РАЗРУШЕНИЕ ПЛАСТИНЫ С НЕОДНОРОДНЫМ ПОЛЕМ ТЕМПЕРАТУРЫ В АГРЕССИВНОЙ СРЕДЕ

Гасанова Л.А., Гулиев И.К., Омарова Г.Дж.

Азербайджанская Государственная Морская Академия
Азербайджанская Национальная Академия Наук
Азербайджанская Национальная Академия Авиации
AZ 1000, Баку, ул. З.Алиевой, 18
AZ1073, Баку, пр. Г. Джавида, 115
AZ 1045, Баку, Бина, 25 км
E-mail: leyla.hasanova.75@mail.ru, 4321ilqar@rambler.ru, gul-9697@mail.ru

Xülasə. *Məqalədə səthlərində müxtəlif temperaturlar təsir edən elastiki zədələnən lövhənin dağılması (yeyilməsi) prosesi tədqiq edilir. Lövhənin kənarları tam bağlanmışdır: kənar nöqtələri yerlərini dəyişə və firlana bilməzlər. Səthlərdən biri aqressiv mühitin təsirinə məruz qalır. Lövhə onda yaranan temperatur gərginliklərinin aqressiv mühitin təsirlərindən yeyilmə şəklində dağılır. Yeyilmə prosesi aqressiv mühitə təsir edən səthdən başlayır və aqressiv mühit təsir etməyən səthə doğru davam edir. Aqressiv mühitin verilən konsentrasiyasına görə temperaturun sərhəd qiyməti tapılmışdır ki, bunda lövhənin ani dağılması baş verir. Dağılma cəbhəsinin zamandan, aqressiv mühitin konsentrasiyasından, səthlərdə təsir edən temperaturlardan, lövhə materialının mexaniki xassəsindən və həndəsi verilənlərdən asılı dəqiq analitik düsturu təyin edilmişdir. Bununla yanaşı, baxılan lövhənin tam yeyilməsinin baş verdiyi zaman müəyyənləşdirilmişdir.*

Abstract. *The process of failure (wear) of an elastic damaged plate is investigated, on the surfaces of which various temperatures are set. The edges of the plate are closed:they can not move and rotate. One surface is subject to the action of an aggressive environment. Under the influence of temperature stresses and an aggressive environment,the plate is destroyed in the form of wear. Wear of the plate starts from the surface where the corrosive medium takes place and continues towards the surface,where there is no aggressive medium. The temperature boundary is determined,* *in the case of exceeding which at a given concentration of the aggressive medium, the plate instantly collapses. An exact analytical formula is obtained for the fracture front as a function of time,the concentration of the aggressive medium acting on the temperature surfaces and also on the mechanical properties and geometrical data of the plate. The time of complete wear of the plate in question is also found.*

Аннотация. *Исследуется процесс разрушения (износ) упругой повреждающейся пластины, на поверхностях которой устанавливаются различные температуры. Края пластины защемлены: не могут перемещаться и вращаться. Одна поверхность подвержена действию агрессивной среды. Под влиянием температурных напряжений и агрессивной среды происходит разрушение пластины в виде износа. Износ пластины начинается с поверхности, где имеет место действие агрессивной среды и продолжается в сторону поверхности, где отсутствует агрессивная среда. Определена граница температуры, в случае превышения которой при заданной концентрации агрессивной среды пластина мгновенно разрушается. Получена точная аналитическая формула для фронта разрушения в зависимости от времени, концентрации агрессивной среды, а также от механических свойств и геометрических данных пластины. Найдено также время полного износа рассматриваемой пластины.*

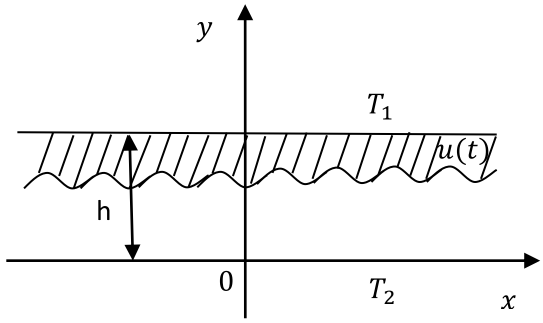
Açar sözlər: *korroziya dagılması, lövhə, temperatur sahəsi, temperatur gərginlikləri, yeyilmə, aqressiv mühit, dagılma cəbhəsi*

Keywords: *corrosion destruction, plate, temperature field, temperature tension, wear, hostile environment, front of destruction*

Ключевые слова: *коррозионное разрушение, пластина, температурное поле, температурные напряжения, износ, агрессивная среда, фронт разрушения*

