УДК 514.763

О ЛИФТАХ f – СТРУКТУР В РАССЛОЕНИИ ЛИНЕЙНЫХ КОРЕПЕРОВ

Г.Д.ФАТТАЕВ
Бакинский Государственный Университет
h-fattayev@mail.ru

В работе рассматривается расслоение линейных кореперов дифференцируемого многообразия. Строятся лифты некоторых дифференциально-геометрических объектов из базового многообразия в тотальное пространство расслоения. При помощи этих лифтов исследуются свойства полного и горизонтального лифтов f-структур, заданных на базовом многообазии в расслоение линейных кореперов.

Ключевые слова: Расслоение кореперов, *f*-структура, тензор Нейенхейса, полный лифт, линейная связность, единичный тензор.

Понятие f – структуры ранга r на гладком многообразии M введено Яно в 1961 году [9]. По определению, данного Яно [9], [10], f – структура ранга r на $n = 2m$ – мерном гладком многообразии M, определяется заданием тензорного поля f типа $(1,1)$ такого, что

$$f^3 + f = 0$$

и ранг аффинора f всюду на M равен r. Обзоры работ, посвященных изучению f – структур на многообразиях и их расслоенных пространствах, были опубликованы в сборниках и книгах [1], [2], [7], [8], [11]. Целью данной работы является мзучение свойств лифтов (полной и горизонтальной) f – структуры из дифференцируемого $n = 2m$ – мерного многообразии M в расслоение линейных кореперов $F^*(M)$. В разделе 2 кратко описываются основные определения и результаты, которые будут использованы позже, после чего свойства f – структур в расслоении линейных кореперов $F^*(M)$ с применением опрерации полного лифта дифференциально геометрических объектов изучаются в разделе 3. В разделе 4 исследуется вопрос о горизонтальном лифте f – структуры из многообразия M в расслоение линейных кореперов $F^*(M)$.

1. Предварительные сведения

Пусть M $n-$мерное дифференцируемое многообразие класса C^{∞} и $F^{*}(M)$ расслоение линейных кореперов многообразия M (см., [3], [4]). Расслоение линейных кореперов $F^{*}(M)$ над M состоит из всех пар (x,u^{*}), где x точка из M и u^{*} есть базис (корепер) для кокасательного пространства $T_{x}^{*}M$. Естественную проекцию расслоения $F^{*}(M)$ в M обозначим через π и определим по формуле $\pi(x,u^{*})=x$. Пусть $(U;x^{1},x^{2},\ldots,x^{n})$ система локальных координат в M, тогда корепер $u^{*}=(X^{\alpha})=(X^{1},X^{2},\ldots,X^{n})$ для $T_{x}^{*}M$ можно выразить однозначно в виде $X^{\alpha}=X_{i}^{\alpha}(dx^{i})_{x}$ и поэтому

$$\left(\pi^{-1}(U);x^{1},x^{2},\ldots,x^{n},X_{1}^{1},X_{2}^{1},\ldots,X_{n}^{n}\right)$$

является системой локальных координат в $F^{*}(M)$ (см., [5]). Индексы $i,j,k,\ldots,\alpha,\beta,\gamma,\ldots$ принимают значения в $\{1,2,\ldots,n\}$, а индексы $A,B,C,\ldots$ в

$$\left\{1,\ldots,n,n+1,\ldots,n+n^{2}\right\}.$$

Положим $h_{\alpha}=\alpha\cdot n+h$. Очевидно, что индексы вида $h_{\alpha},k_{\beta},l_{\gamma},\ldots$ принимают значения в $\left\{n+1,\ldots,n+n^{2}\right\}$. Множество всех дифференцируемых тензорных полец типа (r,s) на многообразии M обозначим через $\Im_{s}^{r}(M)$. Пусть ∇ симметричная линейная связность на M с коэффициентами Γ_{ij}^{k}. Рассмотрим векторное и ковекторное (1-форма) поля $V\in\Im_{0}^{1}(M)$, $\omega\in\Im_{1}^{0}(M)$ и пусть $V=V^{i}\dfrac{\partial}{\partial x^{i}}$, $\omega=\omega_{i}dx^{i}$ их локальные выражения в $U\subset M$, соответственно. Тогда полный и горизонтальный лифты ${}^{C}V,{}^{H}V\in\Im_{0}^{1}(F^{*}(M))$ векторного поля V и $\beta-$ый вертикальный лифт ${}^{V_{\beta}}\omega\in\Im_{0}^{1}(F^{*}(M))\,(\beta=1,2,\ldots,n)$ 1-формы ω в расслоение линейных кореперов $F^{*}(M)$, как известно (см. [3], [4]), определены в виде

