BAKI UNİVERSİTETİNİN XƏBƏRLƏRİ

№2 Fizika-riyaziyyat elmləri seriyası 2021

УДК 539.172.5

КАСКАДНАЯ ТЕОРИЯ МЮОННО-ФОТОННОГО ЛИВНЯ В КРИСТАЛЛАХ С УЧЕТОМ ЛИНЕЙНЫХ ПОЛЯРИЗАЦИЙ ФОТОНОВ И ПРОДОЛЬНЫХ ПОЛЯРИЗАЦИЙ МЮОНОВ

М.Р.РАДЖАБОВ
Бакинский Государственный Университет
m_rajabov@mail.ru

Развита теория каскадного мюонно-фотонного ливня в кристаллах с учетом линейной поляризации γ-квантов и продольных поляризации мюонов. Исследована функция распределения ливневых γ-квантов в зависимости от глубины их проникновения, энергии и спиновых состояний ливневых частиц.

Ключевые слова: электромагнитный ливень, фотон, мюон, поляризация.

В связи с проектированием детекторов для SSC-суперколлайдера [1], а также с созданием в настоящее время в различных странах (DESY, SLAC, ОИЯИ, Дубна др) мюонных детекторов для изучения взаимодействия высокоэнергетических мюонов с веществом возник значительный интерес к исследованиям неупругих электромагнитных взаимодействий быстрых мюонов с атомами и ядрами [2-4]. Прохождение быстрых заряженных частиц $e^-, e^+, \mu^\pm$ высокоэнергетических $\gamma -$ квантов через вещество сопровождается различными электромагнитными явлениями: такими, как тормозное излучение и фоторождение лептонных пар, черенковское и переходное излучения, каналирование заряженных частиц и др. Известно что, при прохождении высокоэнергетических фермионов и $\gamma -$ квантов через вещество вследствие взаимодействия их с атомными ядрами могут возникать электромагнитные ливни. Электромагнитные ливни в кристаллах значительно сложнее ливней в аморфном веществе. Ливень в кристалле обладает ориентационной зависимостью своих характеристик (распределений по множественности ливневых частиц, импульсного распределения частиц и т.д.) от угла θ между импульсом первичной частицы и кристаллографической осью. Кроме того, эти характеристики сложным образом зависят от энергии частицы и свойства кристалла. Взаимодействие высокоэнергетических электронов (E>100 МэВ) с монокристаллом при определенных углах носит коллективный когерентный характер, в отличие от взаимодействия на отдельных центрах в аморфной среде (механизм Бете-Гайтлера). В области энергии электронов и $\gamma-$квантов 10-1000 ГэВ при малых углах входа (θ<<$\theta_{сп}$=$V_{0/}$/m) когерентный механизм имеет особенность, получившую название «постоянного сильного поля» (ПСП), в результате которой резко возрастают сечения всех электромагнитных процессов. Справедливость ПСП приближения для разных кристаллов определяется усдовием: $V_0\varepsilon/m^2$>>1, где $V_0 \approx Ze^2/a$-шаг решетки, масштаб усредненного потенциала оси(плоскости), e и m-заряд и масса электрона, a- шаг решетки, ε-энергии электрона или $\gamma-$кванта.

Отметим, что наряду с электронными ливнями могут возникать мюонно-фотонные ливни. В отличие от электронов мюоны имеют большие пробеги в веществе и активно участвуют как в электромагнитном, так и в слабом взаимодействиях. Поэтому мюонные пучки с успехом могут быть использованы для исследования свойств и структуры ядер.

Настоящая работа посвящена теоретическому исследованию развития мюонно-фотонного ливня с учетом линейной поляризации $\gamma-$кванта и спиральностей мюонов, которое имеет прямое отношение к проблеме радиационной защиты сверхпроводящих магнитных систем ускорителей новых типов УНК и др.

