

УДК 517.95

О ФОРМУЛЕ РАЗЛОЖЕНИЯ ПО СОБСТВЕННЫМ И ПРИСОЕДИНЕННЫМ ФУНКЦИЯМ СПЕКТРАЛЬНОЙ ЗАДАЧИ

Э.А.ГАСЫМОВ

Бакинский Государственный Университет
qasymov-elmagha@rambler.ru

В работе получаются некоторые формулы разложения по собственным и присоединенным функциям спектральной задачи, соответствующие некоторым смешанным задачам с нерегулярными граничными условиями.

Ключевые слова: формула разложения, спектральная задача, нерегулярное граничное условие.

В настоящей работе получаются некоторые формулы разложения по собственным и присоединенным функциям спектральной задачи, соответствующие некоторым смешанным задачам с нерегулярными граничными условиями.

Пусть

$$g_{m0} \equiv -4 \sum_{k=1}^m \int_0^1 g(\xi) \cos(\lambda_k \xi) d\xi ;$$

$$g_{m1}(x) \equiv 4 \sum_{k=1}^m \left(\int_0^1 g(\xi) \cos(\lambda_k \xi) d\xi \right) \cdot \cos(\lambda_k x) ;$$

$$g_{m2}(x) \equiv 4 \sum_{k=1}^m \left(\int_0^1 g(\xi) \sin(\lambda_k \xi) d\xi \right) \cdot \sin(\lambda_k x), \quad \lambda_k = 2k\pi .$$

- 1⁰. Пусть функция $y = g(x)$ абсолютно интегрируема в отрезке $[0,1]$.
- 2⁰. Пусть функция $y = g(x)$ монотонно, оставаясь ограниченной в промежутках $[0, h]$ и $[1-h, 1]$, где $0 < h < 1$.
- 3⁰. Пусть $g(+0)$, $g(1-0)$ и интегралы

$$\int_0^h \frac{1}{\xi} |g(\xi) - g(+0)| d\xi ,$$

$$\int_0^h \frac{1}{\xi} |g(1-\xi) - g(1-0)| d\xi$$

существуют.

4⁰. Пусть функция $y = g(x)$ монотонно, оставаясь ограниченной в промежутках $[x_0 - h, x_0 + h]$ и $[1 - x_0 - h, 1 + x_0 + h]$, где $0 < x_0 < 1$, $h > 0$.

5⁰. Пусть $g(x_0 \pm 0)$, $g(1 - x_0 \pm 0)$ и интеграл

$$\int_0^h \frac{1}{\xi} |g(x_0 - \xi) - g(x_0 + \xi) + g(1 - x_0 - \xi) + g(1 - x_0 + \xi) - g(x_0 - 0) - g(x_0 + 0) - g(1 - x_0 - 0) + g(1 - x_0 + 0)| d\xi$$

существуют.

6⁰. Пусть $g(x_0 \pm 0)$, $g(1 - x_0 \pm 0)$ и интеграл

$$\int_0^h \frac{1}{\xi} |g(x_0 - \xi) - g(x_0 + \xi) - g(1 - x_0 - \xi) - g(1 - x_0 + \xi) - g(x_0 - 0) - g(x_0 + 0) + g(1 - x_0 - 0) + g(1 - x_0 + 0)| d\xi$$

существуют.

Изложенным способом в [1], легко доказываются

Теорема 1. Пусть выполняются ограничения 1⁰ и или 2⁰, или 3⁰.

Тогда имеет место равенство

$$\lim_{m \rightarrow \infty} g_{m0} = -g(+0) - g(1-0) + 2 \int_0^1 g(\xi) d\xi.$$

Теорема 2. Пусть выполняются ограничения 1⁰ и или 4⁰, или 5⁰.

Тогда, при $0 < x_0 < 1$, имеет место равенство

$$\begin{aligned} \lim_{m \rightarrow \infty} g_{m1}(x_0) &= \frac{1}{2} [g(x_0 - 0) + g(x_0 + 0)] + \\ &+ \frac{1}{2} [g(1 - x_0 - 0) + g(1 - x_0 + 0)] - 2 \int_0^1 g(\xi) d\xi. \end{aligned}$$

Теорема 3. Пусть выполняются ограничения 1⁰ и или 4⁰, или 6⁰.

Тогда, при $0 < x_0 < 1$, имеет место равенство

$$\begin{aligned} \lim_{m \rightarrow \infty} g_{m1}(x_0) &= \frac{1}{2} [g(x_0 - 0) + g(x_0 + 0)] + \\ &+ \frac{1}{2} [g(1 - x_0 - 0) + g(1 - x_0 + 0)] - 2 \int_0^1 g(\xi) d\xi. \end{aligned}$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Гасымов Э.А. Метод конечного интегрального преобразования. Баку: ЭЛМ, 2009, 434 с.

SPEKTRAL MƏSƏLƏNİN MƏXSUSİ VƏ QOŞMA FUNKSIYALARI OLAN FUNKSIYALAR ÜZRƏ AYRILIŞ DÜSTURU HAQQINDA

E.A.QASIMOV

XÜLASƏ

Məqalədə bəzi qeyri-requlyar sərhəd şərtli qarışıq məsələlərə uyğun spektral məsələnin məxsusi və qoşma funksiyaları olan funksiyalar üzrə ayrılış düsturu alınır.

Açar sözlər: ayrılış düsturu, spektral məsələ, qeyri-requlyar sərhəd şərti.

ABOUT OF THE EXPANSION OF AN ARBITRARY FUNCTIONS AND ADJOINT FUNCTIONS OF THE SPECTRAL PROBLEMS

E.A.QASYMOV

SUMMARY

In this paper we get expansion of an arbitrary function in series of the eigen functions and adjoint functions of the spectral problem for irregular mixed problems.

Keywords: the expansion formula, spectral problem, of the irregular boundary conditions.