BAKI UNİVERSİTETİNİN XƏBƏRLƏRİ

№1 Fizika-riyaziyyat elmləri seriyası 2022

УДК 517.977.56

ОБ ОДНОЙ НАЧАЛЬНОЙ ЗАДАЧЕ УПРАВЛЕНИЯ ДИНАМИКОЙ ПОПУЛЯЦИИ

А.И.АГАМАЛИЕВА
Бакинский Государственный Университет
agamaliyeva88@gmail.com

В этой работе рассматривается одна задача оптимального управления динамикой популяции управляемая при помощи начального условия. Доказаны необходимые условия оптимальности типа принципа максимума Понтрягина и линеаризованного (дифференциального) принципа максимума.

Ключевые слова: динамика популяции, необходимое условие оптимальности, принципа максимума Понтрягина, дифференциальный принцип максимума, допустимое управление, интегро-дифференциальное уравнение.

1. Ведение

В работах [1-3] изучена ряд задач оптимального управления динамикой популяции описываемая системой интегро-дифференциальных уравнений при предложении что управляющая функция входит в правую часть управления. В предлагаемой работе рассматривается аналогичная задаче при предположении что управляющая функция входит в начальное условие рассматриваемого управления.

Таким образом изучается начальная задача управления.

При различных предположениях установлены ряд необходимых условий оптимальности первого порядка.

2. Постановка задачи

Допустим, что управляемый процесс в области $D=[t_0,t_1]\times[x_0,x_1]$ описывается системой интегро-дифференциальных уравнений вида

$$z_t = f(t,x,z,y),(t,x)\in D=[t_0,t_1]\times[x_0,x_1], \tag{1}$$

$$z(t_0,x)=a(x), x\in X=[x_0,x_1], \tag{2}$$

$$y(t,x)=\int_{x_0}^{x_1} g\big(t,x,s,z(t,s)\big)ds\,, (t,x)\in[x_0,x_1]\times[t_0,t_1]=D. \tag{3}$$

Здесь $f(t,x,z,y)$, $\big(g(t,x,s,z)\big)$ – заданная $n-$ мерная вектор – функция, непрерывная по совокупности переменных вместе с частными производными по (z,y) (z) t_0,t_1,x_0,x_1 $(t_0<t_1; x_0<x_1)$- заданы, $a(x)$ $n-$мерная вектор– функция, являющаяся решением задачи Коши

$$\dot{a} = F(x, a, v), x \in X, \tag{4}$$
$$a(x_0) = a_0,$$
где $a_0 -$ заданный постоянный вектор, $F(x, a, v)$-заданная $n -$мерная вектор – функция, непрерывная по совокупности переменных вместе с частной производной по a, $\upsilon = \upsilon(x)$ кусочно непрерывный (с конечным числом точек разрыва первого рода) вектор управляющих воздействий со значениями из заданного непустого и ограниченного множества V, т.е.
$$\upsilon(x) \in V \subset R^r, x \in X. \tag{5}$$
Такие управляющие функции назовем допустимыми.

Из постановки математической модели ясно, что процесс описывается с помощью начальной функции которая определяется как решение задачи Коши для обыкновенного нелинейного дифференциального уравнения.

Предполагается, что каждому допустимому управлению $\upsilon(x)$ соответствует единственное непрерывное и кусочно-гладкое (в смысле напр. [4-7] решение $a(x)$ задачи (4). Решение задачи (1) - (3) понимается в классическом смысле.

На решениях $a(x), z(t, x), y(t, x)$ задачи (1) - (4), порождённых всевозможными допустимыми управлениями $\upsilon(x)$ определим функционал
$$S(\upsilon) = \phi\big(a(x_1)\big) + \int_{x_0}^{x_1} G\big(x, z(t_1, x)\big)dx. \tag{6}$$
Здесь $\phi(a)$, $G(x, z) -$заданные скалярные функции непрерывные вместе с $\varphi_a(a) G_z(x, z)$.

Допустимое управление $v(x)$ доставляющее минимальное значение функционалу (6) назовем оптимальным управлением, а соответствующий процесс $(v(x), a(x), z(t, x,), y(t, x))$- оптимальным процессом.

