BAKI UNİVERSİTETİNİN XƏBƏRLƏRİ

№2 Fizika-riyaziyyat elmləri seriyası 2020

УДК 539.21
PACS 68.65.Cd, 73.50.Bk

ЭФФЕКТ МАДЖИ-РИГИ-ЛЕДЮКА В КВАЗИДВУМЕРНОМ ЭЛЕКТРОННОМ ГАЗЕ ПРИ РАССЕЯНИИ НА КОРОТКОДЕЙСТВУЮЩЕМ ПОТЕНЦИАЛЕ

С.Р.ФИГАРОВА, Г.И.ГУСЕЙНОВ[1], М.М.МАХМУДОВ
Бакинский Государственный Университет
[1]Азербайджанский Университет Архитектуры и Строительства
sophiafigarova@gmail.com

В работе изучается эффект Маджи-Риги-Ледюка в сверхрешетках с косинусоидальным законом дисперсии в поперечном магнитном поле. Рассмотрен вырожденный квазидвумерным и квазитрехмерный электронный газ при рассеянии на сильно экранированных ионах примеси. Показано, что в слабом магнитном поле коэффициент Маджи-Риги-Ледюка уменьшается с полем, а в сильном магнитном поле электронная часть теплопроводности может менять свой знак в зависимости от параметров сверхрешетки.

Ключевые слова: сверхрешетка, квазидвумерный и квазитрехмерный электронный газ, электронная часть теплопроводности, сильно экранированные ионы примеси.

Термомагнитные явления, такие как поперечный и продольный эффекты Нернста-Эттингсгаузена, электронная часть теплопроводности в магнитном поле (эффект Маджи-Риги-Ледюка) в различных низкоразмерных электронных системах в последние годы интенсивно исследуются [1–7]. Причиной этого является то, что термомагнитные эффекты, в отличие от других кинетических явлений, более чувствительны к механизмам рассеяния, температуре, магнитному полю и размерности электронного газа и дают ценную информацию об энергетическом спектре, механизмах рассеяния в анизотропных низкоразмерных системах. Кроме того, в низкоразмерных электронных системах, а особенно, в сверхрешетках наблюдаются интересные явления, которые не характерны для трехмерного кристалла. Примером этому являются осцилляции, смену знака продольного и поперечного эффекта Нернста-Эттингсгаузена [4-6,8]. Зависимости термомагнитных коэффициентов в магнитных полях от периода сверхрешетки посвящена работа [9], от температуры [10-12]. Анизотропия электронной части теплопроводности в квазидвумерных электронных системах при отсутствии магнитного поля изучена в работе [13], а в поперечном магнитном поле в работе [14]. В перечисленных выше работах мало изучена теплопроводность в сверхрешетках, которая важна с точки зрения создания термоэлектрических преобразователей с высокой добротностью, сильно зависящей от теплопроводности материала, а также их применения в наноэлектронике.

В сверхрешетках электронный газ может быть либо квазидвумерным, либо квазитрехмерных электронным системам в зависимости от топологии Ферми поверхности. При наличии внешнего магнитного поля динамика движения электронов сильно меняется в зависимости от направления магнитного поля. Изменение динамики электронов приводит к изменению электронной части теплопроводности. Поэтому следует рассмотреть теплопроводность квазидвумерного электронного газа в магнитном поле, т.е. изучать эффект Маджи-Риги-Ледюка для квазидвумерного электронного газа. Отметим, что зависимость теплопроводности от физических параметров определяется, в основном, механизмом рассеяния. При низких, гелиевых температурах доминирующим механизмом является рассеяния на ионах примеси. В работе исследуется эффект Маджи-Риги-Ледюка в перпендикулярном плоскости слоя магнитном поле при рассеянии на сильно экранированных ионах примеси. Рассмотрен вырожденный электронный газ. Получено, что в слабых магнитных полях коэффициент Маджи-Риги-Ледюка уменьшается с полем. В сильных магнитных полях при определенном соотношении между энергетическими параметрами k_0T и ε_0 в квазидвумерном случае электронная часть теплопроводности может равняться нулю, что позволяет экспериментально определить фононную часть теплопроводности.

Общий вид электронной части теплопроводности в поперечном магнитном поле.