Рассмотрим мюон (μ^-) , влетающий в монокристалл под малым углом к одной из его кристаллографических осей. Перечисленные спектральные характеристики потока вторичных частиц в теории мюонно-фотонных ливней получает при решении интегро-дифференциальных уравнений, которые называют каскадными. Если энергия частицы больше некоторой критической величины $\bar{\varepsilon} = 750/Z$ МэВ, то он будет генерировать ливень, развитие которого описывается следующими уравнениями [6]:

$$\frac{\partial p(x,E)}{\partial x} = 2\int_E^\infty \omega_p(E,E'-E)\Gamma(x,E')dE' + \int_E^\infty \omega_\gamma(E',E)p(x,E')dE' - \int_0^E \omega_\gamma(E,E')p(x,E)dE', \quad (1)$$

$$\frac{\partial \Gamma(x,E)}{\partial x} = \int_E^\infty \omega_\gamma(E',E'-E)p(x,E')dE' - \int_0^E \omega_p(E',E-E')\Gamma(x,E)dE' \qquad (2)$$

Здесь x-расстояние от верхней границы ливня до точки исследования. Для удобства в дальнейшем глубину проникновения в кристалл будем измерять в безразмерных единицах t=x/R, где $R = \left[4\alpha\left(r_0\frac{m}{\mu}\right)^2 N\ln\left(183Z^{-1/3}\right)\right]^{-1}$ -так называемая радиационная длина для мюона. Величины $p(x,E)dE$ и $\Gamma(x,E)dE$ характеризуют число мюонов и фотонов, имеющих энергию между E и $E+dE$,находящихся на расстоянии x от верхней границы ливня, на которую падает первоначальная частица.

Учет линейных поляризаций тормозных квантов и продольных поляризаций мюонов в кристаллах проводится следующим образом.

В качестве плоскости поляризации выберем плоскость $(\vec{q},\vec{p})$, где $\vec{q}$ -импульс отдачи ядра, $\vec{p}$ -импульс начального мюона. Введем обозначения $d\sigma_{\perp}^{T}$ и $d\sigma_{par}^{T}, d\sigma_{\perp}^{p}$ и $d\sigma_{par}^{p}$ для эффективных сечений рождения тормозных фотонов, поляризованных перпендикулярно и параллельно плоскости $(\vec{q},\vec{p})$, и сечений фоторождения $\mu^{-}\mu^{+}$-пар $\gamma-$квантами, поляризованными перпендикулярно и параллельно плоскости падения $(\vec{\kappa},\vec{b}_1)$ соответственно с учетом спиновых состояний мюонов, где $\vec{\kappa}$ - импульс $\gamma-$кванта, $\vec{b}_1$ -направление одной из кристаллических осей[5].

$$d\sigma_{\perp}^{t}=\frac{1}{4}\sigma_0 d\omega\{\frac{(E^2+E'^2)(\psi_1^c+\psi_1^i)-2/3EE'(\psi_2^c+\psi_2^i)+2EE'\psi_3^i}{E^2(E-E')}+$$
$$+\xi\xi'\frac{(E^2+E'^2)(\psi_1^c+\psi_1^i)-2/3(E^2+E'^2-EE'(\psi_2^c+\psi_2^i)+2EE'\psi_3^i}{E^2(E-E')}\}$$
$$d\sigma_{par}^{t}=\frac{1}{4}\sigma_0 d\omega\{\frac{(E^2+E'^2)(\psi_1^c+\psi_1^i)-2/3EE'(\psi_2^c+\psi_2^i)-2EE'\psi_3^i}{E^2(E-E')}+$$
$$+\xi\xi'\frac{(E^2+E'^2)(\psi_1^c+\psi_1^i)-2/3(E^2+E'^2-EE'(\psi_2^c+\psi_2^i)-2EE'\psi_3^i}{E^2(E-E')}\} \qquad (3)$$
$$d\sigma_{\perp}^{p}=\frac{1}{4}\sigma_0 dE'\{\frac{(E^2+E'^2)(\psi_1^c+\psi_1^i)+2/3EE'(\psi_2^c+\psi_2^i)-2EE'\psi_3^i}{(E+E')^3}-$$
$$-\xi_{+}\xi_{-}\frac{(E^2+E'^2)(\psi_1^c+\psi_1^i)-2/3(E^2+E'^2+EE'(\psi_2^c+\psi_2^i)-2EE'\psi_3^i}{(E+E')^3}\}$$
$$d\sigma_{par}^{p}=\frac{1}{4}\sigma_0 dE'\{\frac{(E^2+E'^2)(\psi_1^c+\psi_1^i)+2/3EE'(\psi_2^c+\psi_2^i)+2EE'\psi_3^i}{(E+E')^3}-$$
$$-\xi_{+}\xi_{-}\frac{(E^2+E'^2)(\psi_1^c+\psi_1^i)-2/3(E^2+E'^2+EE'(\psi_2^c+\psi_2^i)+2EE'\psi_3^i}{(E+E')^3}\} \qquad (4)$$