Для доказательства необходимых условий оптимальности в рассматриваемой задаче будем использовать один вариант метода приращений.

3. Формула для приращения функционала качества

Пусть $v(x)$фиксированный, а $\bar{\upsilon}(x) = v(x) + \Delta v(x)$произвольный- допустимые управления.

Через $(a(x), z(t, x,), y(t, x))$ $(\bar{a}(x) = a(x) + \Delta a(x)$, $\bar{z}(t(x) = z(t, x) + \Delta z(t, x)$, $\bar{y}(t(x) = y(t, x) + \Delta y(t, x))$ обозначим соответствующие им решения системы (1) - (4) и запишем приращения функционала качества (6).

Имеем:
$$\Delta S(v) = S(\bar{v}) - S(v) = \phi\big(\bar{a}(x_1)\big) - \phi\big(a(x_1)\big) +$$
$$+ \int_{x_0}^{x_1}\big[G\big(x, \bar{z}(t_1, x)\big) - G\big(x, z(t_1, x)\big)\big]dx. \tag{7}$$
Далее ясно, что $\big(\Delta a(x), \Delta z(t, x), \Delta y(t, x)\big)$ является решением задачи
$$\Delta\dot{a} = F\big(x, \bar{a}(x), \bar{v}(x)\big) - F\big(x, a(x), v(x)\big), \tag{8}$$
$$\Delta a(x_0) = 0, \tag{9}$$

$$\Delta z_t(t,x)=f\big(t,x,\bar z(t,x),\bar y(t,x)\big)-f\big(t,x,z(t,x),y(t,x)\big), \tag{10}$$

$$\Delta z(t_0,x)=a(x), \tag{11}$$

$$\Delta y(t,x)=\int_{x_0}^{x_1}\big[g\big(t,x,s,\bar z(t,s)\big)-g\big(t,x,s,z(t,s)\big)\big]ds. \tag{12}$$

Пусть $\psi(x), p(t,x), q(t,x)$ –пока неизвестные n –мерные вектор–функции. Умножая обе части соотношения (8) слева скалярно на $\psi(x)$, а затем интегрируя по x обе части полученного тождества от x_0 до x_1 имеем

$$\int_{x_0}^{x_1}\psi'(x)\,\Delta\dot a(x)dx=\int_{x_0}^{x_1}\psi'(x)\big[F\big(x,\bar a(x),\bar\upsilon(x)\big)-F\big(x,a(x),\upsilon(x)\big)\big]dx. \tag{13}$$

Далее умножая обе части соотношений (10)-(12) соответственно на $p(t,x), q(t,x)$ слева скалярно, затем проинтегрирую по D получим:

$$\int_{t_0}^{t_1}\int_{x_0}^{x_1}p'(t,x)\,\Delta z_t(t,x)dxdt=$$

$$=\int_{t_0}^{t_1}\int_{x_0}^{x_1}p'(t,x)\big[f\big(t,x,\bar z(t,x),\bar y(t,x)\big)-f\big(t,x,z(t,x),y(t,x)\big)\big]dx\,dt, \tag{14}$$

$$\int_{t_0}^{t_1}\int_{x_0}^{x_1}q'(t,x)\,\Delta y(t,x)dxdt=$$

$$=\int_{t_0}^{t_1}\int_{x_0}^{x_1}q'(t,x)\left[\int_{x_0}^{x_1}\big[g\big(t,x,s,\bar z(t,s)\big)-g\big(t,x,s,z(t,s)\big)\big]ds\right]dx\,dt. \tag{15}$$

Введем обозначения

$$H\big(t,x,z(t,x),y(t,x),p(t,x),q(t,x)\big)=p'(t,x)f\big(t,x,z(t,x),y(t,x)\big)+$$

$$+\int_{x_0}^{x_1}q'(t,s)g\big(t,s,x,z(t,x)\big)ds.$$

$$M\big(x,a(x),\upsilon(x),\psi(x)\big)=\psi'(x)F\big(x,a(x),\upsilon(x)\big).$$

Тогда, с учетом тождеств (13) - (15), формула приращения (7) критерия качества может представляться в виде

