{\partial z}\bar{y}(t_1,x_1)\Big]+$$
$$+\frac{\varepsilon^2}{2}\Bigg[\bar{\alpha}'(x_1)\frac{\partial^2\varphi_1^{(i)}(a_1(x_1))}{\partial a^2}\bar{\alpha}(x_1)+\frac{\partial\varphi_1^{(i)'}(a_1(x_1))}{\partial a}\bar{V}(x_1)+$$
$$+\bar{y}'(t_1,x_1)\frac{\partial^2\varphi_2^{(i)}(z(t_1,x_1))}{\partial z^2}\bar{y}(t_1,x_1)$$
$$+\frac{\partial\varphi_2^{(i)}(z(t_1,x_1))}{\partial z}\bar{Y}(t_1,x_1)\Bigg]+\varepsilon\left[\sum_{x=x_0}^{x_1-1}p_i'(x)\bar{\alpha}(x+1)-M_a^{(i)}[x]+\bar{\alpha}(x)\Delta_{\bar{v}(x)}M^{(i)}[x]\right]+$$

$$+\varepsilon\Big[\sum_{t=t_0}^{t_1-1}\sum_{x=x_0}^{x_1-1}\Big[\ \psi'(t,x)\bar{y}(t+1,x+1)-H_z{}^{(i)}[t,x]\bar{y}(t,x)+H_l{}^{(i)}[t,x]\bar{y}(t+1,x)+$$

$$+H_m{}^{(i)}[t,x]\bar{y}(t,x+1)\ \Big]+\frac{\varepsilon^2}{2}\left[\sum_{x=x_{(\ )}}^{x_1-1}\Big[p_i{}'(x)\bar{V}(x+1)-M_a{}^{(i)}[x]\bar{V}(x)+\right.$$

$$+2\Delta_{\bar{v}(x)}M_a{}^{(i)}[x]\bar{\alpha}(x)+\bar{\alpha}'(x)M_{aa}{}^{(i)}[x]\bar{\alpha}(x)\ \Big]\Big]+\frac{\varepsilon^2}{2}\Big[\sum_{t=t_0}^{t_1}\sum_{x=x_0}^{x_1-1}\psi_i'(t,x)\bar{Y}(t+1,x+1)-$$

$$-\Big[H_z{}^{(i)}[t,x]\bar{Y}(t,x)+H_l{}^{(i)}[t,x]\bar{Y}(t+1,x)+H_m{}^{(i)}[t,x]\bar{Y}(t,x+1)+\bar{y}'(t,x)H_{zz}[t,x]\bar{y}(t,x)+$$
$$+\bar{y}'(t,x)H_{zl}[t,x]\bar{y}(t+1,x)+\bar{y}'(t+1,x)H_{lz}[t,x]\bar{y}(t,x)+\bar{y}'(t+1,x)H_{ll}[t,x]\bar{y}(t+1,x)\ \Big]\Big]+o(\varepsilon^2)$$

где $\psi_i(t,x)$, $p_i(x)$ являются решениями сопряженной системы

$$\psi_i(t-1,x-1)=\frac{\partial H^{(i)}[t,x]}{\partial z}+\frac{\partial H^{(i)}[t-1,x]}{\partial l}+\frac{\partial H^{(i)}[t,x-1]}{\partial m},$$

$$\psi_i(t_1-1,x-1)=\frac{\partial H^{(i)}[t_1-1,x]}{\partial l},$$

$$\psi_i(t-1,x_1-1)=\frac{\partial H^{(i)}[t,x_1-1]}{\partial m},$$

$$\psi_i(t_1-1,x_1-1)=-\frac{\partial\varphi_2^{(i)}(z(t_1,x_1))}{\partial z};$$

$$p_i(x-1)=\frac{\partial M^{(i)}[x]}{\partial a}+\psi_i(t_0-1,x-1)-\frac{\partial H^{(i)}[t_0,x]}{\partial l},$$

$$p_i(x_1-1)=-\frac{\partial\varphi_1^{(i)}(a(x_1))}{\partial a}+\psi_i(t_0-1,x_1-1).$$