Введение. Многие конструкции эксплуатируются в условиях агрессивных сред, под действием которых эти конструкции подвергаются коррозионному разрушению. При совместном действии агрессивной среды и внешних сил элементы конструкции растрескиваются. Коррозионное разрушение под напряжением часто приводит к тяжелым последствиям. Анализ многих экспериментальных данных, опубликованных в литературе по коррозионному разрушению, показывает, что на процесс коррозионного разрушения материалов имеют существенные влияния, в основном, механическое напряжение и поле температуры исследуемой конструкции. Серьезность последствий коррозионных разрушений делает необходимым проведение исследования по вопросу о прогнозировании подобных разрушений. Этим и объясняется актуальность темы настоящей статьи, которая имеет цель теоретически прогнозировать время до коррозионного разрушения защемленной по краям пластины на поверхностях которой устанавливаются различные температуры.

Основная часть. Рассмотрим упругую пластину, толщины h, на поверхностях $y = 0$ и $y = h$ которой установлены различные постоянные температуры T_2 и T_1 (рис.)



На поверхности $y = h$ имеется действие агрессивной среды. При этом функция, которая характеризует концентрацию агрессивной среды, может быть принята в виде:

$$C(y) = \frac{y}{h} \qquad (1)$$

Формула (1) удовлетворяет диффузионному уравнению в стационарной форме, а также следующим граничным условиям:

$$C(h) = 1, C(0) = 0$$

Через некоторое время температурное поле пластины будет стационарным. При этом оно определяется по формуле[1]:

$$T = (T_1 - T_2)\frac{y}{h} + T_2 \qquad (2)$$

Пусть края пластины полностью защемлены и не могут перемешаться и вращаться. При этом в пластине возникнут температурные напряжения, которые имеют следующие выражения:

$$\sigma_y = \sigma_{xy} = \sigma_{xz} = \sigma_{yz} = 0 \qquad (3)$$

$$\sigma_x = \sigma_z = -\frac{\alpha ET}{1-v} = -\frac{\alpha E}{1-v}\left[T_2 + (T_1 - T_2)\frac{y}{h}\right] \qquad (4)$$

Здесь Е-модуль Юнга, ν - коэффициент Пуассона, α - коэффициент линейного температурного расширения. Интенсивность температурных напряжений σ_i определим по формуле:

$$\sigma_i = \frac{\sqrt{2}}{2}\left[\left(\sigma_x - \sigma_y\right)^2 + \left(\sigma_y - \sigma_z\right)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6({\sigma_{xy}}^2 + {\sigma_{xz}}^2 + {\sigma_{yz}}^2)\right]^{\frac{1}{2}}$$

Учтем (3) и (4) в последней формуле. Получим

$$\sigma_i = |\sigma_x| = |\sigma_z| = \frac{\alpha E}{1-v}\left[T_2 + (T_1 - T_2)\frac{y}{h}\right] \qquad (5)$$

Допустим, что $T_1 > T_2$. Тогда

$${\sigma_i}^{max} = \sigma_i|_{\mathrm{y=h}} = \frac{\alpha\, ET_1}{1-v} \qquad (4)$$

Пусть σ_0 есть обычный предел прочности материала пластины, σ_p– предел прочности материала при наличии агрессивной среды. Действие агрессивной среды уменьшает прочность материала. Согласно [2], зависимость между величинами σ_pи σ_o может быть принята в линейной форме:

$$\sigma_{\mathrm{p}} = \sigma_{\mathrm{o}}\,(1 - \gamma c) \qquad (5)$$

где γ - коэффициент пропорциональности, определяемый из экспериментов. Формула (5) имеет место в случае, когда влияние агрессивной среды на материал не значительное.

Материал пластины примем упруго-повреждающимся. При этом за условия прочности, примем условие, предложенное в [3] с учетом концентрации агрессивной среды.

$${\sigma_i}^{max} + M{\sigma_i}^{max} = \sigma_{\mathrm{o}}\,(1 - \gamma \mathrm{c}) \qquad (6)$$

где *M*-оператор повреждаемости упругого материала. Напишем условие (6) в раскрытой форме:

$${\sigma_i}^{max} + \int_o^{to} M(t-\tau){\sigma_i}^{max}(\tau)d\tau = \sigma_{\mathrm{o}}\,(1 - \gamma \mathrm{c}_{\mathrm{max}}) \qquad (7)$$

где t_{o} - время начала процесса износа (разрушения) применительно к нашей задаче поверхности $y = h$.

Учтем (4) в (7). Будем иметь

$$\frac{\alpha\, ET_1}{1-v}\left(1 + \int_o^{to} M(\xi)d\xi\right) = \sigma_{\mathrm{o}}\,(1 - \gamma) \qquad (8)$$

В (8) учтено $c_{max} = 1$.