$$\Delta S(v)=\phi\big(\bar a(x_1)\big)-\phi\big(a(x_1)\big)+\int_{x_0}^{x_1}\big[G\big(x,\bar z(t_1,x)\big)-G\big(x,z(t_1,x)\big)\big]dx-$$

$$-\int_{t_0}^{t_1}\int_{x_0}^{x_1}p_t'(t,x)\Delta z(t,x)dxdt+\int_{x_0}^{x_1}[p'(t_1,x)\Delta z(t_1,x)-p'(t_0,x)\Delta a(x)]dx-$$

$$-\int_{t_0}^{t_1}\int_{x_0}^{x_1}\big[H\big(t,x,\bar z(t,x),\bar y(t,x),p(t,x),q(t,x)\big)$$

$$-H\big(t,x,z(t,x),y(t,x),p(t,x),q(t,x)\big)\big]dxdt+$$

$$+\int_{t_0}^{t_1}\int_{x_0}^{x_1}q'(t,x)\Delta y(t,x)dxdt+\psi'(x_1)a(x_1)-\int_{x_0}^{x_1}\dot\psi'(x)\Delta a(x)dx-$$

$$-\int_{x_0}^{x_1}\big[M\big(x,\bar a(x),\bar\upsilon(x),\psi(x)\big)-M\big(x,a(x),\upsilon(x),\psi(x)\big)\big]dx. \tag{16}$$

Используя формулу Тейлора из (16), после некоторых преобразований, получим, что:

$$\Delta S(\upsilon) = \phi_a'(a(x_1))\Delta a(x_1) + \int_{x_0}^{x_1} G_z'(x, z(t_1, x))\Delta z(t_1, x)dx -$$
$$- \int_{t_0}^{t_1}\int_{x_0}^{x_1} p_t'(t,x)\Delta z(t,x)dxdt$$
$$+ \int_{x_0}^{x_1} p'(t_1,x)\Delta z(t_1,x)dx - \int_{x_0}^{x_1} p'(t_0,x)\Delta a(x)dx -$$
$$- \int_{t_0}^{t_1}\int_{x_0}^{x_1}\left[H_z'(t,x,z(t,x),y(t,x),p(t,x),q(t,x))\Delta z(t,x) -\right.$$
$$\left.-H_y'(t,x,z(t,x),y(t,x),p(t,x),q(t,x))\Delta y(t,x)\right]dxdt +$$
$$+ \int_{t_0}^{t_1}\int_{x_0}^{x_1} q'(t,x)\Delta y(t,x)dxdt + \psi'(x_1)\Delta a(x_1) - \int_{x_0}^{x_1}\dot{\psi}'\Delta a(x)dx -$$
$$- \int_{x_0}^{x_1}\left[M(x, a(x), \bar{\upsilon}(x), \psi(x)) - M(x, a(x), \upsilon(x), \psi(x))\right]dx -$$
$$- \int_{x_0}^{x_1} M_a'(x, a(x), \upsilon(x), \psi(x))\Delta a(x)dx + 0_1(\|\Delta a(x_1)\|) +$$
$$+ \int_{x_0}^{x_1} 0_2(\|\Delta z(t_1,x)\|)$$
$$- \int_{t_0}^{t_1}\int_{x_0}^{x_1} 0_3(\|\Delta z(t,x)\| + \|\Delta y(t,x)\|)dxdt$$
$$- \int_{x_0}^{x_1} 0_4(\|\Delta a(x)\|)dx -$$
$$- \int_{x_0}^{x_1}\left[M_a(x, a(x), \bar{\upsilon}(x), \psi(x)) - M_a(x, a(x), \upsilon(x), \psi(x))\right]'\Delta a(x)dx. \quad (17)$$

Предположим, что вектор-функции $\psi(t,x), p(t,x), q(t,x)$ удовлетворяют соотношениям

$$\dot{\psi}(x) = -M_a(x, a(x), \upsilon(x), \psi(x)) + p(t_0, x), \quad (18)$$
$$\psi(x_1) = -\phi_a(a(x_1)),$$
$$p_t(t,x) = -H_z(t,x,z(t,x),y(t,x),p(t,x),q(t,x)),$$
$$q(t,x) = H_y(t,x,z(t,x),y(t,x),p(t,x),q(t,x)), \quad (19)$$
$$p(t_1,x) = -G_z(x, z(t_1,x)).$$

