BAKI UNİVERSİTETİNİN XƏBƏRLƏRİ

№1 Fizika-riyaziyyat elmləri seriyası 2022

УДК 515.14

СРАВНЕНИЕ ГОМОЛОГИЙ И КОГОМОЛОГИЙ ХОХШИЛЬДА ГРУППОВЫХ АЛГЕБР

[1]В.А.ГАСЫМОВ, [2]А.С.МИЩЕНКО
[1]Бакинский Государственный Университет
[2]Московский Государственный Университет им. М.Ломоносова
kavagif@mail.ru, asmish-prof@yandex.ru

Когомологии Хохшильда групповой алгебры, изоморфны классическим когомологиям классифицирующего пространства группоида, носители которых принадлежат семействам носителей в остовах классифицирующего пространства группоида, порожденного присоединенным действием группы.

Ключевые слова: классифицирующее пространство, когомологии Хохшильда, группоид, групповая алгебра.

1. Введение

Когомологии с компактными носителями имеют, кроме многочисленных абстрактных примеров, обобщающих когомологии с компактными носителями, имеет, пожалуй, единственный конкретный пример в математике, который представляет нетривиальные семейства носителей. Такой пример доставляет нам когомологии Хохшильда групповой алгебры $\mathbb{R}[G]$, которые изоморфны классическим когомологиям классифицирующего пространства B$\mathcal{G}$, группоида $\mathcal{G}$, ассоциированного с присоединенным действием группы G (см. [8], стр. 18).

Эти когомологии Хохшильда групповой алгебры $\mathbb{R}[G]$, изоморфны классическим когомологиям классифицирующего пространства $B\mathcal{G}$ группоида $\mathcal{G}$, носители которых принадлежат специфическим семействам носителей Φ_n в n -остовах $(B\mathcal{G})^{[n]}$ классифицирующего пространства $B\mathcal{G}$ группоида $\mathcal{G}$, порожденного присоединенным действием группы G:

$$ {}_{H}H^n(\mathbb{R}[G]) \approx H^n_{\Phi_n}(B\mathcal{G};\ \mathbb{R}). \qquad (1)$$

В работе Е.Г.Скляренко ([1]. стр.136, и.1.5) подробно описано, как возникают когомологии не только с компактными носителями, но и с произвольными семействами носителей:

«Носителем цепи (коцепи) называется объединение всех симплексов комплекса K, входящих в цепь с ненулевыми коэффициентами (на которых коцепь отлична от нуля). Пока выше нами были рассмотрены гомологии и когомологии либо с компактными, либо с любыми замкнутыми носителями.

Оказывается, встречаются гомологии (или когомологии) и с другими («промежуточными») семействами носителей. Такие группы естественно появляются, например, при интерпретации гомологий (или когомологий) пар пространств (см. в связи с этим также § 4 гл. 3 и.§ 4 гл. 5 работы [1]).»

На стр. 171 работы [1] дано абстрактное определение семейства носителей:

"Под семейством носителей понимается произвольное семейство Ф замкнутых множеств в пространстве X, обладающее свойствами:

a) если $F_1, F_2 \in \Phi$, то и $F_1 \cup F_2 \in \Phi$;

b) если $F \in \Phi$ и $F' \subset F$ то $F' \in \Phi$.

Другими словами, семейство Ф являете кофильтром в пространстве X. Однако, в работах Е.Скляренко, как, впрочем, и в работах других авторов построение семейства носителей для симплициальных коцепей не было детально рассмотрено. В частности осталось не выясненным соотношение семейств носителей в различных размерностях, что требует дополнительного построения комбинаторного семейства носителей в нашем случае.

2. Носители в симплициальных пространствах

Нас будут интересовать не произвольные топологические пространства, а всего лишь (бесконечные) симплициальные пространства

$$K = \coprod_n K_n$$

составленные из n -мерных остовов K_n. Нульмерный остов K_0 - это совокупность вершин $a_i \in K_0$ в дискретной топологии, а n -мерный остов K_n состоит из объединения

$$K_n = \bigcup_\alpha \sigma_n^\alpha$$

n -мерных симплексов σ_n^α порожденных как выпуклые оболочки $\sigma_n^\alpha = \sigma_n(a_0^\alpha, a_1^\alpha, \dots, a_n^\alpha)$, набором $n+1$ вершин $(a_0^\alpha, a_1^\alpha, \dots, a_n^\alpha)$.