$${}^{C}V=V^{i}\frac{\partial}{\partial x^{i}}-X_{j}^{\alpha}\frac{\partial V^{j}}{\partial x^{i}}\frac{\partial}{\partial X_{i}^{\alpha}}, \tag{2.1}$$

$${}^{H}V=V^{i}\frac{\partial}{\partial x^{i}}+X_{j}^{\alpha}\Gamma_{ik}^{j}V^{k}\frac{\partial}{\partial X_{i}^{\alpha}}, \tag{2.2}$$

$$
{}^{V_\beta}\omega = \delta^\alpha_\beta \sum_i \omega_i \frac{\partial}{\partial X^\alpha_i} \tag{2.3}
$$

относительно натурального репера $\{\partial_i, \partial_{i_\alpha}\} = \left\{\frac{\partial}{\partial x^i}, \frac{\partial}{\partial X^\alpha_i}\right\}$.

Отметим, что для произвольных векторных полей $V, W \in \Im^1_0(M)$ справедливы следующие формулы, связанные со скобкой Ли (или коммутатором) векторных полей:

$$
\left[{}^C V, {}^C W\right] = {}^C[V, W],
$$

$$
\left[{}^H V, {}^H W\right] = {}^H[V, W] + \gamma R(V, W),
$$

здесь $R(V, W) = [\nabla_V, \nabla_W] - \nabla_{[V,W]}$, $\gamma R(V, W)$ – вертикальное векторное поле на $F^*(M)$, определяемое в виде

$$
\gamma R(V, W) = X^\alpha_l R^l_{ijk} V^i W^j \frac{\partial}{\partial X^\alpha_k}.
$$

Пусть $F \in \Im^1_1(M)$ некоторое тензорное поле типа $(1,1)$, заданное на многообразии M и имеющее локальное выражение $F = F^i_j \frac{\partial}{\partial x^i} \otimes dx^j$ в $U \subset M$. Тогда полный и горизонтальный лифты ${}^C F, {}^H F \in \Im^1_1(F^*(M))$ тензорного поля F в расслоение линейных кореперов $F^*(M)$ определяются в виде [4], [5]:

$$
{}^C F = \begin{pmatrix} F^j_i & 0 \\ X^\alpha_k(\partial_i F^k_j - \partial_j F^k_i) & F^i_j \delta^\alpha_\beta \end{pmatrix}, \tag{2.4}
$$

$$
{}^H F = \begin{pmatrix} F^j_i & 0 \\ X^\alpha_k(F^m_i \Gamma^k_{mj} - F^m_j \Gamma^k_{mi}) & F^i_j \delta^\alpha_\beta \end{pmatrix} \tag{2.5}
$$

относительно натурального репера $\{\partial_i, \partial_{i_\alpha}\}$.

Пусть $A, B \in \Im^1_1(M)$. Кручением тензорных полей A и B типа называется тензорное поле $S \in \Im^1_2(M)$, определяемое в виде (см., [11, стр. 35])

$$
\begin{aligned}
2S(X,Y) &= [AX, BY] + [BX, AY] + AB[X,Y] + BA[X,Y] - \\
&- A[X, BY] - A[BX, Y] - B[X, AY] - B[AX, Y],\ X, Y \in \Im^1_0(M).
\end{aligned} \tag{2.6}
$$

При $B = A$, тензорное поле $N \in \Im^1_2(M)$, определяемое в виде

$$N(X,Y)=S(X,Y)=[AX,AY]-A[X,AY]-$$

$$-A[AX,Y]+A^2[X,Y],\ X,Y\in\Im_0^1(M), \tag{2.7}$$

называется тензором Нейенхейса тензорного поля A.