Тогда формула приращения (17) примет вид

$$\Delta S(v) = - \int_{x_0}^{x_1}\left[M(x, \bar{a}(x), \bar{\upsilon}(x), \psi(x)) - M(x, a(x), \upsilon(x), \psi(x))\right]dx +$$
$$+0_1(\|\Delta a(x_1)\|) + \int_{x_0}^{x_1} 0_2(\|\Delta z(t_1,x)\|)dx -$$
$$- \int_{t_0}^{t_1}\int_{x_0}^{x_1} 0_3(\|\Delta z(t,x)\| + \|\Delta y(t,x)\|)dxdt - \int_{x_0}^{x_1} 0_4(\|\Delta a(x)\|)dx. \quad (20)$$

Систему уравнений (18) - (19) назовем сопряженной системой уравнений в задаче оптимального управления (1) - (6).

3. Оценка нормы приращения состояния

Из (8) - (12) получаем что

$$\Delta z(t,x)=\Delta a(x)+\int_{t_0}^{t}\left[f\left(\tau,x,\bar z(\tau,x),\bar y(\tau,x)\right)-f\left(\tau,x,z(\tau,x),y(\tau,x)\right)\right]d\tau, \quad (21)$$

$$\Delta y(t,x)=\int_{x_0}^{x_1}\left[g\left(t,x,s,\bar z(t,s)\right)-g\left(t,x,s,z(t,s)\right)\right]ds, \quad (22)$$

$$\Delta a(x)=\int_{x_0}^{x}\left[F\left(s,\bar a(s),\bar\upsilon(s)\right)-F\left(s,a(s),\bar\upsilon(s)\right)\right]ds+$$

$$+\int_{x_0}^{x_1}\left[F\left(s,a(s),\bar\upsilon(s)\right)-F\left(s,a(s),\upsilon(s)\right)\right]ds. \quad (23)$$

Из соотношений (21) - (23) переходя к норме и используя условию Липшица после некоторых преобразований получим

$$\|\Delta a(x)\|\le\int_{x_0}^{x}\left\|F\left(s,a(s),\bar\upsilon(s)\right)-F\left(s,a(s),\upsilon(s)\right)\right\|ds+L_3\int_{x_0}^{x_1}\|\Delta a(s)\|ds, \quad (24)$$

$$\|\Delta z(t,x)\|\le\|\Delta a(x)\|+L_1\int_{t_0}^{t}\left[\|\Delta z(\tau,x)\|+\|\Delta y(\tau,x)\|\right]d\tau, \quad 25)$$

$$\|\Delta y(t,x)\|\le L_2\int_{x_0}^{x_1}\|\Delta z(t,s)\|ds. \quad (26)$$

Здесь $L_i=\mathrm{const}>0,\ i=\overline{1,3}$ некоторое постоянные.

Применяя к неравенствам (24), (25), лемму Гронуолла – Беллмана [8] получим оценки вида

$$\|\Delta a(x)\|\le L_4\int_{x_0}^{x_1}\left[F\left(s,a(s),\bar\upsilon(s)\right)-F\left(s,a(s),\upsilon(s)\right)\right]ds, \quad (27)$$

$$L_4=\mathrm{const}>0.$$

$$\|\Delta z(t,x)\|\le\|\Delta a(x)\|+L_5\int_{t_0}^{t}\|\Delta y(\tau,x)\|\,d\tau, \quad (28)$$

$L_5=\mathrm{const}>0.$

Учитывая (26) в (28) приходим к оценке

$$\|\Delta z(t,x)\|\le\|\Delta a(x)\|+L_6\int_{t_0}^{t}\int_{x_0}^{x_1}\|\Delta z(\tau,s)\|\,d\tau ds.$$

