

UOT 681.5.01

AVAR ELEKTRİK QURĞULARININ XƏTTİ–KVADRATİK OPTİMAL TƏNZİMLƏMƏ SİSTEMLƏRİNİN SİNTEZİ VƏ MATLAB/SİMULİNK PAKETİNDƏ REALİZASIYASI

Fərhadov V.Q., Bayramova İ.P.

*Azərbaycan Dövlət Dəniz Akademiyası
AZ1000, Bakı şəh., Z.Əliyeva küç., 18
E-mail: vahidf@mail.ru, genclik76@mail.ru*

Xülasə. Hal-hazırda gəmilərin avar qurğularının idarəetmə sistemlərində sabit cərəyanlı elektrik intiqallarından istifadə etməklə onların müxtəlif iş rejimləri üçün elektrik gücünü sabit saxlamaq mümkün olsa da, tələb olunan dəqiqliyi təmin etmək mümkün olmur. Bu isə nəticə etibarı ilə mühərrikin əlavə yüklənməsinə və qəza hallarının yaranmasına səbəb ola bilər. Göstərilən nöqsanı aradan qaldırmaq üçün məqalədə tənzimləmə sisteminin sintezi məsələsinə baxılır və tənzimləyicilərin analitik konstruksiya olunması təklif edilir. Alınmış optimal gücləndirmə əmsalından istifadə edərək optimal idarəetmə sisteminin Matlab/Simulink proqram paketində modelləşdirmə sxemi qurulmuş və idarə olunan $y(t)$ kəmiyyətinin, $x_1(t)$, $x_2(t)$ vəziyyət koordinatlarının və $u(t)$ idarə signalının dəyişmə qrafikləri alınmışdır.

Аннотация. В настоящее время имеется возможность сохранения постоянства мощности гребных электрических установок с электроприводами постоянного тока системами управления, но несмотря на это требуемая точность поддержания мощности остаётся низкой. В свою очередь, это может послужить причиной перегрузки и возможным возникновением аварийных ситуаций. Для устранения данного недостатка, в статье рассмотрены задачи синтеза системы регулирования и предложена аналитическая конструкция регулятора. В пакете программы Matlab/Simulink, используя оптимальный коэффициент усиления, построена схема моделирования и получены графики изменения сигнала управления $u(t)$ и величин управления $y(t)$, координат положения $x_1(t)$ и $x_2(t)$.

Abstract. Currently, control systems can maintain the constancy of the power in the rowing electrical installations with DC electric drives, but in spite of it, the required accuracy of maintaining the power remains in the low level. In its turn, this can cause overloading and the possible occurrence of emergency situations. To eliminate this drawback, the article analyzes the problems of synthesizing in a regulatory system and proposes an analytical design of the regulator. In the Matlab/Simulink software package, using the optimal gain, a simulation circuit is constructed and graphs of the change in the control signal $u(t)$, position coordinates $u(t)$ and $y(t)$ are obtained.

Açar sözlər: *gəmi, tənzimləyici, elektrik mühərriki, xarakteristika, tənlik*

Ключевые слова: *судно, регулятор, электрический двигатель, характеристика, уравнение*

Key words: *ship, regulator, electrical engine, characteristics, equation*

Giriş. Müəyyən edilmişdir ki, sabit cərəyanda işləyən elektrik avar qurğularının idarəetmə sxemlərində gərginlik və cərəyana görə əks-rəbitəsi olan elektrik maşın gücləndiricilərindən istifadə edildikdə avar qurğusunun müxtəlif iş rejimləri üçün elektrik gücü sabit saxlanıla bilər. Lakin bu sistemlərdə generatorun gücünü sabit saxlamaq üçün həm generatorun, həm də mühərrikin təsirlənməsinə, yəni maqnit selinə təsir göstərilir. Bu üsul ilə gücü kifayət qədər yüksək dəqiqliklə sabit saxlamaq mümkündür. Belə hallarda bəzi sxemlərdə xəta 2-3%-dən artıq alınmır. Deməli, avar valına təsir edən müqavimət momenti nominal qiymətdən kiçik olduqda elektrik mühərrikinin və generatorların gücündən tam istifadə edilmir. Əksinə, gəminin hərəkətinə qarşı müqavimət azaldıqda elektrik mühərriki və generatorlar artıq yüklənə bilər və bu birinci mühərriklər üçün təhlükə törədir. Bu nöqsanı aradan qaldırmaq üçün tənzimləmə sisteminin sintezi məsələsinə baxmaq lazımdır. Bunun üçün tənzimləyicilərin analitik konstruksiya olunması təklif edilir.