Пользуясь определениями лифтов дифференциально-геометрических объектов, легко можно установить, что если $X,Y\in\Im_0^1(M),\ A,B\in\Im_1^1(M),\ S,Q\in\Im_2^1(M),$ тогда

$$^C A(^C X)={}^C(A(X))+\gamma(L_X A), \tag{2.8}$$

здесь L_X – производная Ли вдоль векторного поля X,

$$^H A(^H X)={}^H(A(X)), \tag{2.9}$$

$$^C A(\gamma S)=\gamma(SA), \tag{2.10}$$

здесь $SF\in\Im_2^1(M)$ и $(SF)(X,Y)=S(X,FY)$,

$$(\gamma S)^C X=\gamma S_X, \tag{2.11}$$

здесь $S_X\in\Im_1^1(M)$ и $S_X(Y)=S(X,Y)$,

$$^C A(\gamma B)=\gamma(BA), \tag{2.12}$$

$$\left(^C A\right)^2={}^C\left(A^2\right)+\gamma N_A, \tag{2.13}$$

$$(\gamma S)\gamma(Q)=0. \tag{2.14}$$

Например, справедливость равенства (2.8) устанавливается следующим образом. Пользуясь (2.1) и (2.4), находим:

$$\left(^C A(^C X)\right)^I=\left(^C A(^C X)\right)^i={}^C A_J^i\,{}^C X^J={}^C A_j^i\,{}^C X^j+{}^C A_{j_\beta}^i\,{}^C X^{j_\beta}=$$

$$=A_j^i X^j={}^C\left(A(X)\right)^i,$$

$$\left(^C A(^C X)\right)^I=\left(^C A(^C X)\right)^{i_\alpha}={}^C A_J^{i_\alpha}\,{}^C X^J={}^C A_j^{i_\alpha}\,{}^C X^j+{}^C A_{j_\beta}^{i_\alpha}\,{}^C X^{j_\beta}=$$

$$=X_k^\alpha(\partial_j A_i^k-\partial_i A_j^k)X^j+A_i^j\delta_\beta^\alpha(-X_k^\beta\partial_j X^k)=X_k^\alpha\partial_j A_i^k X^j-$$

$$-X_k^\alpha\partial_i A_j^л X^j-X_k^\alpha A_i^j\partial_j X^k=(-X_k^\alpha(\partial_i A_j^k)X^j-X_k^\alpha A_j^k(\partial_i X^j))+$$

$$+X_k^\alpha(X^j\partial_j A_i^k+A_i^j\partial_j X^k-A_i^j\partial_j X^k)=-X_k^\alpha\partial_i(A_j^k X^j)+X_k^\alpha(L_X A)_i^k=$$

$$={}^C\left(A(X)\right)^{i_\alpha}+X_k^\alpha(L_X A)_i^k.$$

Из полученных равенств следует, что

$$^C A(^C X)={}^C(A(X))+\gamma(L_X A).$$

Отметим следующий необходимый результат.

Лемма 2.1 ([6]). *(b) Пусть* $\widetilde{S},\widetilde{T}$ *тензорные поля типа* $(r,s),\ s>0,$ *на расслоении линейных корепероз* $F^*(M)$ *такие, что*

$$.\widetilde{S}({}^{C}X_1,...,{}^{C}X_s)=\widetilde{T}({}^{C}X_1,...,{}^{C}X_s)$$

для произвольных векторных полей $X_1,..., X_s$ *на* M. *Тогда* $\widetilde{S}=\widetilde{T}$.

Замечание . *Утверждение Леммы 2.1 остается в силе, если все векторные поля* ${}^{C}X_1,...,{}^{C}X_s$ *заменить векторными полями вида* ${}^{V_\beta}\omega$, *или* ${}^{H}Y$, *здесь* $\omega\in\Im_1^0(M)$, $Y\in\Im_0^1(M)$.