На симплициальном пространстве K задаем алгебраический комплекс цепей, $C_*(K) = \oplus_n C_n(K)$, $C_n(K) = \mathbb{R}[K_n]$.

Двойственным образом, комплекс коцепей определяется как $C^n(K) = \mathbb{R}(K_n)$ т.е. множество функций на дискретном пространстве K_n. Пространство K_n называется n -мерным остовом пространства K. Каждая такая функция $f \in \mathbb{R}(K_n)$ имеет носитель $\boldsymbol{supp} f \subset K_n$,

$$\boldsymbol{supp} f = \{\sigma_n^\alpha \in K_n : f(\sigma_n^\alpha) \neq 0\}.$$

В частности, понятие носителя выделяет среди всех коцепей подпространство $C_0^n(K) \subset C^n(K)$ коцепей с конечными (или, что тоже самое, компактными) носителями, т.е.

$$C_0^n(K) = \{\, f \in \mathbb{R}(K_n) : \#\, \boldsymbol{supp} f < +\infty\}.$$

В работах Е.Г.Скляренко [1], [2] показано, что понятие конечных носителей можно заменить на семейства носителей, не обязательно конечных, которые выражаются как семейство (кофильтр) носителей Φ_n на n -мерном остове K_n,

$$\forall \mathrm{F} \in \Phi_n \Longrightarrow F \subset \mathrm{K}_n.$$

Тогда при помощи семейства носителей Φ_n выделяется подпространство $C_{\Phi_n}^n(K) \subset C^n(K)$ коцепей, носители которых принадлежат семейству носителей Φ_n:

$$C_{\Phi_n}^n(K) = \{\, f \in \mathbb{R}(K_n) :\ \boldsymbol{supp} f \in \Phi_n\}.$$

На семейства Φ_n нужно наложить условия, чтобы пограничный оператор переводил коцепи с сохранением носителей:

$$\begin{tikzcd}
C^0(K) \arrow[r] & \cdots \arrow[r] & C^n(K) \arrow[r] & C^{n+1}(K) \arrow[r] & \cdots \\
C^0_{\Phi_0}(K) \arrow[r] \arrow[u, hook] & \cdots \arrow[r] & C^n_{\Phi_n}(K) \arrow[r] \arrow[u, hook] & C^{n+1}_{\Phi_{n+1}}(K) \arrow[r] \arrow[u, hook] & \cdots
\end{tikzcd}$$

Диаграмма 2

Построим отображение $\Phi_{n+1} \xrightarrow{\Delta} \Phi_n$, которое сопоставляет каждому носителю $F \in \Phi_{n+1}$ носитель $\Delta\, F \in \Phi_n$ по следующему правилу: Носитель $F \subset \mathrm{K}_{n+1}$ - это множество $n+1$ -мерных симплексов $F = \{\sigma_{n+1}^{\alpha} \in K_{n+1}\}_{\alpha}$.

Через $\Delta(\sigma_{n+1}^{\alpha})$ обозначим множество всех n -мерных граней симплекса σ_{n+1}^{α}, а через $\Delta(F)$ объединение

$$\Delta(F) = \bigcup_{\alpha} \Delta(\sigma_{n+1}^{\alpha}).$$

Требуем, чтобы

$$\Delta\,(\Phi_{n+1}) \subset \Phi_n. \tag{3}$$

Из условия (3) следует коммутативность диаграммы 2, а, значит, корректное определение когомологий с носителями в семействе Ф:

$$H_\Phi^*(K) = \mathcal{H}(C_{\Phi_0}^0(K) \longrightarrow \cdots \longrightarrow C_{\Phi_n}^n(K) \longrightarrow C_{\Phi_{n+1}}^{n+1}(K) \longrightarrow \cdots)$$

3. Когомологии Хохшильда и когомологии с носителями классифицирующего пространства