В данной работе рассматривается квазидвумерный электронный газ с косинусоидальным законом дисперсии:

$$\varepsilon = \varepsilon(k_\perp) + \varepsilon(k_z) = \frac{\hbar^2 k_\perp^2}{2m_\perp} + \varepsilon_0\left[1 - \cos(ak_z)\right], \tag{1}$$

где $k_\perp$ - поперечная, k_z - продольная компоненты волнового вектора электрона, $k_\perp^2 = k_x^2 + k_y^2$, $m_\perp = m_x = m_y$ - эффективная масса электронов проводимости в плоскости слоя сверхрешетки, ε_0 - полуширина одномерной минизоны проводимости, $\hbar$ - постоянная Планка, a - постоянная сверхрешетки. В работе рассматривается рассеяние на сильно экранированных ионах примеси. Следует отметить, что при рассеянии электронов проводимости на сильно экранированных ионах примеси и дефектах используется короткодействующий потенциал и в этом случае обратное время релаксации изотропна и равна [10]:

$$\frac{1}{\tau_{II}} = \frac{1}{\tau_{\perp}} = \frac{1}{\tau_0} 2k_z r_0, \tag{2}$$

здесь $\tau_0 = (m_{\perp}\chi)^{1/2} / 8\pi N_i e\, a^{3/2}$, χ - диэлектрическая проницаемость, k_0 - постоянная Больцмана, e - заряд электрона, N_i - концентрация примеси. При получении этого выражения использовалось борновское приближении, в которых соблюдается условия $r_0 << r_B$ (где $r_B = \chi\hbar^2 / me^2$ - эффективный боровский радиус).

Геометрия задачи выбирается в виде: $\Delta T = \Delta T_x, \quad \Delta T_y = \Delta T_z = 0$, $B = B_{\perp} = B_z$, т.е. градиент температуры находится в плоскости слоя, а магнитное поле по оси сверхрешетки. Используя квазиклассическое приближении $(\varepsilon_0 >> \hbar/\tau)$ для коэффициент Маджи-Риги-Ледюка, который определяется из следующих условий $\nabla_x T \neq 0, \quad \nabla_y T = 0, \quad j_x = j_y = 0$ [11] получим:

$$\kappa(B) = -\frac{w_x}{\nabla_x T} = \kappa_{11} - T\beta_{11}\alpha(B) - TB\beta_{12}Q, \tag{3}$$

где β_{ik} и κ_{ik} в перпендикулярном магнитном поле для квазидвумерного электронного газа принимают вид:

$$\beta_{ik} = \frac{n_0 e}{T}\left\langle (\varepsilon - \zeta)\frac{\tau_{\perp} v_{\perp}^{(i-k)}}{1 + v_{\perp}^2} \right\rangle, \tag{4}$$

$$\kappa_{ik} = \frac{n_0}{T}\left\langle (\varepsilon - \zeta)^2 \frac{\tau_{\perp} v_{\perp}^{(i-k)}}{1 + v_{\perp}^2} \right\rangle, \tag{5}$$

здесь усреднение $\langle \ldots \rangle$ означает

$$\langle A \rangle = \frac{1}{\pi^2\hbar^2 n_o a}\int\left(-\frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon_{\perp}}\right) A\varepsilon_{\perp} d\varepsilon_{\perp} dZ, \tag{6}$$

где $v_{\perp} = \Omega_{\perp}\tau_{\perp} = \dfrac{eB}{m_{\perp}}\tau_0\left(\dfrac{a}{2r_0}\right)\dfrac{1}{Z} = \Omega_{\perp}\tau_0\left(\dfrac{a}{2r_0}\right)\cdot\dfrac{1}{Z}, \quad v_{\perp 0} = \Omega_{\perp}\tau_0$

Общие выражения для продольного $\alpha(B)$ и поперечного $Q(B)$ коэффициентов получены в работах [5,9,12].

Аналитическое выражение для коэффициента Маджи-Риги-Ледюкапри произвольном вырождении электронного газа невозможно получить. Рассмотрим вырожденный квазидвумерный электронный гази приведем выражения для компонент тензора теплопроводности κ_{ij} :

$$\kappa_{xx}=\kappa_0\frac{m_\perp\varepsilon_0}{\pi^2\hbar^2 an_0}\left(\frac{a}{2r_0}\right)\int\limits_0^{Z_0}\frac{1}{Z}\frac{(\cos Z-\cos Z_0)}{Z^2\left[1+v_{\perp 0}^2\left(\frac{a}{2r_0}\right)^2\frac{1}{Z^2}\right]}, \qquad (7)$$

$$\kappa_{xy}=\kappa_0\frac{m_\perp\varepsilon_0}{\pi^2\hbar^2 an_0}\left(\frac{a}{2r_0}\right)v_{\perp 0}\int\limits_0^{Z_0}\frac{1}{Z^2}\frac{(\cos Z-\cos Z_0)dZ}{Z^2\left[1+v_{\perp 0}^2\left(\frac{a}{2r_0}\right)^2\frac{1}{Z^2}\right]}, \qquad (8)$$