3. Полный лифт $.f-$**структуры в расслоение линейных кореперов**

Пусть M $n=2m-$мерное дифференцируемое многообразие класса C^∞. Сперва мы докажем следующую теорему.

Теорема 3.1. *Пусть* $F\in\Im_1^1(M)$, *тогда*

$$\left({}^{C}F\right)^3={}^{C}\left(F^3\right)+\gamma(2S-FN), \tag{3.1}$$

здесь $.S-$*кручение тензорных полей* $.F$ *и* $.F^2$, $.N-$*тензор Нейенхейса тензорного поля* $.F$ *и* $.(FN)(X,Y)=FN(X,Y), \forall X,Y\in\Im_0^1(M)$.

Доказательство. Согласно (2.10) и (2.13), имеем:

$$.\left({}^{C}F\right)^3={}^{C}F\left({}^{C}\left(F^2\right)+\gamma N\right)={}^{C}F\,{}^{C}\left(F^2\right)+\gamma(NF). \tag{3.2}$$

Учитывая (2.8) и (2.12), для $\forall X\in\Im_0^1(M)$, получим:

$$\begin{aligned}{}^{C}F\,{}^{C}\left(F^2\right){}^{C}X&={}^{C}F\left({}^{C}\left(F^2(X)\right)+\gamma\left(L_XF^2\right)\right)={}^{C}\left(F^3(X)\right)+\gamma\left(L_{F^2X}F\right)+\gamma\left(\left(L_XF^2\right)F\right)=\\&={}^{C}\left(F^3\right){}^{C}X+\gamma\left(-\left(L_XF^3\right)+L_{F^2X}F+\left(L_XF^2\right)F\right)\end{aligned} \tag{3.3}$$

Из равенств (3.2) и (3.3) следует, что

$$\left({}^{C}F\right)^3{}^{C}X={}^{C}\left(F^3\right){}^{C}X+\gamma G, \tag{3.4}$$

здесь

$$G=\left(L_XF^2\right)F+L_{F^2X}F-L_XF^3+(NF)_X.$$

Применив G к $Y\in\Im_0^1(M)$ и пользуясь формулами (2.6) и (2.7), получим:

$$\begin{aligned}GY&=[X,F^3Y]-F^2[X,FY]+[F^2X,FY]-F[F^2X,Y]-[X,F^3Y]+F^3[X,Y]+\\&+[FX,F^2Y]-F[X,F^2Y]-F[FX,FY]+F^2[X,FY]=[FX,FY]+[FX,FY]+\\&+F^3[X,Y]+F^3[X,Y]-F[X,F^2Y]-F[F^2X,Y]-F^2[X,FY]-F^2[FX,Y]+\\&\left\{F^2[X,FY]-F[FX,FY]+F^2[FX,Y]-F^3[X,Y]\right\}=2S(X,Y)-(FN)(X,Y),\end{aligned}$$

.

откуда следует, что

$$G = 2S_X - (FN)_X. \tag{3.5}$$

Таким образом, пользуясь формулами (2.12), (3.4) и (3.5), получим:

$$\left({}^C F\right)^3 {}^C X = {}^C\left(F^3\right){}^C X + \gamma\left(2S_X - (FN)_X\right) = \left({}^C\left(F^3\right) + \gamma(2S - FN)\right){}^C X. \tag{3.6}$$

Применив Лемму 2.1 к (3.6), получим формулу (3.1). Тем самым, теорема доказана.

Из Теоремы 3.1 следует

Теорема 3.2. *Пусть F является $f-$ структурой на $n = 2m-$ мерном гладком многообразии M, $N-$ тензором Нейенхейса для F, а $S-$ кручением для F и F^2. Тогда ${}^C F$ является $f-$ структурой на расслоении линейных кореперов $F^*(M)$ тогда и только тогда, когда*

$$2S = FN.$$

Имеет место следующая теорема.