Отсюда

$$\int_{o}^{to} M(\xi)\mathrm{d}\xi = \frac{\sigma_0 (1-\gamma)(1-v)}{\alpha ET_1} \tag{9}$$

Рассмотрим случай $M(t) = m = const.$ В этом случае из (9) получим:

$$t_0 = \frac{\sigma_0 (1-\gamma)(1-v) - \alpha ET_1}{\alpha ET_1 m} \tag{10}$$

Формула (10) определяет время начала процесса износа (разрушения) поверхности y=h При $t_0 = 0$ разрушение происходит мгновенно. Для скрытого периода времени из (10) получаем условие:

$$T_1 < T_1^0 = \frac{\sigma_0 (1-\gamma)(1-v)}{\alpha E} \tag{11}$$

При $T_1 \geq T_1^0$, где T_1^0определяется формулой (11), происходит мгновенное разрушение пластины. Как видим, наличие агрессивной среды уменьшает предельное значение максимальной температуры.

После того, как изнашивалась поверхность $y=h$, процесс изнашивания продолжается в сторону поверхности $y=0$, где отсуствует действия агрессивной среды. Пусть за время t изнашивалась полоса шириной u(t) (рис.). При этом фронтом разрушения является ность $y = h - u(t)$. Теперь задача состоит в определении неизвестной функции $u(t)$.

В соответствии с формулой (1), концентрационная функция $c(y,t)$будет выражаться формулой:

$$c(y,t) = \frac{h-u(t)}{h} \tag{12}$$

Интенсивность напряжений σ_t, согласно (5), будет иметь вид:

$$\sigma_t = \frac{\alpha E}{1-v}\left[T_2 + (T_1 - T_2)\frac{h-u(t)}{h}\right] \tag{13}$$

Условием разрушения в момент t поверхности $y = h - u(t)$, на основании условия прочности (6) будет:

$$\frac{\alpha E}{1-v}\left[T_2 + (T_1 - T_2)\frac{h-u(t)}{h}\right] + \int_0^t M(t-\tau)\frac{\alpha E}{1-v}\int_0^t \left[T_2 + (T_1 - T_2)\frac{h-u(\tau)}{h}\right]\mathrm{d}\tau =$$

$$= \sigma_0\left(1 - \gamma\frac{\mathrm{h}-\mathrm{u(t)}}{\mathrm{h}}\right)$$

Отсюда имеем:

$$\left[\frac{\alpha E}{1-v}(T_1 - T_2) + \sigma_0 \gamma\right]\frac{u(t)}{h} + \frac{\alpha E}{1-v}(T_1 - T_2)\int_0^t M(\mathrm{t}-\tau)\frac{u(\tau)}{h}\mathrm{d}\tau =$$

$$= \frac{\alpha E}{1-v}T_1 + \frac{\alpha E}{1-v}T_1\int_0^t M(\xi)d\xi - \sigma_0 (1-\gamma) \tag{14}$$

Уравнение (14) является уравнением для определения неизвестной функции *u(t)*. Примем следующие обозначения:

$$\frac{\mathrm{u(t)}}{h} = \mathrm{v(t)},\ \lambda = \left[\frac{\alpha E}{1-v}(T_1 - T_2)\right] / \left[\frac{\alpha E}{1-v}(T_1 - T_2) + \sigma_0 \gamma\right], \tag{15}$$

$$A(t) = \left[\frac{\alpha E}{1-v}T_1\left(1 + \int_0^t M(\xi)\mathrm{d}\xi\right) - \sigma_0 (1-\gamma)\right] / \left[\frac{\alpha E}{1-v}(T_1 - T_2) + \sigma_0 \gamma\right] \tag{16}$$

Уравнение (14) с учетом обозначений (15) и (16) записывается в виде:

$$V(t)+\lambda\int_0^t M(t-\tau)\,V(\tau)d\tau = A(t) \tag{17}$$

Уравнение (17) относится к типу интегральных уравнений Вольтерра второго рода [4]. Решение уравнение (17) будет:

$$V(t) = A(t)+\lambda\int_0^t N(t-\tau,\lambda)\;\; A(\tau)d\tau \tag{18}$$

Здесь *A(t)* - известная функция, определяемая формулой (16). λ-число, которое вычисляется формулой (15). Нетрудно убедится в том, что 0<λ<1. Ядро $N\left(\mathrm{t}-\tau\,;\,\lambda\right)$ решения (18) представляется через известного ядра $M(\mathrm{t}-\tau)$формулой:

$$N\left(\mathrm{t}-\tau\,;\,\lambda\right) = \sum_{\mathrm{n}=0}^{\infty}\mathrm{M}_{\mathrm{n}+1}(\mathrm{t}-\tau)\,\lambda^{\mathrm{n}}, \tag{19}$$

где

$$M_1(\mathrm{t}-\tau) = M(\mathrm{t}-\tau);\;\; M_n(\mathrm{t}-\tau) = \int_0^t M_{n-1}(t-t_1)M(t_1-\tau)\,dt_1, n=2,3,\ldots$$

Ряд (19) сходится для любого числа λ. Так как, в случае рассматриваемой задачи 0<λ<1, имеет место быстрая сходимость ряда (19).