здесь $\kappa_0=\frac{\pi^2}{3}\sigma_0\left(\frac{\kappa_0}{e}\right)^2 T$ - электронная теплопроводности трехмерного электронного газа в отсутствии магнитного поля, Z_0 - степень заполнения минизоны сверхрешетки, которая: для квазидвумерного электронного газа ($\varepsilon_F>2\varepsilon_0$): $Z_0=\pi$, а для квазитрехмерного ($\varepsilon_F<2\varepsilon_0$): $Z_0=\arccos(1-\varepsilon_F/\varepsilon_0)$. Степень заполнения минизоны Z_0-определяется топологией поверхности Ферми, в случае квазидвумерного электронного газа поверхность Ферми имеет вид гофрированного цилиндра, а в квазитрехмерном - эллипсоида.

Теперь подставляя выражения $\beta_{ik},\kappa_{ik},\alpha(B),Q(B)$, для вырожденного квазидвумерного электронного газа в формулу (3) можно найти коэффициент Маджи-Риги-Ледюка. Так как это выражение при произвольном значении магнитного поля и размерности электронного газа очень громоздки, ограничимся предельными случаями по магнитному поля и размерности электронного газа.

1. Слабое магнитное поле: $v_0=\Omega\tau_0<<1$.

С учетом этого условия для коэффициента Маджи-Риги-Ледюка в слабом магнитом поле получим:

$$\kappa(B)=\kappa_f+\kappa(0)-\sigma_0\left(\frac{k_0}{e}\right)^2\cdot T(\Omega\tau_0)^2 L\left(\frac{a}{r_0},\frac{k_0T}{\varepsilon_0},Z_0\right), \qquad (9)$$

$$\kappa(0)=\sigma_0\left(\frac{\kappa_0}{e}\right)^2\cdot T\cdot\frac{\pi^2}{3}\cdot\frac{m_\perp\varepsilon_0}{\pi^2\hbar^2 an_0}\cdot\frac{a}{2r_0}\left[1-\left(\frac{\kappa_0T}{\varepsilon_0}\right)^2\cdot\frac{\pi^2}{3}\cdot\frac{I_{-1,0,0}^2}{I_{-1,0,1}^2}\right]I_{-1,0,1}, \qquad (10)$$

$\kappa(0)$- электронная части теплопроводности сверхрешетки в отсутствии магнитного поля [13], $L\left(\frac{a}{r_0},\frac{k_0T}{\varepsilon_0},Z_0\right)$- функция, зависящая от безразмерных параметров $\frac{a}{r_0},\frac{k_0T}{\varepsilon_0},Z_0$, имеет вид:

$$L\left(\frac{a}{r_0},\frac{k_0T}{\varepsilon_0},Z_0\right)=\frac{\pi^2}{3}\left(\frac{a}{2r_0}\right)^3 I_{-3,0,1}\times$$
$$\times\left[\frac{I_{-2,0,0}}{I_{-1,0,1}}\cdot 2\frac{I_{-1,0,0}I_{-2,0,1}}{I_{-1,0,1}^2}+\frac{I_{-1,0,0}}{I_{-2,0,0}}\left(\frac{I_{-2,0,1}}{I_{-1,0,1}}\cdot\frac{I_{-1,0,0}}{I_{-1,0,1}}+2\frac{I_{-3,0,0}}{I_{-1,0,1}}-\frac{I_{-3,0,1}}{I_{-1,0,1}}\cdot\frac{I_{-1,0,0}}{I_{-1,0,1}}\right)\right]\Bigg\}, \qquad (11)$$

где $I_{k,l,m}=\int_0^{Z_0} Z^k\cos^l Z\left(\cos Z-\cos Z_0\right)dZ$

Из анализа формул (10) и (11) следует, что коэффициент Маджи-Риги-Ледюка в слабых полях уменьшается за счет уменьшения длины свободного пробега в магнитном поле. Коэффициент Маджи-Риги-Ледюка сверхрешеток в слабом магнитном поле существенно зависит от параметра $\frac{k_0\mathrm{T}}{\varepsilon_0}$, размерности электронного газа Z_0 и соотношения между a постоянной сверхрешетки и r_0 радиусом экранирования $\frac{a}{r_0}$. В квазидвумерном случае, так как время релаксации не зависит от энергии, коэффициент Нернста-Эттингсгаузена становится равным нулю $Q=0$.