Теорема 3.3. *Пусть F является $f-$ структурой на $n = 2m-$ мерном гладком многооб-разии M, $N-$ тензором Нейенхейса для F, а $S-$ кручением для F и F^2. Тогда*

$${}^C F + \gamma\left((FN - 2S)(I + \frac{3}{2}F^2)\right)$$

является $f-$ структурой на расслоении линейных кореперов $F^*(M)$, здесь I единичный оператор.

Доказательство. Введем следующее обозначение

$$P = (FN - 2S)(I + \frac{3}{2}F^2). \tag{3.7}$$

Пусть $X \in \Im_0^1(M)$, тогда по формуле (2.11), получим:

$$\left({}^C F + \gamma P\right){}^C X = {}^C F\,{}^C X + \gamma P_X.$$

Следовательно, пользуясь равенствами (2.8) и (2.14), приходим к следующим соотношениям:

$$\left({}^C F + \gamma P\right)^2 {}^C X = \left({}^C F\right)^2 {}^C X + \gamma(P_X F) + \gamma P_{FX},$$

$$\left({}^C F + \gamma P\right)^3 {}^C X = \left({}^C F\right)^3 {}^C X + \gamma(P_X F^2 + P_{FX} F + P_{F^2 X}).$$

Таким образом, с применением Теоремы 3.1, получим:

$$\left({}^C F + \gamma P\right)^3 {}^C X = \left({}^C F\right)^3 {}^C X + \gamma(2S - FN) + \gamma(P_X F^2 + P_{FX} F + P_{F^2 X}).$$

По условию теоремы $F^3 = -F$, откуда следует, что для $\forall X \in \Im_0^1(M)$ равенство

$$\left({}^C F + \gamma P\right)^3 {}^C X = -\left({}^C F + \gamma P\right){}^C X,$$

удовлетворяется тогда и только тогда, когда

$$P_X + P_X F^2 + P_{FX} F + P_{F^2 X} = (FN - 2S)_X . \tag{3.8}$$

Заметим, что (3.8) еквивалентно соотношению

$$\begin{aligned} &P(X,Y) + P(X,F^2 Y) + P(FX,FY) + P(F^2 X,Y) = \\ &= FN(X,Y) - 2S(X,Y), \quad \forall X,Y \in \Im_0^1(M). \end{aligned} \tag{3.9}$$

С другой стороны, на основе равенства (3.7), получим:

$$P(X,Y) = (FN)(X,Y) - 2S(X,Y) + \frac{3}{2} FN(X,F^2 Y) - 3S(X,F^2 Y),$$

откуда следует, что условие (3.9) удовлетворяется. Следовательно, для $\forall X \in \Im_0^1(M)$

$$\left({}^C F + \gamma P\right)^3 {}^C X + \left({}^C F + \gamma P\right) {}^C X = 0,$$

или

$$\left({}^C F + \gamma P\right)^3 + \left({}^C F + \gamma P\right) = 0.$$

Таким образом, тензорное поле ${}^C F + \gamma P$ является $f-$ структурой на расслоении линейных кореперов $F^*(M)$. Теорема доказана.

4. Горизонтальный лифт $f-$ структуры в расслоение линейных кореперов

В этом разделе мы покажем, как можно использовать горизонтальные лифты для нахождения $f-$ структуры в расслоении линейных кореперов $F^*(M)$.

Имеет место

Теорема 4.1. *Пусть* $\omega \in \Im_1^0(M)$ *и* $F \in \Im_1^1(M)$. *Тогда*

$${}^H F . {}^{V_\beta} \omega = {}^{V_\beta} (F\omega). \tag{4.1}$$

Доказательство. Пользуясь формулами (2.3) и (2.5), получим:

$$\left({}^H F . {}^{V_\beta} \omega\right)^I = \left({}^H F . {}^{V_\beta} \omega\right)^i = {}^H F_J^i \, {}^{V_\beta} \omega^J = {}^H F_j^i \, {}^{V_\beta} \omega^j + {}^H F_{j_\sigma}^i \, {}^{V_\beta} \omega^{j_\sigma} =$$

$$= F_j^i \cdot 0 = 0,$$

и

$${}^{V_\beta} (F\omega)^I = {}^{V_\beta} (F\omega)^i = 0,$$

поэтому

$$\left({}^H F . {}^{V_\beta} \omega\right)^i = {}^{V_\beta} (F\omega)^i . \tag{4.2}$$