Отсюда после некоторых преобразований, получим

$$S_i(\bar{u}(x:\varepsilon))-S_i(u(x))=$$
$$=\frac{\varepsilon^2}{2}\left[\bar{\alpha}'(x_1)\frac{\partial^2\varphi_1^{(i)}(a(x_1))}{\partial a^2}\bar{\alpha}(x_1)+\bar{y}'(t_1,x_1)\frac{\partial^2\varphi_2^{(i)}(z(t_1,x_1))}{\partial z^2}\bar{y}(t_1,x_1)+\right.$$
$$+\sum_{x=x_0}^{x_1-1}\Big[\ \bar{\alpha}'(x)M_{aa}{}^{(i)}[x]\bar{\alpha}(x)+2\Delta_{\bar{v}(x)}M_a{}^{(i)}{}'[x]\bar{\alpha}(x)\ \Big]+$$
$$+\sum_{t=t_0}^{t_1-1}\sum_{x=x_0}^{x_1-1}\Big[\bar{y}'(t,x)H_{zz}[t,x]\bar{y}(t,x)+$$
$$+\bar{y}'(t,x)H_{zl}[t,x]\bar{y}(t+1,x)+\bar{y}'(t+1,x)H_{lz}[t,x]\bar{y}(t,x)+$$
$$+\bar{y}'(t+1,x)H_{ll}[t,x]\bar{y}(t+1,x)+o(\varepsilon^2). \quad (39)$$

С другой стороны, решения задач (33) и (35) допускают представления

$$\bar{y}(t,x)=\sum_{s=x_0}^{x-1}Q(t,x,s)\Delta_{\bar{v}(s)}F[s], \tag{40}$$

$$\bar{\alpha}(x)=\sum_{s=x_0}^{x_1-1}\Phi(x,s)\Delta_{\bar{v}(s)}F[s], \tag{41}$$

где $Q(t,x,s)$ определяется по формуле

$$Q(t,x,s)=\sum_{\tau=s+1}^{x-1}\left[R(t,x:t_0-1,\tau-1)-R(t,x:t_0-1,\tau)f_l[t_0-1,\tau]\right]\Phi(\tau,s)+$$

$$+R(t,x:t_0-1,x-1)\Phi(x,s),$$

а $\Phi(x,s)-(n\times n)$ матричная функция, являющая решением задачи

$$\Phi(x,s-1)=\Phi(x,s)F_a[s],\quad \Phi(x,x-1)=E.$$

При помощи представлений (40), (41) получаем, что

$$\bar{\alpha}'(x_1)\frac{\partial^2\varphi_1^{(i)}(a(x_1))}{\partial a^2}\bar{\alpha}(x_1)=$$

$$=\sum_{\tau=x_0}^{x_1-1}\sum_{s=x_0}^{x_1-1}\Delta_{\bar{v}(\tau)}F'[\tau]\Phi'(x_1,\tau)\frac{\partial^2\varphi_1^{(i)}(a(x_1))}{\partial a^2}\Phi(x_1,s)\Delta_{\bar{v}(s)}F[s]\ ],$$

$$\sum_{x=x_0}^{x_1-1}\Delta_{\bar{v}(x)}M_a^{(i)\prime}[x]\bar{\alpha}(x)=\sum_{x=x_0}^{x_1-1}\left[\sum_{s=x_0}^{x-1}\Delta_{\bar{v}(x)}M_a^{(i)\prime}[x]\Phi(x,s)\Delta_{v(s)}F[s]\ \right],$$

$$\bar{y}'(t_1,x_1)\frac{\partial^2\varphi_2^{(i)}(z(t_1,x_1))}{\partial z^2}\bar{y}(t_1,x_1)=\sum_{\tau=x_0}^{x_1-1}\sum_{s=x_0}^{x_1-1}\Delta_{\bar{v}(\tau)}F'[\tau]Q'(t_1,x_1,\tau)\times$$

$$\times\frac{\partial^2\varphi_2^{(i)}(z(t_1,x_1))}{\partial z^2}Q(t_1,x_1,s)\Delta_{\bar{v}(s)}F[s]\ ],$$