2. Сильное магнитное поле: $\Omega\tau_0 \gg 1$.

В этом случае для коэффициенты Маджи-Риги-Ледюка получим:

$$\kappa(B)=\kappa_f+\kappa_0\frac{1}{(\Omega\tau_0)^2}L_1\left(\frac{a}{r_0},\frac{k_0T}{\varepsilon_0},Z_0\right), \qquad (14)$$

где

$$L_1\left(\frac{a}{r_0},\frac{k_0T}{\varepsilon_0},Z_0\right)=\frac{\pi^2}{3}\left(\frac{a}{2r_0}\right)^{-1}\frac{m_\perp\varepsilon_0}{\pi^2\hbar^2 an_0}I_{1,0,1}\left[1-\frac{\pi^2}{3}\left(\frac{k_0T}{\varepsilon_0}\right)^2\left(\frac{I_{0,0,0}}{I_{0,0,1}}-\frac{2I_{1,0,0}I_{0,0,1}-I_{1,0,1}I_{0,0,0}}{I_{1,0,1}I_{0,0,1}}\right)\right]. \qquad (15)$$

В сильном магнитном поле $\kappa(B)\approx\kappa_f$, т.е. можно определить фононную часть теплопроводности сверхрешеток. В квазидвумерном случае ($\mathrm{Z}_0=\pi$), из (15) для $\kappa(B)$ получим:

$$\kappa(B)=\kappa_f+\kappa_0\frac{1}{(\Omega\tau_0)^2}\left(\frac{a}{2r_0}\right)^{-1}\cdot 10\left[1-6\left(\frac{k_0\mathrm{T}}{\varepsilon_0}\right)^2\right]. \qquad (16)$$

Из (16) видно, что при $\frac{k_0\mathrm{T}}{\varepsilon_0}=\frac{1}{\sqrt{6}}$, $\kappa_{el}=0$ электронная часть теплопроводности равно нулю, при $\frac{k_0\mathrm{T}}{\varepsilon_0}\approx 1$, $\kappa_{el}<0$,при выполнении условия

$\frac{k_0 \mathrm{T}}{\varepsilon_0} > \frac{1}{\sqrt{6}}$, $\kappa_{el} < 0$, при $\frac{k_0 T}{\varepsilon_0} < \frac{1}{\sqrt{6}}$, $\kappa_{el} > 0$. Следовательно, при низких температурах $k_0 T << \varepsilon_0$ электронная част теплопроводности меняет свой знак.

Заключение. В настоящей работе вычислен коэффициент Маджи-Риги-Ледюка в сверхрешетках с косинусоидальным законом дисперсии в перпендикулярном плоскости слою магнитном поле. Получены аналитические выражения для коэффициента Маджи-Риги-Ледюка при рассеянии на сильно экранированных ионах примеси. Исследован квазидвумерный и квазитрехмерный вырожденный электронный газ в предельных случаях слабого и сильного магнитного поля. Показано, что коэффициент Маджи-Риги-Ледюка в слабых магнитных полях уменьшается с индукцией магнитного поля. В сильных магнитных полях электронная часть теплопроводности стремится к нулю, коэффициент Маджи-Риги-Ледюка совпадает с фононной частью теплопроводности, и эта дает возможность экспериментально измерять фононную часть теплопроводности сверхрешеток. При низких температурах в случае сильного магнитного поля электронная часть теплопроводности меняет свой знак. Кроме того, следует отметить, что коэффициент Маджи-Риги-Ледюка сильно зависит от степени заполнения минизоны.