Əsas hissə. Tənzimləyicilərin analitik konstruksiya olunması məsələləri axıra qədər həll olunmamışdır. Bu məsələdə optimallaşdırma kriterisi kvadratik, obyektin tənliyi və məhdudiyyətlər (əgər bunlar mövcuddursa) xətti şəkildə verilir.

İdarəetmə obyektinin vəziyyət modeli xətti şəkildə verilir:

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= Ax(t) + Bu(t), \\ y(t) &= Cx(t) + Du(t).\end{aligned}\tag{1}$$

Burada $x \in R^n$ - vəziyyət vektoru; $u \in R^m$ - idarə signalı; $y \in R^l$ - müşahidə olunan çıxış.

İdarəetmə sisteminin effektivliyi aşağıdakı kvadratik funksional (optimallaşdırma meyarı) ilə təyin olunur:

$$J = \frac{1}{2} x^T(t_f) S x(t_f) + \frac{1}{2} \int_0^{t_f} [x^T(t) Q x(t) + u^T(t) R u(t)] dt \tag{2}$$

Sərhəd şərti: $x(0) = x_0$, t_f – qeyd olunmuş, $x(t_f)$ – sərbəstdir.

Burada $Q \geq 0$, $S \geq 0$ – müsbət yarımmüəyyən, $R > 0$ – müsbət müəyyən simmetrik çəki matrisləri, $\frac{1}{2}$ - normallaşdırıcı əmsaldır. Çəki matrisi S son $x(t_f)$ vəziyyətin koordinat başlanğıcına yaxınlığını tənzimləmək üçün istifadə olunur.

Əsasən, iki tip məsələyə baxılır.

1. Vəziyyətə görə elə əks əlaqəli idarə $u(x, t)$ qanunu tapmaq lazımdır ki, o (1) obyektini istənilən verilmiş $x(0) = x_0$ başlangıç vəziyyətindən elə son $x(t_f) = x_f$ (sərbəst) vəziyyətinə gətirsin ki, $x(t)$ hərəkət trayektoriyası üzrə (2) funksionalı minimal qiymət alsın.
2. Vəziyyətə və çıxışa görə elə əks əlaqəli idarə $u(x, \varepsilon)$ qanunu tapmaq tələb olunur ki, (1) obyektinin $y(t)$ çıxışı keçid prosesi yekunlaşdıqdan sonra ($t_f = \infty$) etalon $y_d(t)$ signalını (tapşırığı) izləmiş olsun və $J(\infty) \rightarrow \min$ şərti təmin olunsun. Bu məsələ tənzimləmə, yəni sonsuz $t = t_f = \infty$ vaxta idarə olunma məsələsi adlanır. Bu halda $S = 0$. $\varepsilon(t) = y_d(t) - y(t)$ – tənzimləmə xətasıdır.

Hər iki məsələdə fərz olunur ki, idarə $u(t)$ və vəziyyət dəyişənlərinə $0 \leq t \leq t_f$ intervalında məhdudiyyət yoxdur. Bu tələb real şəraitdə tam uyğun olmasa da, tənzimləmə sistemlərində nominal (işçi) nöqtədən meylətmələrinin kiçik olduğunu nəzərə alsaq, məhdudiyyətlərin nəzərə alınmamasına bəraət qazandırmaq olar. Bundan başqa, şərtsiz ekstremal məsələ sistemi layihə etdikdə əsas göstərijiləri qiymətləndirməyə imkan verir. Məhz məhdudiyyətin olmaması qapalı formada analitik həll olmağa imkan verir.

Məlumat təminatı mənasında 1 və 2 məsələləri iki qrupa ayrılır.

a) Vəziyyət vektoru $x(t)$ tam ölçülür.

b) Vəziyyət vektoru $x(t)$ qismən ölçülür və ya heç ölçülmür.