С другой стороны,

$$\left({}^{H}F.{}^{V_\beta}\omega\right)^{I}=\left({}^{H}F.{}^{V_\beta}\omega\right)^{i_\alpha}={}^{H}F_{J}^{i_\alpha}\,{}^{V_\beta}\omega^{J}={}^{H}F_{j}^{i_\alpha}\,{}^{V_\beta}\omega^{j}+{}^{H}F_{j_\sigma}^{i_\alpha}\,{}^{V_\beta}\omega^{j_\sigma}=$$

$$=F_i^{\,j}\delta_\sigma^\alpha\delta_\beta^\sigma\omega_j=F_i^{\,j}\delta_\beta^\alpha\omega_j,$$

и

$${}^{V_\beta}(F\omega)^{I}={}^{V_\beta}(F\omega)^{i_\alpha}=\delta_\beta^\alpha F_i^{\,j}\omega_j,$$

откуда следует, что

$$\left({}^{H}F^{V_\beta}\omega\right)^{i_\alpha}={}^{V_\beta}(F\omega)^{i_\alpha}. \tag{4.3}$$

Основываясь, на соотношения (4.2) и (4.3), заключаем:

$${}^{H}F^{V_\beta}\omega={}^{V_\beta}(F\omega).$$

Теорема доказана.

Теорема 4.2. *Пусть* $F,G\in\Im_1^1(M)$. *Тогда*

$${}^{H}F^{H}G+{}^{H}F^{H}G={}^{H}(FG+GF). \tag{4.4}$$

Доказательство. Пусть $\omega\in\Im_1^0(M)$, тогда из равенства (4.1), находим:

$${}^{H}F^{H}G^{V_\beta}\omega={}^{H}F^{H}(\omega\circ G)={}^{V_\beta}(\omega\circ GF)={}^{H}(GF)^{V_\beta}.\omega,$$

следовательно,

$$\left({}^{H}F^{H}G+{}^{H}F^{H}G\right)^{V_\beta}\omega={}^{H}(FG+GF)^{V_\beta}\omega. \tag{4.5}$$

Пусть $X\in\Im_0^1(M)$, тогда при помощи равенств (2.2) и (2.9), получим:

$${}^{H}F^{H}G^{H}X={}^{H}F^{H}(GX)={}^{V_\beta}(FGX)={}^{H}(FG)^{H}.X,$$

откуда следует, что

$$\left({}^{H}F^{H}G+{}^{H}F^{H}G\right)^{H}X={}^{H}(FG+GF)^{H}X. \tag{4.6}$$

Таким образом, искомый результат (4.4) получается из соотношений (4.5) и (4.6) с применением Леммы 2.1 и замечания, данного в разделе 2. Теорема доказана.

Предположим, что на $n=2m-$ мерном дифференцируемом многообразии M задана f − структура F ранга r. Применяя Теоремы 4.2 на структурное тензорное поле F, получим:

$${}^{H}F^{H}F+{}^{H}F^{H}F=2\left({}^{H}F\right)^{2}={}^{H}(FF+FF)=2^{H}\left(F^{2}\right),$$

следовательно,

$$\left({}^{H}F\right)^{2}={}^{H}\left(F^{2}\right).$$

Аналогично находим:

$$\left({}^{H}F\right)^{2}\,{}^{H}F+{}^{H}F\left({}^{H}F\right)^{2}=2\left({}^{H}F\right)^{3}={}^{H}\left(F^{2}\right)^{H}F+{}^{H}F^{H}\left(F^{2}\right)=$$

$$={}^{H}\left(F^{2}F+FF^{2}\right)=2^{H}\left(F^{3}\right),$$

откуда следует, что

$$\left({}^H F\right)^3 = {}^H\left(F^3\right).$$

Более того, формула (2.5) показывает, что горизонтальный лифт единичного тензорного поля I типа $(1,1)$ из многообразия M в расслоение линейных реперов $F^*(M)$ также является единичным тензорным полем типа $(1,1)$. Поэтому, если $P(t)$ многочлен с переменной t, тогда справедливо следующее равенство:

$$P({}^H F) = {}^H\left(P(F)\right). \tag{4.7}$$

В частности, из равенства (4.7) следует, что если $F^3 + F = 0,$ тогда $\left({}^H F\right)^3 + {}^H F = 0.$ Таким образом, доказана следующая теорема.

