

**FİZİKA****NANOSİLİNDRDƏ ELEKTRON QAZININ ƏSAS HALI****T.H.İSMAYILOV, A.F.ASLANLI***Bakı Dövlət Universiteti**tariyel.i@gmail.com, ms.fq@bk.ru,*

Yarımkeçirici əsaslı nanosilindrə (kvant silindrində) elektron qazı məsələsinə baxılmışdır. Birzərrəcikli effektiv kütlə yaxınlaşmasında enerji spektri və dalğa funksiyaları tapılmışdır. Enerji spektrinin elektronun kütləsindən, nanosilindrin radiusundan və hündürlüyündən asılı analitik ifadəsi verilmişdir. Effektiv kütlənin həcmi sabitliyi şərtində əsas halın enerjisi ilə  $RQ/H$  nisbəti arasındaki əlaqə müəyyən edilmişdir.

**Açar sözlər:** de Broyl dalğasının uzunluğu, nanosilindr (kvant silindri), ölçüyə görə kvantlanma səviyyələri, əsas halın enerjisi.

Nanotexnologiyada kvant məftilləri, kvant nöqtələri və kvant üzükləri kimi mikro- və nanoölçülü quruluşların (strukturların) alınması keyfiyyətçə yeni fundamental fiziki hadisələrin keşfinə və tədqiqinə rəvac verir. Belə aşağıölçülü elektron sistemləri özlərini süni atomlar kimi aparırlar. Real atomlardan fərqli olaraq, süni atomların həndəsi ölçülərini və konfiqurasiyalarını, yəni topologiyalarını, dəyişməklə süni atomların bütün kimyəvi və fiziki xassələrini idarə etmək mümkündür [1-4]. Topologiyanın dəyişməsi nəticəsində sistemin enerji strukturu, eləcə də dalğa funksiyaları dəyişmiş olur. Yəni məqsədönlü olaraq topologiyani seçməklə lazımi parametrlərə malik cihaz və qurğu hazırlamaq olar. Hazırda silindrik simmetriyalı elektron sistemləri geniş tədqiq olunmaqdadır Silindrik simmetriyalı kvant sistemlərinin elektron xssələrinə olan maraq, karbon nanoborularının gələcək nanoelektronikanın cihaz və qurğuları üçün aktiv elementlər olaraq öyrənilməsi və bunlardan istifadə edilməsi barədə ilk təkliflərdən [5, 6] başlayaraq artmaqdadır. Özünəməxsus mexaniki, elektrik, termodinamik, kinetik, optik, maqnit xüsusiyyətlərinə malik olan bu sistemlərdə yeni-yeni özəlliklər aşkarlanır [3, 4]. Son illərdə əyri bir səthdə və əyri səthlərlə əhatə olunmuş həcm daxilində olan yükdaşıyıcılarla bağlı effektlər intensiv surətdə tədqiq olunmaqdadır [6-11].

Təqdim olunan işdə yarımkəçirici əsaslı nanosilindrə (kvant silindri) elektron qazı məsələsinə baxılmışdır. Nanosilindr (və ya kvant silindri) dedikdə nəzərdə tutulur ki, onun hündürlüyü ( $H$ ) və en kəsiyinin radiusu ( $R$ ) de-Broyl dalğasının uzunluğu ( $\lambda$ ) tərtibindədir, yəni  $H, R \sim \lambda$ . Bu halda silin-

dirdəki elektronun enerji spektri atomdakı kimi tam kvantlanmış olur. Başqa sözlə, enerji spektri ölçüyə görə tam kvantlanmış səviyyələrdən ibarət olur. Şredinger tənliyinin həllindən birzərrəcikli effektiv kütlə yaxınlaşmasında, sonsuz dərin quyu modelində yükdaşıyıcının (elektronun) enerji spektri və dalğa funksiyaları tapılmışdır. Göstərilmişdir ki, enerji spektri nanosilindrin en kəsiyinin radiusundan, hündürlüyündən və yarımkəçiridəki elektronun effektiv kütləsindən asılıdır.

### Enerji spektri

Kristal qəfəsin  $U(\vec{r})$  periodik sahəsində yerləşən elektron üçün effektiv kütlə yaxınlaşmasında Şredinger tənliyini yazaq:

$$\hat{H}\psi = E\psi , \quad \hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m^*} \nabla^2 + U(\vec{r}) . \quad (1)$$

Burada  $\vec{\nabla} = \vec{i} \frac{\partial}{\partial x} + \vec{j} \frac{\partial}{\partial y} + \vec{k} \frac{\partial}{\partial z}$ ,  $\Psi(\vec{r})$  periodu qəfəs sabitinə bərabər

olan periodik funksiya,  $E$  elektronun enerjisi,  $U(\vec{r})$  məhdudlaşdırıcı potensialdır (quyu potensialı).

Sonsuz dərin quyu modelində məhdudlaşdırıcı potensialı

$$U(r, z) = \begin{cases} 0, & r \leq R_0, \quad 0 \leq z \leq H \\ \infty, & qalan hallarda \end{cases} \quad (2)$$

kimi seçsək, silindrik kordinatlarda (1) tənliyi aşağıdakı şəklə düşər:

$$-\frac{\hbar^2}{2m^*} \left( \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} \right) = E\psi , \quad (3)$$

harada  $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ .

Dalğa funksiyasını

$$\psi(\rho, \varphi, z) = R(\rho)\Phi(\varphi)Z(z) \quad (4)$$

kimi seçib, (3) tənliyində yerinə yazsaq, bu tənlik dəyişənlərinə ayrılacaq və  $R(\rho)$ ,  $\Phi(\varphi)$ ,  $Z(z)$  üçün bir-birindən qeyri-asılı üç tənlik alınacaq. Bunların həllindən alınan dalğa funksiyaları üzərinə əlavə edilən

$$R(r = R) = 0, \quad \Phi(\varphi = 2\pi R), \quad Z(z = H) = 0 \quad (5)$$

sərhəd şərtlərindən enerji spektri üçün aşağıdakı ifadə alınır:

$$E = \frac{\hbar^2}{2m^*} \left[ \frac{(\mu_m^{(\nu)})^2}{R_0^2} + \frac{\pi^2 n^2}{H^2} \right], \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (6)$$

Burada  $\mu_m^{(\nu)}$  işarələməsi  $J_m$  Bessel funksiyasının  $\nu$ -cü köküdür.

## Əsas halın enerjisi.

Əsas halın enerjisi (7) düsturunda Bessel funksiyasının birinci kökünün, yəni  $2,405$  və  $n=1$  qiymətlərinə uyğundur:

$$E_0 = \frac{\hbar^2}{2m^*} \left[ \frac{(2,048)^2}{R_0^2} + \frac{\pi^2}{H^2} \right]. \quad (7)$$

Görünür ki, nanosilindrəki elektronun enerjisi silindrin radiusundan, hündürlüyündən və elektronun effektiv kütləsində asılıdır. Müxtəlif yarımkəcərıcıılər əsasında alınan kvant silindrələrdə elektronun effektiv kütləsi çox müxtəlifdir [1, 9].

İndi silindrin həcmimin və effektiv kütlənin sabitliyi şərtində əsas halın enerjisi ilə  $R_0/H$  nisbəti arasındaki əlaqəni tapaq. Yəni qəbul etdiyimiz şərt daxilində enerjinin minimumu (əsas halın enerjisi)  $R_0/H$  nisbətinin hansı qiyməti nə uyğundur? Bu məqsədlə Laqranjın qeyri-müəyyən vuruqlar metodundan istifadə edərək, müəyyən hesablamalardan sonra alarıq ki,

$$\frac{R_0}{H} = \frac{2,048}{\pi\sqrt{2}} \approx 0,54 \quad (8)$$

Əsas halın enerjisi effektiv kütlənin qiymətindən asılı olsa da, bu kütlənin verilmiş qiymətində  $R_0/H$  nisbəti sabitdir. Amma aydındır ki, bu sabitin qiyməti müxtəlif effektiv kütlələr üçün müxtəlif olacaq.

## ƏDƏBİYYAT

1. Thomas Ihn, Semiconductor Nanostructures Oxford University Press, 2011.
2. Datta S. Quantum Transport: Atom to Transistor (Cambridge University Press, 2005).
3. Nazarov Y.V. and Blanter Y. Quantum Transport: Introduction to Nanoscience. Cambridge Univ Pr, 581 (2009).
4. Ashoori R.C. Electrons in artificial atoms. Nature 379, 413–419 (1996).
5. Radushkevich L.V. and Lukyanovich V.M., Zh. Fiz. Khim. **26**, 88, 1952.
6. Oberlin A., Endo M., and Koyama T, J. Cryst. Growth **32**, 335, 1976.
7. Haug H. and Jauho A.-P. Quantum kinetics in transport and optics of semiconductors (Springer Berlin Heidelberg New York, 2008).
8. Mitin V.V., Kochelap V.A., Mitra Dutta, Stroscio M.A. Introduction to Optical and Optoelectronic Properties of Nanostructures Cambridge University Press, 2019; 403 pages
9. Harrison P., Valavanis A. Quantum Wells, Wires and Dots: Theoretical and Computational Physics of Semiconductor Nanostructures. 2016, Edition 4, Wiley, 624p.
10. Iadonisi G., Cantele G., Chiofalo M.L. Introduction to Solid State Physics and Crystalline Nanostructures, Springer-Verlag Mailand. 2014, 707p.
11. Yu-Guo Guo. Nanostructures and Nanomaterials for Batteries: Principles and Applications, Springer Singapore, 2019, 393p.

# ОСНОВНОЕ СОСТОЯНИЕ ЭЛЕКТРОННОГО ГАЗА В НАНОЦИЛИНДРЕ

Т.Г.ИСМАИЛОВ, А.Ф.АСЛАНЛЫ

## РЕЗЮМЕ

Рассмотрена задача об электронном газе в наноцилиндре (квантовом цилиндре) на основе полупроводников. Найдены энергетический спектр и волновые функции в приближении эффективной массы. При условии постоянства эффективной массы и объема цилиндра определена связь между энергией основного состояния и отношением радиуса цилиндра к его высоте.

**Ключевые слова:** длина волны де Броиля, наноцилиндр (квантовый цилиндр), размерно-квантованные уровни, энергия основного состояния.

## GROUND STATE OF ELECTRONIC GAS IN NANOCYLINDER

T.H.İSMAYILOV, A.F.ASLANLI

## SUMMARY

The problem of electron gas in a semiconductor-based nanocylinder (quantum cylinder) is considered. Energy spectrum and wave functions are found in the approximation of the effective mass. The relationship between the energy of the ground state and the ratio of the cylinder's radius to its height is determined.

**Keywords:** de Broglie wavelength, nanocylinder (quantum cylinder), quantum size levels , ground state energy.

*Redaksiyaya daxil oldu: 03.03.2020-ci il*

*Çapa imzalandı: 22.10.2020-ci il*