Следовательно

$$\|\Delta z(t,x)\|\le L_4\int_{x_0}^{x_1}\left\|f\left(s,a(s),\bar\upsilon(s)\right)-f\left(s,a(s),\upsilon(s)\right)\right\|ds+$$

$$L_6\int_{t_0}^{t}\int_{x_0}^{x_1}\|\Delta z(\tau,s)\|\,d\tau ds. \quad (29)$$

Отсюда следует, что

$$\max_{x_0\le x\le x_1}\|\Delta z(t,x)\|\le L_4\int_{x_0}^{x_1}\left\|f\left(s,a(s),\bar\upsilon(s)\right)-f\left(s,a(s),\upsilon(s)\right)\right\|ds+$$

$$+L_6\int_{t_0}^{t}\int_{x_0}^{x_1}\max_{x_0\le x\le x_1}\|\Delta z(\tau,x)\|\,d\tau ds\le$$

$$\le L_4\int_{x_0}^{x_1}\left\|f\left(s,a(s),\bar\upsilon(s)\right)-f\left(s,a(s),\upsilon(s)\right)\right\|ds+$$

$$+L_6(x_1 - x_0)\int_{t_0}^{t}\max_{x_0\le x\le x_1}\|\Delta z(\tau,x)\|\,d\tau.$$

Следовательно,

$$\max_{x_0\le x\le x_1}\|\Delta z(t,x)\| \le L_4\int_{x_0}^{x_1}\left\|F\big(s,a(s),\bar{\upsilon}(s)\big) - F\big(s,a(s),\upsilon(s)\big)\right\|ds +$$

$$+L_6(x_1 - x_0)\int_{t_0}^{t}\max_{x_0\le x\le x_1}\|\Delta z(\tau,x)\|\,d\tau.$$

Из последнего неравенства еще раз применяя аналог леммы Гроноулла из [8] будем иметь

$$\max_{x_0\le x\le x_1}\|\Delta z(t,x)\| \le L_7\int_{x_0}^{x_1}\left\|f\big(s,a(s),\bar{\upsilon}(s)\big) - f\big(s,a(s),\upsilon(s)\big)\right\|ds. \tag{30}$$

где $L_7 = \text{const} > 0$ некоторое постоянное.

4. Необходимое условие оптимальности

Для вывода необходимого условия оптимальности, учитывая установленные оценки, будем использовать игольчатые вариации управления «Возмущенное управление» $\bar{\upsilon}_\varepsilon(x)$ определим по формуле

$$\bar{\upsilon}_\varepsilon(x) = \begin{cases} \upsilon, x \in [\xi, \xi+\varepsilon) \\ \upsilon(x), x \in X\backslash[\xi, \xi+\varepsilon). \end{cases} \tag{31}$$

Здесь $\xi \in [x_0, x_1)$ – произвольная точка непрерывности управления $\upsilon(x)$, $\upsilon \in V$ –произвольный вектор, а $\varepsilon > 0$ –произвольное достаточно малое число, такое, что $\xi + \varepsilon < x_1$. Через $\big(\Delta a_\varepsilon(x), \Delta z_\varepsilon(t,x), \Delta y_\varepsilon(t,x)\big)$ обозначим специальное приращение состояния $\big(a(x), z(t,x), y(t,x)\big)$ соответствующее специальному приращению $\Delta\upsilon_\varepsilon(x) = \bar{\upsilon}_\varepsilon(x) - \upsilon(x)$ управления $\upsilon(x)$.

Из оценок (27), (29), (30) следует справедливость оценок

$$\begin{aligned} &\|\Delta a_\varepsilon(x)\| \le L_9\varepsilon, \\ &\|\Delta z_\varepsilon(t,x)\| \le L_9\varepsilon, \\ &\|\Delta y_\varepsilon(t,x)\| \le L_9\varepsilon, \end{aligned} \tag{32}$$

где $L_9 = \text{const} > 0$, некоторая постоянная.

Учитывая оценки (32), а также (31), из (20) на основе теоремы о среднем получим

$$S(\bar{v}_\varepsilon) - S(v) = \Delta S_\varepsilon(v) = -$$

$$-\int_{\xi}^{\xi+\varepsilon}\Big[M\big(x,a(x),\upsilon,\psi(x)\big) - M\big(x,a(x),\upsilon(x),\psi(x)\big)\Big]dx + 0(\varepsilon) =$$

$$= -\varepsilon\Big[M\big(\xi,a(\xi),\upsilon,\psi(\xi)\big) - M\big(\xi,a(\xi),\upsilon(\xi),\psi(\xi)\big)\Big] + 0(\varepsilon).$$

Из этого разложения следует

Теорема 1. Для оптимальности допустимого управления $\upsilon(x)$ необходимо, чтобы соотношение

$$\max_{\upsilon\in V} M\big(\xi,a(\xi),\upsilon,\psi(\xi)\big) = M\big(\xi,a(\xi),\upsilon(\xi),\psi(\xi)\big). \tag{33}$$

выполнялось для всех $\xi \in [x_0, x_1)$.