Здесь мы рассмотрим пример топологического пространства и нетривиального семейства носителей Ф на нем, когомологии с носителями в Ф которых являются интерпретацией естественных алгебраических конструкций. Такой пример доставляет нам когомологии Хохшильда групповой алгебры $\mathbb{R}(G)$, которые изоморфны классическим когомологиям классифицирующего пространства $B\mathcal{G}$ группоида $\mathcal{G}$, ассоциированного с присоединенным действием группы G (см. А.Ершов (2012) [8], стр. 18). Эти когомологии являются когомологиями с носителями в некотором семействе носителей Φ_n для коцепей размерности n.

Напомним, что группоидом $\mathcal{G}$, ассоциированным с присоединенным действием группы G называется малая категория, у которой множество объектов $\boldsymbol{Obj}(\mathcal{G}) = G$, а множество морфизмов $\boldsymbol{Mor}(a, b)$ состоит из таких элементов $g \in G$, для которых $b = gag^{-1}$. Классифицирующим пространством $B\mathcal{G}$ называется симплициальный комплекс, симплексы σ_n которых имеют вид:

$$\sigma_n = (a_0 \xrightarrow{g_1} a_1 \xrightarrow{g_2} \dots \xrightarrow{g_n} a_n),$$

а грани получаются путем вычеркивания вершин и замены двух морфизмов на их композицию. Тогда семейство носителей Φ_n состоит из множеств $F \in \Phi_n$, которые удовлетворяют условию:

$$\forall (g_1, g_2, \dots, g_n)\ \#\{a_0 : (a_0 \xrightarrow{g_1} a_1 \xrightarrow{g_2} \dots \xrightarrow{g_n} a_n) \in F\} < +\infty$$

Теорема 1. *Когомологии Хохшильда групповой алгебры* $\mathbb{R}[G]$, *изоморфны классическим когомологиям классифицирующего пространства* $B\mathcal{G}$ *группоида* $\mathcal{G}$, *носители которых принадлежат семействам носителей* Φ_n *в* n *-остовах* $(B\mathcal{G})^n$ *классифицирующего пространства* $B\mathcal{G}$ *группоида* $\mathcal{G}$, *порожденного присоединенным действием группы* G:

$$_H H^n\,(\mathbb{R}[G]) \approx H^n_{\Phi_n}(B\mathcal{G}; \mathbb{R}). \tag{4}$$

Доказательство теоремы

Когомологии Хохшильда $_H H^n\,(\mathbb{R}[G])$ групповой алгебры $\Lambda = \mathbb{R}[G]$ на категорном языке определяются как производные функторы функтора **Hom** в категории бимодулей над алгеброй Λ, см. Benson (1991),[9], p.73, т.е.

$$_H H^n\,(\mathbb{R}[G]) = \mathbf{Ext}^n_\Lambda(\Lambda, \Lambda).$$

Рассмотрим групповую алгебру $\Lambda = \mathbb{R}[G]$, которая является бимодулем над самим собой. Пусть $\Lambda^e = \Lambda \otimes_{\mathbb{R}} \Lambda^{op}$. Здесь через Λ^{op} обозначено противоположная к Λ алгебра, аддитивная группа которой совпадает с аддитивной группой алгебры Λ, а операция умножения производится в обратном порядке относительно записи множителей

$$\lambda * \mu = \mu \cdot \lambda \text{ для всех } \lambda, \mu \in \Lambda.$$

Левое и правое действие алгебры Λ на бимодуле M задает левое действие алгебры Λ^e на модуле M по формуле

$$(\lambda \otimes \mu)m = \lambda \cdot m \cdot \mu^*, \quad m \in M,\ \lambda, \mu \in \Lambda .$$

Положим

$$\mathbb{S}_n(\Lambda) = \underbrace{\Lambda \otimes_{\mathbb{R}} \dots \otimes_{\mathbb{R}} \Lambda}_{n+2 \text{ копий}} ,$$