Теорема 4.3. *Пусть на* $n = 2m-$ *мерном дифференцируемом многообразии* M, *снабженном симметричной аффинной связностью* ∇, *задана* $f-$ *структура* F *ранга* r. *Тогда* ${}^H F$ *является* $f-$ *структурой ранга* $r(1+n)$ *на расслоении линейных корепперов* $F^*(M)$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Cordero L.A., Dodson C.T., Leon de M. Differential geometry of frame bundles. Mathematics and its applications. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers Group, 1989, 235 p.
2. Evtushik L.E., Lumiste U.G., Ostianu N.M., Shirokov A.P. Differential-geometric structures on manifolds // J. Soviet Math., 1980, v. 14, № 6, p. 1573-1719.
3. Fattayev H.D., Salimov A.A. Diagonal lift of metrics to coframe bundle // Proc. of IMM of NAS of Azerbaijan, 2018, v. 44, № 2, p.328-337.
4. Fattayev H.D. About some differential-geometric structures on the coframe bundle // J. of Qafqaz University , 2010, v. 29, p.103-107.
5. Salimov A.A., Fattaev H.D. Coframe bundle and problems of lifts on its cross- sections // Turk J Math., 2018, v. 42, № 4, p. 2035-2044.
6. Salimov A.A., Fattayev H.D. Lifts of derivations in the coframe bundle // Mediterr. J. Math., 2020, v. 17, 48, p. 1-12.
7. Polyakov N.D. Differential geometry of f – structure manifolds // J. Soviet Math., 1985, v. 29, p.1571-1592.
8. Shirokov A.P. Structures on differential manifolds // J. Soviet Math., 1975, v. 14, № 6, p. 555-590.
9. Yano K. On a structure f satisfying $f^3 + f = 0$ // University of Washington, Technical Reports, 1961, № 2.
10. Yano K. On a structure defined by a tensor field f of type (1,1) satisfying $f^3 + f = 0$ // Tensor, N.S., 1963, v. 14, p. 9-19.
11. Yano K., Ishihara S. Tangent and cotangent bundles. New York: Marsel Dekker, Inc., 1973, 423 p.

XƏTTİ KOREPERLƏRİN LAYLANMASINDA f – STRUKTURLARIN LİFTLƏRİNƏ DAİR

H.D.FƏTTAYEV

XÜLASƏ

İşdə diferensiallanan çoxobrazlının xətti koreperlərinin laylanmasına baxılır. Baza çoxobrazlısından bəzi diferensial-həndəsi obyektlərin laylanmanın total fəzasına liftləri qurulur. Bu liftlərin köməyi ilə bazada verilən f – strukturların xətti reperlərin laylanmasına tam və horizontal liftlərinin xassələri tədqiq olunur.

Açar sözlər: Koreperlərin laylanması, f – struktur, Neyenxeys tenzoru, tam lift, xətti rabitə, vahid tenzor.

ON LIFTS OF f - STRUCTURES IN THE BUNDLE OF LINEAR COFRAMES

H.D.FATTAYEV

SUMMARY

In this paper, we consider a bundle of linear coframes of a differentiable manifold. Lifts of some differential-geometric objects are constructed from the base manifold to the total bundle space. With the help of these lifts, the properties of complete and horizontal lifts of f - structures, defined on a base manifold to the bundle of linear coframes, are investigated.

Keywords: Bundle of coframes, f - structure, Nijenhuis tensor, complete lift, linear connection, unit tensor.