$$\sum_{x=x_0}^{x_1-1}\bar{\alpha}(x)M_{aa}[x]\bar{\alpha}(x)=$$

$$=\sum_{\tau=x_0}^{x_1-1}\sum_{s=x_0}^{x_1-1}\Delta_{\bar{v}(\tau)}F'[\tau]\left[\sum_{x=\max(\tau,s)+1}^{x_1-1}\Phi'(x,\tau)M_{aa}^{(i)}[x]\Phi(x,s)\right]\Delta_{\bar{v}(s)}F[s]\ ],$$

$$\sum_{t=t_0}^{t_1-1}\sum_{x=x_0}^{x_1-1}\left[y'(t,x)H_{zz}[t,x]y(t,x)+y'(t,x)H_{zl}[t,x]y(t+1,x)+\right.$$

$$+y'(t+1,x)H_{lz}[t,x]y(t,x)$$

$$+y'(t+1,x)H_{ll}[t,x]y(t+1,x)\ \Big]=\sum_{\tau=x_0}^{x_1-1}\ \sum_{s=x_0}^{x_1-1}\Delta_{\bar v(\tau)}F'[\tau]\times$$

$$\times\Bigg\{\sum_{t=t_0}^{t_1-1}\ \sum_{x=\max(\tau,s)+1}^{x_1-1}\Big[\ Q'(t,x,\tau)H_{zz}{}^{(i)}[t,x]Q(t,x,s)+$$

$$+Q'(t,x,\tau)H_{zl}{}^{(i)}[t,x]Q(t+1,x,s)+Q'(t+1,x,\tau)H_{lz}{}^{(i)}[t,x]Q(t,x,s)+$$

$$+Q'(t+1,x,\tau)H_{ll}{}^{(i)}[t,x]Q(t+1,x,s)\Big]\ \Bigg\}\Delta_{v(s)}F[s].$$

При помощи этих тождеств с учетом (27), При помощи формулы Тейлора получим

$$S_i(u(x;\varepsilon))-S_i(u(x))=\left[\varphi_1{}^{(i)}(a(x_1;\varepsilon))-\varphi_1{}^{(i)}(a(x_1))\right]+$$

$$\left[\varphi_2{}^{(i)}(z(t_1,x_1;\varepsilon))-\varphi_2{}^{(i)}(z(t_1,x_1))\right]=\varepsilon\left[\frac{\partial\varphi_1{}^{(i)\prime}(a(x_1))}{\partial a}\alpha(x_1)+\right.$$

$$\left.+\frac{\partial\varphi_2{}^{(i)\prime}(z(t_1,x_1))}{\partial z}y(t_1,x_1)\ \right]+o(\varepsilon).$$

разложение (34) при $i\in J_1(u)$ представляется в виде

$$S_i(\bar u(x:\varepsilon))-S_i(u(x))=-\frac{\varepsilon^2}{2}\Bigg[\Delta_{\bar v(\tau)}F[\tau]L_i(\tau,s)\Delta_{\bar v(s)}F[s]+$$

$$+2\sum_{x=x_0}^{x_1-1}\Big[\ \sum_{s=x_0}^{x-1}\Delta_{\bar v(x)}M_a{}^{(i)}[x]\Phi(x,s)\Delta_{\bar v(s)}F[s]\ \Big]\Bigg]+o(\varepsilon^2).\tag{42}$$

Поэтому, принимая во внимания (29), (30), получаем, что при $i\in\{\overline{1,s}\}\setminus J(u)$

$$S_i(\bar u(x:\varepsilon))=S_i(u(x))-\varepsilon\sum_{x=x_0}^{x_1-1}\Delta_{\bar v(x)}M^{(i)}[x]+o(\varepsilon)=\varphi_1{}^{(i)}(a(x_1))+\varphi_2{}^{(i)}(z(t_1,x_1))-$$

$$-\varepsilon\sum_{x=x_0}^{x_1-1}\Delta_{\bar v(x)}M^{(i)}[x]+o(\varepsilon)<0.$$

Если же $i\in J(u)\setminus J_1(u)$ то

$$S_i(\bar u(x:\varepsilon))=-\varepsilon\sum_{x=x_0}^{x_1-1}\Delta_{\bar v(x)}M^{(i)}[x]+o(\varepsilon)<0.$$