который является свободным Λ^e -модулем при $n \geq 0$.Тогда диаграмма

$$\Lambda \overset{\varepsilon}{\leftarrow} \mathbb{S}_0(\Lambda) \overset{b_1'}{\leftarrow} \mathbb{S}_1(\Lambda) \overset{b_2'}{\leftarrow} \dots \overset{b_n'}{\leftarrow} \mathbb{S}_n(\Lambda) \overset{b_{n+1}'}{\longleftarrow} \dots$$

порождает свободную резольвенту для левого Λ^e модуля Λ:

$$\mathbb{S}_*(\Lambda): \dots \longleftarrow 0 \longleftarrow \mathbb{S}_0(\Lambda) \overset{b_1'}{\leftarrow} \mathbb{S}_1(\Lambda) \overset{b_2'}{\leftarrow} \dots \overset{b_n'}{\leftarrow} \mathbb{S}_n(\Lambda) \overset{b_{n+1}'}{\longleftarrow} \dots$$

$$\mathcal{H}\mathbb{S}_*(\Lambda) = \mathcal{H}\left(\dots \longleftarrow 0 \longleftarrow \mathbb{S}_0(\Lambda) \overset{b_1'}{\leftarrow} \mathbb{S}_1(\Lambda) \overset{b_2'}{\leftarrow} \dots \overset{b_n'}{\leftarrow} \mathbb{S}_n(\Lambda) \overset{b_{n+1}'}{\longleftarrow} \dots\right) =$$

$$= \cdots \longleftarrow 0 \longleftarrow \Lambda \longleftarrow 0 \longleftarrow \cdots$$

Пусть M является Λ -бимодулем или (что то же самое) правым Λ^e -модулем. Тензорно умножая модуль M на резольвенту $\mathbb{S}_*(\Lambda)$, получаем последовательность $M_{\Lambda^e}\otimes_{\Lambda^e}\mathbb{S}_*(\Lambda)$, гомологии которой называются гомологиями Хохшильда бимодуля Λ с коэффициентами в бимодуле M:

$${}_H H_*(\Lambda, M) = \mathcal{H}(M_{\Lambda^e}\otimes_{\Lambda^e}\mathbb{S}_*(\Lambda)) \approx \mathbf{Tor}_*^{\Lambda^e}(\Lambda, M).$$

Цепной комплекс $M_{\Lambda^e}\otimes_{\Lambda^e}\mathbb{S}_*(\Lambda)$ можно упростить:

$$M_{\Lambda^e}\otimes_{\Lambda^e}\mathbb{S}_*(\Lambda) \cong M \otimes_{\mathbb{R}} \widetilde{\mathbb{S}}_*(\Lambda),$$

где

$$\widetilde{\mathbb{S}}_n(\Lambda) = \underbrace{\Lambda \otimes_{\mathbb{R}} \dots \otimes_{\mathbb{R}} \Lambda}_{n+2 \text{ копий}}.$$

так что

$$\mathbb{S}_n(\Lambda) = \underbrace{\Lambda \otimes_{\mathbb{R}} \dots \otimes_{\mathbb{R}} \Lambda}_{n+2 \text{ копий}} = \Lambda^e \otimes_{\mathbb{R}} \underbrace{\Lambda \otimes_{\mathbb{R}} \dots \otimes_{\mathbb{R}} \Lambda}_{n \text{ копий}} \cong \Lambda^e \otimes_{\mathbb{R}} \widetilde{\mathbb{S}}_n(\Lambda).$$

Аналогично, вместо функтора тензорного произведения применяя функтор гомоморфизма из резольвенты $\mathbb{S}_*(\Lambda)$ в бимодуль M, получаем последовательность $\mathbf{Hom}_{\Lambda^e}(\mathbb{S}_*(\Lambda), M)$, гомологии которой называются когомологиями Хохшильда бимодуля Λ с коэффициентами в бимодуле M:

$${}_H H^*(\Lambda, M) = \mathcal{H}(\mathbf{Hom}_{\Lambda^e}(\mathbb{S}_*(\Lambda), M)) \approx \mathbf{Ext}_*^{\Lambda^e}(M, \Lambda).$$