Известны все величины, которые входят в правую часть формулы (18). После определения *V(t),* искомая функция *u(t)* (фронт разрушения в момент *t*) находим по формуле: *u(t)=hV(t).* Формула (18) также определяет время полного изнашивания пластины t_*. В этом случае имеем: $u(t_*)=h$. Отсюда, $V(t_*)=1$. При этом из (18) имеем:

$$A(t_*)-\lambda\int_0^{t_*} N\left(t_*-\tau\,,\,\lambda\right)A(\tau)d\tau \;=1 \tag{19}$$

Из соотношения (19) определяется время t_* - время полного изнашивания пластины.

Рассмотрим следующий случаи *M(t)=m=const*. В этом случае из уравнения (17) имеем:

$$V(t)+\,\lambda\, m\int_0^t V(\tau)d\tau = Bt+D \tag{20}$$

где,

$$B=\frac{\alpha\, ET_1 m}{\alpha\, E(T_1-T_2)+\sigma_0\,\gamma(1-v)}=\text{const}, \tag{21}$$

$$D=\frac{1}{\alpha\, E(T_1-T_2)+\sigma_0\,\gamma(1-v)}\left(\alpha ET_1-\sigma_0\,(1-\gamma)(1-v)\right)=const \tag{22}$$

Вычислим производную соотношения (20) при учете (21), (22)

Получим

$$\acute{V}(t)+\,\lambda\, mV(t)=B \tag{23}$$

Так как, $u(0)=0$, начальное условие для уравнения (23) примем:

$$V|_{t=0}=\frac{u}{h}\Big|_{t=0}=0 \tag{24}$$

Следовательно, задача определения безразмерной функции *V(t)*есть задача Коши (23) и (24). Решение задачи (23) и (24) имеет вид:

$$V(t) = \frac{B}{\lambda\, m}(1 - e^{-\lambda\, mt}) \tag{25}$$

В случае постоянного ядра повреждаемости *(M(t)=m=const)* мы пришли к конечной аналитической точкой формуле для фронта разрушения пластины. С учетом (25) и формулы *u(t)=hv(t)*, имеем:

$$u(t) = \frac{hB}{\lambda\, m}(1 - e^{-\lambda mt}) \tag{26}$$

Из условия $u(t_*)=h$ с учетом (26) определяем время полного изнашивания пластины t_*:

$$t_* = \frac{1}{\lambda\, m} ln \frac{B}{B - \lambda\, m} \tag{27}$$

Выходящие в соотношения (26) и (27) величины λ и B определяются соответственно формулами (15) и (21).

Выводы: Исследовано разрушение защемленной по краям пластины из упруго повреждающегося материала в случае, когда на ее поверхностях установлены различные постоянные температуры и одна поверхность подвержена действию агрессивной среды. В результате:

а) определена граница температуры, в случае превышения которой при заданной концентрации агрессивной среды разрушение пластины происходит мгновенно;

б) получена точная аналитическая формула для фронта разрушения в зависимости от времени, концентрации агрессивной среды, действующих на поверхностях температуры, механических свойств и геометрических данных пластины;

в) найдено время полного износа пластины.

Литература

1. Тимошенко С.П., Гудьер Дж. Теория упругости. М: Наука, 1979, 560 с.
2. Кулагин Д.А., Локащенко А.М. Моделирование влияние агрессивной окружающей среды на ползучесть и длительную прочность металлов при сложном напряженном состоянии //Известия РАН, Механика твердого тела, 2004, №1, с. 188-199.
3. Суворова Ю.В. О критерии прочности, основанном на накоплении поврежденности и его приложение к композитам //Изв. АН СССР, Механика твердого тела, 1979, №4, с.108-111.
4. Краснов М.Л. Интегральные уравнения М: Наука, 1975, с. 304.

Tövsiyyə edib: t.e.d., prof. **Z.Z. Şərifov**

УДК: 622.22

MAŞIN HİSSƏLƏRİ VƏ KONSTRUKSİYALARIN UZUNÖMÜRLÜLÜYƏ HESABLAMA ÜSULLARI