Здесь $\sigma_0=Nz^2\alpha(r_0\frac{m}{\mu})^2$, E и E'-значения энергии начального(E) и конечного(E')мюонов в (2) E'–энергии мюона).z-зарядовый номер атомов, r_0- классический радиус электрона, m и μ –массы соответственно электрона и мюона. Функции $\psi_{1,2}^{c}(\delta)$ характеризуют аморфную, а $\psi_{1,2,3}^{i}$- интерференционную части сечения процессов, выражения которых приведены в [5], где $\delta=\omega/2EE'$, θ- полярный угол между импульсом начальной частицы $\vec{p}$ (или $\vec{k}$) и кристаллографической осью $\vec{b}_1$. α – азимутальный угол между плоскостью падения $(\vec{p},\vec{b}_1)$ и кристаллической плоскостью $((\vec{b}_1,\vec{b}_2)$, ω - энергия фотона.

Непосредственная подстановка выражений (3)и (4) в каскадные уравнения (1)и (2) исключает возможность их аналитического решения, так как функции $\psi^i_{1,2,3}(\delta,\theta,\alpha)$ зависят сложным образом не только от E и E', но и от углов вхождения частицы в кристалл θ и α Необходимо делать упрощения.

Предположим, что начальной частицей является мюон с энергией $E_0 >> \mu c^2$, входящий в монокристалл под углом $\theta = 1$ мрад к кристаллографической оси $\vec{b}$. Для мюона наиболее вероятный угол испускания γ кванта равен $-\mu / E$ рад. Если энергия начальной частицы достаточно велика ($E_0 \approx 100$ ГэВ), то вероятный угол испускания γ-квантов -10^{-3} рад, т.е. примерно равен углу θ.

Движение рассеянного мюона происходит примерно при таком же угле по отношению к импульсу начальной частицы. Видно, что в этом случае плоскости $(\vec{b}_1,\vec{k})$ и $(\vec{b}_1,\vec{p}')$, где $\vec{k}$ и $\vec{p}'$ - импульсы фотона и рассеянного мюонна соответственно, образуют примерно тот же угол с кристаллографической плоскостью $(\vec{b}_1,\vec{b}_2)$, что и плоскость падения начального мюона. Тогда можно сделать следующие допущения: углы θ и α будем считать приблизительно постоянными и равными углам, определяющим ориентацию пучка начальных мюонов относительно оси $\vec{b}_1$, и плоскости $(\vec{b}_1,\vec{b}_2)$. Тогда функции $\psi^i_{1,2,3}(\delta,\theta,\alpha)$ необходимо усреднить по углам θ и α. В этом случае функции $\overline{\psi}^i_1$, $\overline{\psi}^i_2$ и $\overline{\psi}^i_3$ значительно упрощаются и принимают следующий вид:

$$\overline{\psi}^i_1 = \overline{\psi}^i_2 = \overline{\psi}^i_3 = \frac{8\pi}{\Delta}\sum_{\vec{g}} |S(\vec{g})|^2 \frac{\exp(-A_1\vec{g}^2)g_\perp}{(\beta^{-2}+\vec{g})^2\theta} \tag{5}$$

$$\overline{\psi}^i_3 = \overline{\psi}_i / 3,$$

где $\beta = 111z^{-1/3}$, $\vec{g}$ – вектор обратной решетки. Поскольку выражение (5) не зависит от энергии мюона и тормозного фотона, вероятность испускания перпендикулярно и параллельно поляризованных мягких фотонов в кристалле высокоэнергетическими мюонами достаточно хорошо описывается выражением

$$\omega^{\perp,par}_\gamma = \frac{\alpha}{R}\{\frac{E^2+E'^2-2/3EE'(1\mp\eta)}{E^2(E-E')} + \xi\xi'\frac{E^2+E'^2+2EE'(1\pm\eta)}{3E^2(E-E')}\}, \tag{6}$$

где, $\alpha = (\psi^c + \overline{\psi}^i)/(16\ln(183z^{-1/3})), \eta = \overline{\psi}^i/(\psi^c + \overline{\psi}^i)$.

Проанализировав процесс образования $\mu^+\mu^-$-пар при большой энергии, мы получим следующее выражение для вероятности образования $\mu^+\mu^-$-пар перпендикулярно и параллельно поляризованным γ-квантом:

$$\omega_з^{\perp,par} = \frac{\alpha}{R}\{\frac{E^2 + E'^2 + 2/3EE'(1\mp\eta)}{(E+E')^3} - \xi_+\xi_-\frac{E^2 + E'^2 - 2EE'(1\pm\eta)}{3(E+E')^3}\} \quad . \qquad (7)$$

Подставляя (6) и (7) в (1) и (2), применяя преобразования Лапласа-Меллина, мы приходим к системе уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{dP_s}{dt} &= -\alpha A^{\perp,par}(s,\xi,\xi')P_s^{\perp,par} + \alpha B(s,\xi_+,\xi_-)\Gamma_s^{\perp,par}, \\ \frac{d\Gamma_s}{dt} &= \alpha C^{\perp,par}(s,\xi,\xi')P_s^{\perp,par} - \alpha D(s,\xi_+,\xi_-)\Gamma_s^{\perp,par} \end{aligned} \qquad (8)$$

Здесь коэффициенты $A^{\perp,par}(s,\xi,\xi'), B^{\perp,par}(s,\xi,\xi'), C^{\perp,par}(s,\xi,\xi'), D^{\perp,par}(s,\xi,\xi')$, зависящие не только от параметра Меллина s, но также и от поляризации начальных и конечных мюонов, имеют следующий вид:

$$A^{\perp,par}(s,\xi,\xi') = A_1^{\perp,par}(s) + \xi\xi' A_2^{\perp,par}(s),$$

$$B^{\perp,par}(s,\xi,\xi') = B_1^{\perp,par}(s) - \xi_+\xi_- B_2^{\perp,par}(s)),$$

$$C^{\perp,par}(s,\xi,\xi') = C_1^{\perp,par}(s) + \xi\xi' C_2^{\perp,par}(s),$$

$$D^{\perp,par}(s,\xi,\xi') = D_1^{\perp,par}(s) - \xi_+\xi_- D_2^{\perp,par}(s)).$$

Коэффициенты $A_i^{\perp,par}, B_i^{\perp,par}, C_i^{\perp,par}, D_i^{\perp,par} (i=1,2)$ приведены в [5].
Решения системы дифференциальных уравнений (8) имеют вид

$$P_s(t) = a_1(s,\xi,\xi',\xi_\pm)\exp(-\lambda_1^{\perp,par}t) + a_2(s,\xi,\xi',\xi_\pm)\exp(-\lambda_2^{\perp,par}t),$$

$$\Gamma_s(t) = b_1(s,\xi,\xi',\xi_\pm)\exp(-\lambda_1^{\perp,par}t) + b_2(s,\xi,\xi',\xi_\pm)\exp(-\lambda_2^{\perp,par}t),$$