Коцепной комплекс $\mathbf{Hom}_{\Lambda^e}(\mathbb{S}_*(\Lambda), M)$ тоже можно упростить:

$$\mathbf{Hom}_{\Lambda^e}(\mathbb{S}_*(\Lambda), M) \cong \mathbf{Hom}_{\mathbb{R}}(\widetilde{\mathbb{S}}_*(\Lambda), M).$$

Цепной комплекс имеет вид:

$$0 \longleftarrow \widetilde{\mathbb{S}}_0(\Lambda) \overset{d_1}{\leftarrow} \widetilde{\mathbb{S}}_1(\Lambda) \overset{d_2}{\leftarrow} \dots \overset{d_k}{\leftarrow} \widetilde{\mathbb{S}}_k(\Lambda) \overset{d_{k+1}}{\longleftarrow} \widetilde{\mathbb{S}}_{k+1}(\Lambda) \overset{d_{k+2}}{\longleftarrow} \dots$$

Группа цепей состоит из тензорных произведений

$$\widetilde{\mathbb{S}}_k(\Lambda) = \Lambda \otimes \dots \otimes \Lambda$$

а граничный оператор имеет вид

$$d_k(g_0 \otimes g_1 \otimes \dots \otimes g_k) = g_0 g_1 \otimes \dots \otimes g_k - g_0 \otimes g_1 g_2 \otimes \dots \otimes g_k + \dots +$$
$$+(-1)^{k-1} g_0 \otimes g_1 \otimes g_2 \otimes \dots \otimes g_{k-1} g_k + (-1)^k g_k g_0 \otimes g_1 \otimes \dots \otimes g_{k-1},$$
$$g_0 \otimes g_1 \otimes \dots \otimes g_k \in \widetilde{\mathbb{S}}_k(\Lambda) .$$

Цепной комплекс классифицирующего пространства группоида $\mathcal{G}$

$$0 \leftarrow C_0(\mathcal{B}\mathcal{G}) \xleftarrow{\delta_1} C_1(\mathcal{B}\mathcal{G}) \xleftarrow{\delta_2} \dots \xleftarrow{\delta_k} C_k(\mathcal{B}\mathcal{G}) \xleftarrow{\delta_{k+1}} C_{k+1}(\mathcal{B}\mathcal{G}) \xleftarrow{\delta_{k+2}} \dots$$

порождается линейными комбинациями симплексов

$$\sigma = (a_0 \xrightarrow{g_{k+1}} a_1 \xrightarrow{g_k} \dots \xrightarrow{g_{k-j+2}} a_j \xrightarrow{g_{k-j+1}} a_{j+1} \xrightarrow{g_{k-j}} \dots \xrightarrow{g_1} a_{k+1}) \in C_{k+1}(\mathcal{B}\mathcal{G})$$

такими, что

$$g_{k-j+1} a_j = a_{j+1} g_{k-j+1}\, .$$

Граничные операторы получаются последовательным вычеркиванием вершин

$$\delta_{k+1}(\sigma) = \delta_{k+1}(a_0 \xrightarrow{g_{k+1}} a_1 \xrightarrow{g_k} \dots \xrightarrow{g_{k-j+2}} a_j \xrightarrow{g_{k-j+1}} a_{j+1} \xrightarrow{g_{k-j}} \dots \xrightarrow{g_1} a_{k+1}) =$$

$$= \left(a_1 \xrightarrow{g_k} \dots \xrightarrow{g_{k-j+2}} a_j \xrightarrow{g_{k-j+1}} a_{j+1} \xrightarrow{g_{k-j}} \dots \xrightarrow{g_1} a_{k+1}\right) -$$

$$-\left(a_0 \xrightarrow{g_k\, g_{k+1}} a_2 \xrightarrow{g_{k-1}} \dots \xrightarrow{g_{k-j+2}} a_j \xrightarrow{g_{k-j+1}} a_{j+1} \xrightarrow{g_{k-j}} \dots \xrightarrow{g_1} a_{k+1}\right) +$$

$$+(-1)^j \left(a_0 \xrightarrow{g_{k+1}} a_1 \xrightarrow{g_k} \dots \xrightarrow{g_{k-j+3}} a_{j-1} \xrightarrow{g_{k-j+1}\, g_{k-j+2}} a_{j+1} \xrightarrow{g_{k-j}} \dots \xrightarrow{g_1} a_{k+1}\right) + \cdots$$

$$+(-1)^{k+1} \left(a_0 \xrightarrow{g_{k+1}} a_1 \xrightarrow{g_k} \dots \xrightarrow{g_{k-j+2}} a_{j-1} \xrightarrow{g_{k-j+1}} a_{j+1} \xrightarrow{g_{k-j}} \dots \xrightarrow{g_2} a_k\right).$$