Соотношение (32) является необходимым условием оптимальности в форме принципа максимума Понтрягина [4-7] для рассматриваемой задаче.

5. Линеаризованное необходимое условие оптимальности

Предположим, что множество V выпуклое, а вектор-функция $F(x,a,v)$- непрерывна по совокупности переменных вместе с частными производными по (a,v). Тогда, по аналогии с доказательством формулы приращения (20), можно доказать, что

$$\Delta S(v) = -\int_{x_0}^{x_1} M'_\upsilon\big(x,a(x),\upsilon(x),\psi(x)\big)\Delta v(x)dx + 0_1(\|\Delta a(x_1)\|) + \int_{x_0}^{x_1} 0_2(\|\Delta z(t_1,x)\|)dx - - \int_{t_0}^{t_1}\int_{x_0}^{x_1} 0_3(\|\Delta z(t,x)\| + \|\Delta y(t,x)\|)dxdt - \int_{x_0}^{x_1} 0_5[\|\Delta a(x)\| + + \|\Delta\upsilon(x)\|]dx. \quad (34)$$

Далее, в силу условий гладкости наложенные на $F(x,a,\upsilon)$ получаем, что

$$\|\Delta a(x)\| \le L_{10}\int_{x_0}^{x_1}[\|\Delta a(s)\| + \|\Delta\upsilon(s)\|]\,ds, \quad (35)$$

где $L_{10} = const > 0$. некоторое постоянное.

Применяя к неравенству (35) аналог леммы Гронуолла – Беллмана приходим к оценке

$$\|\Delta a(x)\| \le L_{11}\int_{x_0}^{x}\|\Delta v(s)\|\,ds, \quad (36)$$

где $L_{11} = const > 0$ некоторое постоянное.

В этом случае аналогом неравенства (30) является неравенство

$$\max_{x_0\le x\le x_1}\|\Delta z(t,x)\| \le L_{12}\int_{x_0}^{x_1}\|\Delta\upsilon(s)\|\,ds, \quad (37)$$

где $L_{12} = const > 0$ некоторая постоянная.

В силу выпуклости множества V специальное приращение допустимого управления $\upsilon(x)$ можно определить по формуле

$$\Delta\upsilon(x;\mu) = \mu[w(x) - \upsilon(x)] \quad (38)$$

где $\mu \in [0,1]$ −произвольное число, а $w(x), x \in X$ −произвольное допустимое управление.

Через $\big(\Delta a(x;\mu), \Delta z(t,x;\mu), \Delta y(t,x;\mu)\big)$ обозначим специальное приращение состояния $\big(a(x), z(t,x), y(t,x)\big)$ отвечающее приращению (38) управления $\upsilon(x)$. Из оценок (27), (36), (37) следует, что

$$\|\Delta a(x;\mu)\| \sim \mu, x \in X,$$
$$\|\Delta z(t,x;\mu)\| \sim \mu, (t,x) \in D,$$
$$\|\Delta y(t,x;\mu)\| \sim \mu, (t,x) \in D. \quad (39)$$

Учитывая (38), (39) в формуле приращения (34) приходим к разложению

$$\Delta S\big(\upsilon(x)+\Delta\upsilon(x;\mu)\big)-S\big(\upsilon(x)\big)=$$
$$=-\mu\int_{x_0}^{x_1} M'_\upsilon\left(x,a(x),\upsilon(x),\psi(x)\right)dx\big(w(x)-\upsilon(x)\big)dx+0(\mu).$$

Из этого разложения следует

Теорема 2. Если множество V выпуклое, то для оптимальности допустимого управления $\upsilon(x)$ необходимо, чтобы неравенство

$$\int_{x_0}^{x_1} M'_\upsilon\left(x,a(x),\upsilon(x),\psi(x)\right)\big(w(x)-\upsilon(x)\big)dx\le 0, \qquad (40)$$

выполнялось для всех $w(x), x\in X$.