А при $i\in J_1(u)$ получаем, что

$$S_i(\overline{u}(x:\varepsilon))-S_i(u(x))=-\frac{\varepsilon^2}{2}\left[\sum_{\tau=x_0}^{x_1-1}\sum_{s=x_0}^{x_1-1}\Delta_{\overline{v}(\tau)}F[\tau]L_i(\tau,s)\Delta_{\overline{v}(s)}F[s]+\right.$$

$$\left.+2\sum_{x=x_0}^{x_1-1}\left[\sum_{s=x_0}^{x-1}\Delta_{\overline{v}(x)}\frac{\partial M^{(i)}[x]}{\partial a}\Phi(x,s)\Delta_{\overline{v}(s)}F[s]\right]+o(\varepsilon^2)\right]<0.$$

Полученные соотношения показывают, что при достаточно малых $\varepsilon-$ справедливы неравенства

$$S_i(\overline{u}(x;\varepsilon))<0,\ i=\overline{1,s}; \qquad S_0(\overline{u}(x;\varepsilon)),S_0(u(x)).$$

которые противоречат оптимальности управления $u(x)$.

Перейдем к исследованию общего случая, считая что $v(x), x\in X$ – произвольное критическое допустимое управление.

Если предполагать, что $v_1(x), x\in X$ – критическое допустимое управление, удовлетворяющее (10), то в силу выпуклости множества

$$F(x,a(x),U)=\{\beta:\beta=F(x,a(x),v),\ v\in U\},$$

для малого $\mu\in[0,1]$ можно найти допустимое управление $u_\mu(x), x\in X$ – которое является критическим относительно $u(x), x\in X$, и удовлетворяет условию (2), а также соотношению

$$\Delta_{u_\mu(x)}F[x]=\mu\Delta_{v_1(x)}F[x]+(1-\mu)\Delta_{v(x)}F[x].$$

Следовательно, при любом $\mu\in[0,1]$ имеет место неравенство:

$$\min_{i\in J_1(u)}\left[\sum_{\tau=x_0}^{x_1-1}\sum_{s=x_0}^{x_1-1}\left[\mu\Delta_{v_1(\tau)}F'[\tau]+(1-\mu)\Delta_{v(\tau)}F'[\tau]\right]L_i(\tau,s)\left[\mu\Delta_{v_1(s)}F[s]+(1-\mu)\Delta_{v(s)}F[s]\right]+\right.$$

$$+2\sum_{x=x_0}^{x_1-1}\left[\left[\mu\Delta_{v_1(x)}M_a^{(i)}[x]+(1-\mu)\Delta_{v(x)}M^{(i)}[x]\right]\sum_{s=x_0}^{x_1-1}\Phi(x,s)\times\right.$$

$$\left.\left.\times\left[\mu\Delta_{v_1(s)}F[s]+(1-\mu)\Delta_{v(s)}F[s]\right]\right]\right]\le 0.$$

Отсюда, переходя к пределу при $\mu\to 0$, приходим к неравенству (8)

Теорема доказана.

Непосредственным следствием теоремы 2. является следующее утверждение.

Теорема 3. При выполнении условий теоремы 1. для оптимальности особого в смысле принципа максимума Понтрягина управления $u(x)$ в задаче (1)-(5), (26) необходимо, чтобы неравенство

$$\min_{i\in J_1(u)}\{\ \Delta_v\dot{F}[\xi]L_i(\xi,\xi)\Delta_vF[\xi]\ \}\le 0 \qquad (43)$$

выполнялось для всех $v\in U$ и $\xi\in X$.

Для доказательства теоремы 2 достаточно в (9) $v(x)$ определить по формуле

$$v(x)=\begin{cases} v, & x=\xi\in X, \\ u(x), & x\neq\xi\in X. \end{cases}$$

Здесь $\xi\in X$ – произвольная точка, а $v\in U$ – произвольный вектор.