Строим отображение цепных комплексов в следующем виде

$$\begin{tikzcd}
0 & \widetilde{\mathbb{S}}_0(\Lambda) \arrow[l] \arrow[d, "s_0"'] & \widetilde{\mathbb{S}}_1(\Lambda) \arrow[l, "d_1"'] \arrow[d, "s_1"'] & \dots \arrow[l, "d_2"'] \\
0 & C_0(\mathcal{B}\mathcal{G}) \arrow[l] & C_1(\mathcal{B}\mathcal{G}) \arrow[l, "\delta_1"] & \dots \arrow[l, "\delta_2"]
\end{tikzcd}$$

$$\begin{tikzcd}
\dots & \widetilde{\mathbb{S}}_k(\Lambda) \arrow[l] \arrow[d, "s_k"'] & \widetilde{\mathbb{S}}_{k+1}(\Lambda) \arrow[l, "d_{k+1}"'] \arrow[d, "s_{k+1}"'] & \dots \arrow[l, "d_{k+2}"'] \\
\dots & C_k(\mathcal{B}\mathcal{G}) \arrow[l] & C_{k+1}(\mathcal{B}\mathcal{G}) \arrow[l, "\delta_{k+1}"] & \dots \arrow[l, "\delta_{k+2}"]
\end{tikzcd}$$

Диаграмма 5

Положим $s_k(g_0 \otimes g_1 \otimes g_2 \otimes \dots \otimes g_k) =$

$= (a_0 \xrightarrow{g_{k+1}} a_1 \xrightarrow{g_k} \dots \xrightarrow{g_{k-j+1}} a_j \xrightarrow{g_{k-j}} a_{j+1} \xrightarrow{g_{k-j-1}} \dots \xrightarrow{g_1} a_{k+1})$,
где

$$a_0 = g_0 g_1 \dots g_k .$$

В частности, если $g_0 \in \widetilde{\mathbb{S}}_0(\Lambda)$, то $s_0(g_0) = g_0 \in C_0(\mathcal{B}\mathcal{G})$.
Если $g_0 \otimes g_1 \in \widetilde{\mathbb{S}}_1(\Lambda)$, то
$c_1(g_0 \otimes g_1) = (a_0 \xrightarrow{g_1} a_1) \in C_1(\mathcal{B}\mathcal{G})$, $a_0 = g_0 g_1$, $a_1 = g_1 g_0$.
Диаграмма 5 коммутативна и индуцирует изоморфизм в гомологиях:

$$S_k\colon {}_H H_k(\Lambda) \longrightarrow H_k(\mathcal{B}\mathcal{G}).$$

Рассмотрим частный случай, когда $M \cong \Lambda$. Полагаем

$$\widetilde{\mathbb{S}}^*(\Lambda) \cong \mathbf{Hom}_{\mathbb{R}}(\widetilde{\mathbb{S}}_*(\Lambda), \Lambda).$$