где функции $\lambda_1^{\perp,par}$ и $\lambda_2^{\perp,par}$ определяются выражениями

$$\lambda_1 = -\frac{1}{2}\sqrt{(A-D)^2 + 4BC} + \frac{A+D}{2},$$

$$\lambda_2 = \frac{1}{2}\sqrt{(A-D)^2 + 4BC} + \frac{A+D}{2}.$$

Применение метода, развитого в [7], позволяет нам определить функции распределения по энергии и глубине проникновения ливневых γ-квантов в монокристалле:

$$\Gamma^{\perp,pa}(E_0,E,t) = \frac{V^{\perp,par}\exp(sy - \lambda_1^{\perp,par}t_{\perp,par)}}{s\sqrt{-2\pi\lambda'' t_{\perp,par} + 1/s^2}}, \qquad (9)$$

где

$$t_{\perp,par} = \frac{1}{(\lambda_1^{\perp,par})'} \ln(\frac{E}{E_0} - 1/s), \quad y = \ln(\frac{E}{E_0}),$$

$$V^{\perp,par} = \frac{(\lambda_2^{\perp,par} - \alpha A^{\perp,par})(\alpha A^{\perp,par} - \lambda_1^{\perp,par})}{(\lambda_2^{\perp,par} - \lambda_1^{\perp,par})\alpha B^{\perp,par}} /$$

Используя последние формулы, можно вычислить число γ-квантов в ливне на заданной глубине, обладающих заданной энергией и интересующей нас поляризацией. В зависимости от спиновых корреляций ливневых частиц можно получить по разному поляризованные ливни.

ЛИТЕРАТУРА

1.ReferenceDesing Study for the SSC Berkeley:Reference Study Group.1984
2. Van Ginneken A.//Nucl. Instrum.Methods. A.1986.V.251.P.21.
3. Tannenbanm M.J. Preprint CERN-PRE/91-134.1991.
4. Sakumoto W.K. et.al.//Phys.Rev.D.1992.V.45.P.3042
5.Наджафов И.М., Зфвжабов М.Р.// Изв.РАН.Сер.физ.1992.E.56.№5.C.69.
6. Ландау Л.Д., Зумер Ю.Б. Собрание трудов. Т.1.1969.С.302.

FOTONLARIN XƏTTİ VƏ MÜONLARIN UZUNUNA POLYARİZASİYASINI NƏZƏRƏ ALMAQLA KRİSTALLARDA MÜON-FOTON LEYSANININ KASKAD NƏZƏRİYYƏSİ

M.R.RƏCƏBOV

XÜLASƏ

Fotonların xətti polyarizasiyasını və müonların uzununa polyarizasiyasını nəzərə almaqla kristallarda müon-foton leysanının kaskad nəzəriyyəsi işlənib hazırlanmışdır. Leysanda iştirak edən fotonlarının paylanma funksiyası, onların nüfuz dərinliyindən, enerjisindən və leysan zərrəciklərinin spin vəziyyətindən asılılığı nəzəri olaraq tədqiq edilmişdir.

Açar sözlər: elektromaqnit leysanı, foton, müon, polyarizasiya

CASCADE THEORY OF MUON-PHOTON SHOWER IN CRYSTALS WITH THE LINEAR POLARIZATION OF PHOTONS AND THE LONGITUDINAL POLARIZATION OF MUONS

M.R.RAJABOV

SUMMARY

The theory of a cascade muon-photon shower in crystals, with the linear polarization of photons and the longitudinal polarization of muons is developed. The depending the distribution function of shower photons on the depth of their penetration, energy and spin states of shower particles is investigated.

Keywords: electromagnetic shower, photon, muon, polarization