ЛИТЕРАТУРА

1. Уилски А.С. Взаимосвязь между теорией цифровой обработки сигналов и теорией управления и оценивания // ТИИЭР, 1978, т.66, №9, с. 5-33.
2. Уонэм М. Линейные многомерные системы управления. М.: Наука, 1989, 376 с.
3. Fornazini E., Marchesini G. State-space realization theory of two-dimensional filters // IEEE Trans Automat. Control 1976, vol. AC-21, №4, pp. 484-492
4. Kaczorek T. Two-dimensional linear systems. Berlin, 1985.
5. Васильев О.В., Кириллова Ф.М. Об оптимальных процессах в двухпараметрических дискретных системах // ДАН СССР,1967, т. 175, №2 с.
6. Васильев О.В. К оптимальным процессам в непрерывных и дискретных двухпараметрических системах // Информ. сб. трудов ВЦ Ир. ГУ. Иркутск, 1968, вып.2, с. 87-104.
7. Мансимов К.Б. Необходимые условия оптимальности второго порядка в дискретных двухпараметрических системах // Изв АН Азербайджана. Сер. физ.-техн. и мат. наук, 1998, №2, с. 56
8. Мансимов К.Б. Оптимизация одного класса дискретных двухпараметрических систем // Дифференц. уравнения, 1991, № 2, с. 359-362.
9. Васильев О.В. Об одной задаче оптимального управления процессом с распределенными параметрами и управляемыми граничными условиями // В. сб. Дифференц. и интег. уравнения. Иркутск, ИГУ, 1976, вып.4, с.82-110.
10. Алиева С.Т. Дискретный аналог метода разделения множителя Лагранжа на слагаемые // Научные Известия СГУ. 2004, № 2, с. 28-33.
11. Алиева С.Т. Об оптимальности особых граничных управлений в двухпараметрических системах // Докл. НАН Азербайджана, 2004, т. с.
12. Алиева С.Т., Мансимов К.Б. Об одной дискретной двухпараметрической задаче управления с граничным условием. // Вестник БГУ. сер. физ.-мат. наук, 2004, № 4, с.13-19.
13. Алиева С.Т. Квазиособые управления в одной граничной задаче управления // Изв. НАН Азербайджана. Сер. физ.-техн. и мат. наук. 2004, № 3, с.71-76
14. Гороховик С.Я. Необходимые условия оптимальности особых управлений в дискретных системах с терминальными ограничениями. Изв. АН. БССР. сер.физ.-мат наук, 1985, №3, с. 48-51.
15. Алексеев В.М., Тихомиров В.М., Фомин С.В. Оптимальное управление. М.: Наука, 1979, 432 с.
16. Ащепков Л.Т., Габасов Р. К оптимизации дискретных систем // Дифференц. уравнения, 1972, №6, с. 1068-1080
17. Болтянский В.Г. Оптимальное управление дискретными системами. М.: Наука, 1972, 446 с.
18. Гайшун И.В., Горячкин В.В. Условие разрешимости и управляемость линейных двухпараметрических дискретных систем // Дифференц. уравнения. 1988, т.24, № 12, с. 2047-2051
19. Розоноэр Л.И. Принцип максимума Л.С.Понтрягина в теории оптимальных систем, I, II,III. //Автоматика и телемеханика, 1959, № 10, 11,12, с.1320-1334, 1441-1458, 1561-1578

BƏRABƏRSİZLİK TİP FUNKSİONAL MƏHDUDİYYƏT OLAN BİR SƏRHƏD OPTİMAL İDARƏETMƏ MƏSƏLƏSİNDƏ MƏXSUSİ HALIN TƏDQİQİ

S.T.ƏLİYEVA

XÜLASƏ

İşdə sistemin halına bərabərsizlik tip funksional məhdudiyyət qoyulmuş diskret iki parametrli sistemlərlə optimal idarə olunan bir sərhəd məsələsinə baxılır. Diskret maksimum prinsipinin analoqu isbat olunmuşdur. Onun cırlaşdığı məxsusi hal tədqiq olunmuşdur.

Açar sözlər: optimal idrəetmə məsələsi, mümkün idarə, optimallıq şərti, məxsusi idarə, diskret maksimum prinsipi

RESEARCH OF A SPECIAL CASE IN ONE BOUNDARY PROBLEM OF OPTIMAL MANAGEMENT IN THE PRESENCE OF FUNCTIONAL LIMITATIONS OF TYPE OF INEQUALITIES

S.T.ALIYEVA

SUMMARY

In this work, we study one boundary-value problem of optimal control of discrete two-parameter systems in the presence of functional constraints such as inequalities on the state of the system. An analogue of the discrete maximum condition is proved. A special case of its degeneration is investigated.

Keywords: optimal control problem, admissible control, optimality condition, special control, discrete maximum principle.