Геометрическое описание когомологий Хохшильда строится в виде диаграммы коцепных комплексов:

$$\begin{tikzcd}
0 \arrow[r] & \widetilde{\mathbb{S}}^0(\Lambda) \arrow[r, "\partial_0"] \arrow[d, "T_0"'] & \widetilde{\mathbb{S}}^1(\Lambda) \arrow[r, "\partial_1"] \arrow[d, "T_1"'] & \dots \\
0 \arrow[r] & C^0(\mathcal{B}\mathcal{G}) \arrow[r, "\delta_0"'] & C^1(\mathcal{B}\mathcal{G}) \arrow[r, "\delta_1"'] & \dots
\end{tikzcd}$$

$$\begin{tikzcd}
\dots \arrow[r, "\partial_{k-1}"] & \widetilde{\mathbb{S}}^k(\Lambda) \arrow[r, "\partial_k"] \arrow[d, "T_k"'] & \widetilde{\mathbb{S}}^{k+1}(\Lambda)(\Lambda \arrow[r, "\partial_{k+1}"] \arrow[d, "T_{k+1}"'] & \dots \\
\dots \arrow[r, "\delta_{k-1}"'] & C^k(\mathcal{B}\mathcal{G}) \arrow[r, "\delta_k"'] & C^{k+1}(\mathcal{B}\mathcal{G}) \arrow[r, "\delta_{k+1}"'] & \dots
\end{tikzcd}$$

Диаграмма 6

Диаграмма (6) коммутативна и индуцирует изоморфизм в гомологиях при некотором условии на носители коцепей:

$$S_k\colon {}_H H_k(C[G], C[G]) \xrightarrow{T_k} H_k^j(\mathcal{B}\mathcal{G}).\blacksquare$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Скляренко Е.Г. Гомологии и когомологии общих пространств, Итоги науки и техн. Сер. Соврем, пробл. мат. Фундам. направления, 1989, том 50, 129-266
2. Скляренко Е.Г. Общие теории гомологий и когомологий. Современное состояние и типичные применения, Итоги науки и техн. Сер. Алгебра. Топол. Геом., 1989, том 27, 125-228
3. Скляренко Е.Г. Гомологии и когомологии связи между множествами. Гомологии и когомологии окружения замкнутого множества, Изв. РАН. Сер. матем., 1992, том 56, выпуск 5, 1040-1071
4. Ян У. О двойственности для когомологий с компактными носителями. // Вестник Московского университета. Серия 1. Математика. Механика. - 2021.- №1 - с.60-63
5. Mischenko A.C. Correlation between the Hochsild Cohomology and Eilenberg-MacLane Cohomology of Group Algebras from a Geometric Point of Viev, Russian Journal of Mathematical Physics, Vol. 27, No. 2. 2020, pp.1-16. Pleiades Publishing, Ltd., 2020.
6. Мищенко А.С. Геометрическое описание когомологий Хохшильда, Презентация на Международной конференции по алгебре, анализу и геометрии, г. Казань, Казанский федеральный университет, 23.08.2021-27.08.2021
7. Burghelea D. The cyclic homology of the group rings, Comment. Math. Helvetici 60 (1985) 354-365
8. Ершов А.В. Категории и функторы, Саратов, 2012.
9. Benson D.J. Representations and Cohomology, II. Cohomology of groups and modules, University of Georgia, 1991.

QRUP CƏBRLƏRİNİN XOXŞİLD HOMOLOGİYA VƏ KOHOMOLOGİYALARININ MÜQAYİSƏSİ

V.Ə.QASIMOV, A.S.MİŞENKO

XÜLASƏ

Verilmiş qrupunun qrup cəbrinin Xoxşild kohomologiyaları hesablanmışdır. Göstərilmişdir ki, qrup cəbrinin Xoxşild kohomologiyaları qrupunun birləşdirilmiş təsiri ilə doğrulan qruppoidinin təsnifedici fəzasının təməllərində verilən daşıyıcılar ailəsinə mənsub olan daşıyıcılarının qruppoidinin təsnifedici fəzasının klassık kohomologiyalarına izomorfdur.

Açar sözlər: qruppoid, qrup cəbri, təsnifedici fəza, Xoxşild kohomologiyaları.

COMPRASİON OF HOCHSCİLD HOMOLOGY AND COHOMOLOGY OF GROUP ALGEBRAS

V.A.GASIMOV, A.S.MISHCHENKO

SUMMARY

The Hochscild cohomology of group algebra are isomorphic to the classical cohomology of the classifying space of the groupoid whose supports belong to families of supports in the skeletons of the classifying space of the groupoid generated by an attached group action.

Key words: groupoid, group algebras, classifying space, Hochscild cohomology.