ЛИТЕРАТУРА

1. Flecher R., Magneto thermoelectric effects in semiconductors systems, Semicond. Sci. Technol. 1999, 14, R1- R15.
2. Zianni X., Butcher P.N., Kearney M.J. Semiclassical magnetothermopower of a quasi-two-dimensional electron gas. Phys. Rev. B 49, 1994, v.11, 7520-7527.
3. Nguyen Ouock Khanh, Vo Van Tai. Transport properties of the two-dimensional electron gas in wide AIP quantum wells: The effects of background charged impurity and acoustic phonon scattering. Superlattices and Microstructures. 2016, v.100, XII, 792 -798.
4. Behnia K., Measson M.A., Kopelevich Y. Oscillating Nernst-Ettingchausen effect in bismuth across the quantum limit. Phys. Rev. left, 2007, v.98, 166602-1-1666602-4.
5. Figarova S.R., Huseynov H.I., Figarov V.R. Magneto thermoelectric properties of layered structures for ion impurity scattering. Superlattices and Microstructures. 2018, v.117, 469-475.
6. Ma R., Shend L. Magnetothermoelectric transport properties in graphene superlattices with one-dimensional periodic potentials. EPL. 2015, v.109, no 1, p. 17004.
7. Arpan Kundu, Majed A. Alrefae, Timothy S. Fisher. Magneto thermoelectric effective's in graphene and their dependence on scatteren concentration, magnetic field, and band gap. Journal of Applied Physics. 2017, v. 121, p.125113.
8. Kirichenko O.V., Peschansry V.G., Gabbarova O. Electron transport in strongly anisotropic structures in a magnetic field. Journal of Physical Studies. 2009, v. 13, № 4, p. 2704-1-2704-5.
9. Figarova S.R., Huseynov H.I., Figarov V.R. Anisotropy of Nernst-Ettingshauzen Effect in Superlattices During scattering on Phonons. Russian Physics Journal. 2018, v.60, № 11, p.1931-1937.
10. Аскеров Б.М., Гусейнов Г.И., Фигаров В.Р., Фигарова С.Р. Анизотропия примесного

рассеяния и электропроводности квазидвумерных электронных систем. ФТТ, 2008, т.50, с. 746-750.
11. Askerov B.M., Figarova S.R. Thermodynamics, Gibbs Method and Statistical Physics of Electron Gases. Berlin: Springer Verlag, 2010, 374 p.
12. Figarova S.R., Huseynov H.I., Figarov V.R. Transverse Nernst-Ettingshauzen Effect in Superlattices Upon Electron-Phonon Scattering. Semiconductors. 2018, v.52, № 7, p.853-858.
13. Фигарова С.Р., Гусейнов Г.И. Электронная часть теплопроводности сверхрешеток при рассеянии на ионах примеси. Вестник Бакинского Университета, серия физико-математических наук. 2016, №1, p.113-119.
14. Гусейнов Г.И. Эффект Маджи-Риги-Ледюка в сверхрешетках при рассеянии на акустических фононах. Известия НАНА, серия физико-математических и технических наук, 2020, т.40, № 2, с.60-65.

KVAZİİKİÖLÇÜLÜ ELEKTRON QAZINDA QISATƏSİRLİ POTENSİALDAN SƏPİLMƏ HALINDA MACİ-RİQİ-LEDYUK EFFEKTİ

S.R.FİQAROVA, H.İ.HUSEYNOV, M.M.MAHMUDOV

XÜLASƏ

İşdə kosinusoidal dispersiya qanununa tabe olan ifratqəfəslərdə eninə maqnit sahəsində Madc-Riqi-Ledyuk effekti öyrənilir. Güclü ekranlaşmış aşqar ionlarından səpilmə halında kvaziikiölçülü və kvaziüçölçülü cırlaşmış elektron qazı nəzərdən keçirilir. Göstərilmişdir ki, Maci-Riqi-Ledyuk əmsalı zəif maqnit sahəsində sahənin qiymətindən asılı olaraq azalır. Tapılmışdır ki, güclü maqnit sahəsində istilikkeçirmənin elektron hissəsi ifratqəfəs parametrlərindən asılı olaraq öz işarəsini dəyişir.

Açar sözlər: ifratqəfəslər, kvaziikiölçülü və kvaziüçölçülü elektron qazı, istilikkeçirmənin elektron hissəsi, güclü ekranlaşmış aşqar ionları.

MAGGI-RIGHI-LEDUC EFFECT IN QUASI-TWO-DIMENSIONAL ELECTRON GAS AT SCATTERING ON SHORT-RANGE POTENTIAL

S.R.FIGAROVA, H.I.HUSEYNOV, M.M.MAHMUDOV

SUMMARY

The work investigates the Maggi-Righi-Leduc effect in superlattices with the cosine dispersion law in the magnetic field perpendicular to the layer plane. A degenerate quasi-two-dimensional and quasi-three-dimensional electron gas on scattering by strongly screened impurity ions is considered. It is shown that in a weak magnetic field the Maggi-Righi-Leduc coefficient decreases with the field, and in a strong magnetic field the electron part of the thermal conductivity can change its sign depending on the parameters of the superlattice.

Key words: superlattice, quasi-two-dimensional and quasi-three-dimensional electron gas, electron part of thermal conductivity, strongly screened impurity ions.