Неравенство (40) есть аналог интегрального линеаризованного условия максимума в задаче (1) - (6).

Учитывая лемму из [9] при помощи (40) доказывается

Теорема 3. При выполнении условий теорема 2 вдоль оптимального процесса $\upsilon(x), a(x), z(t,x), y(t,x)$ для всех $\xi\in[x_0,x_1)$ выполняется следующее соотношение:

$$\max_{w\in V} M'_\upsilon\big(\xi,a(\xi),\upsilon(\xi),\psi(\xi)\big)w=M'_\upsilon\big(\xi,a(\xi),\upsilon(\xi),\psi(\xi)\big)\upsilon(\xi). \qquad (41)$$

Условие оптимальности типа (41) называется дифференциальным (см. напр. [7]) условием максимума.

Следуя например [9] можно показать, что необходимые условия оптимальности (40) и (41) эквивалентны для рассматриваемой задачи.

Таким образом при различных предположениях удалось получить два типа необходимых условий оптимальности первого порядка в рассматриваемой задаче управления.

ЛИТЕРАТУРА

1. Букина, А.В., Букин, С.С. Исследование модели динамики популяций методами теории оптимального управления // Иркутск: Иркутского ун-та. сер. Математика, -2010. №3, -с. 59-66.
2. Букина, А.В. Оптимизация интегро-дифференциальных систем: / Автореф. диссерт. на соискание учен. степени канд. физ.-мат. наук / Иркутск: 2010. -21с.
3. Агамалыева, А.И. Линеаризованные необходимые условия оптимальности в одной задаче управления динамикой популяции // Баку: Вестник БГУ, сер. физ-мат. наук, -2016, №4, -с.46-52.
4. Габасов, Р. Принцип максимума в теории оптимального управления / Р.Габасов, Ф.М.Кириллова. Изд-во Либроком, -2011, -272с.
5. Васильев, Ф.П. Методы оптимизации / - Москва: Факториал, - 2002, - 812 с.
6. Понтрягин, Л.С. Математическая теория оптимальных процессов. / Л.С.Понтрягин, В.Г.Болтянский, Р.В.Гамкрелидзе и др. - Москва: Наука, - 1976, - 384 с.
7. Габасов Р., Кириллова Ф.М. Принцип максимума в теории оптимального управления. - Москва: - ЛИБРОКОМ, - 2011. - 272 с.
8. Новоженов, М.М. Методы оптимального управления системами математической физики / М.М.Новоженов, В.И.Сумин, М.И.Сумин. Горький: ГГУ, -1986, -87с.
9. Срочко, В.А. Вычислительные методы оптимального управления / В.А.Срокчо. Иркутск: ИГУ, -1982. -122 с.

POPULYASİYANIN DİNAMİKASININ BİR BAŞLANĞIC İDARƏ OLUNMASI MƏSƏLƏSİ HAQQINDA

A.İ.AĞAMALIYEVA

XÜLASƏ

Məqalədə populyasiyanın dinamikasının başlanğıc şərtin vasitəsilə idarə olunması məsələsinə baxılır.

Optimallıq üçün maksimum prinsipinin və xəttiləşdirilmiş maksimum prinsipinin analoqları isbat edilmişdir.

Açar sözlər: populyasiyanın dinamikası, optimallıq üçün zəruri şərt, Pontryaginin maksimum prinsipi, diferensial maksimum prinsipi, mümmkün idarə, inteqro-diferensial tənlik.

ABOUT ONE UNİTAL CONTROL PROBLEMSS OF MANAGGİNG POPULATİON DYNAMİCS

A.I.AGHAMALIYEVA

SUMMARY

The paper deals the problem optimal control population dynamics using unital condition.

Analogues of the maximum principle and the linearized maximum principle have been proven for optimality.

Keywords: population dynamics, necessary condition for optimality, Pontryagins maximum principle, differential maximum principle, admissible control, integro-differential equation.