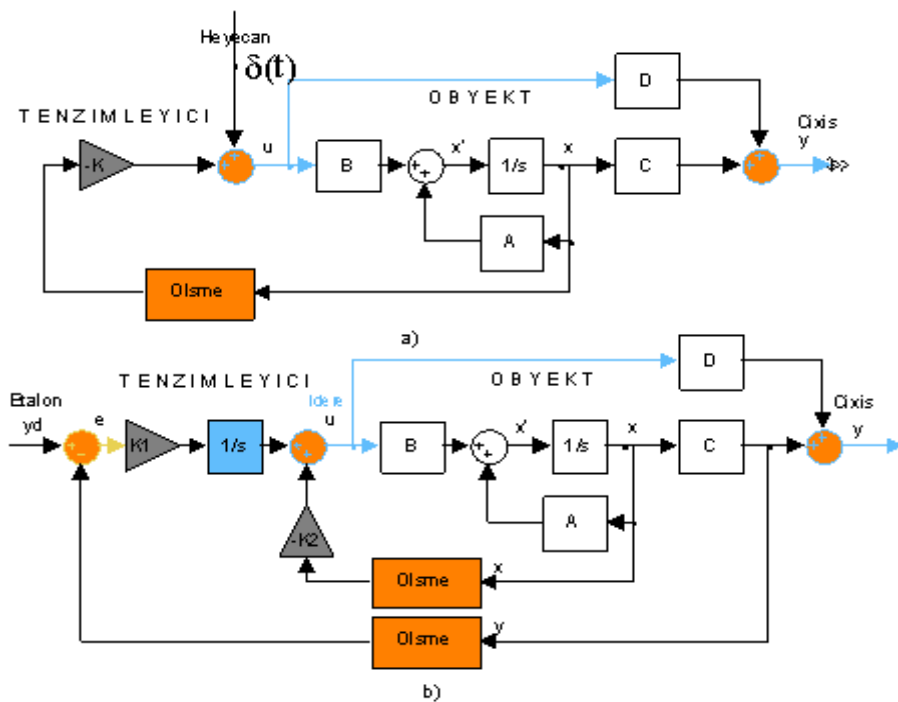
Axırncı halda vəziyyət vektorunu bərpa etmək (qiymətləndirmək) üçün ölçülən $u(t)$ və $y(t)$ dəyişənlərindən istifadə edən müşahidəedijilərdən istifadə olunur.

Şəkil 1,a və b-də 1 və 2 məsələlərinə uyğun tənzimləmə sistemlərinin x ölçülən olduğu halda struktur sxemləri göstərilmişdir.

Şəkil 1,a-da $\delta(t)$ impulsu obyektin başlanğıc x_0 şərtinə ekvivalent olan həyəcanlandırıcı təsirdir.

Obyekt ilə funksionalı birləşdirib Hamilton funksiyasını aşağıdakı şəkildə yazaq:

$$H = -\frac{1}{2} [x^T(t) Q x(t) + u^T(t) R u(t)] + \lambda^T(t) [A x(t) + B u(t)].$$



Şəkil 1. Optimal tənzimləyicilərin struktur sxemləri

Optimallığın zəruri şərtinə əsasən:

$$\frac{\partial H}{\partial u} = -Ru(t) + B^T \lambda(t) = 0$$

Buradan optimal idarə:

$$u^*(t) = R^{-1} B^T \lambda(t)$$

Əks əlaqə yaratmaq üçün $\lambda(t) = -P(t)x(t)$ əvəzləməsini edək (Rikkati əvəzləməsi). Onda:

$$u^*(t) = -R^{-1} B^T P(t)x(t)$$

Burada $P(t)$ qeyri – xətti Rikkati matris tənliyinin həllindən (müsbət müəyyən həll götürülür) tapılır:

$$dP(t)/dt = -P(t)A - A^T P(t) + P(t)BR^{-1}B^T P(t) - Q. \quad (3)$$

Çəki matrisi S tənliyin sağ sərhəd şərtində iştirak edir: $P(t_f) = S$.

$K(t) = R^{-1} B^T P(t)$ işarə etsək optimal idarəni daha aşkar şəkildə yazmaq olar:

$$u^*(x, t) = -K(t)x(t). \quad (4)$$

Burada $K(t)$ qeyri - stasionar gücləndirmə əmsalı kimi çıxış edir. $K(t)$ – idarə konturundan kənarda bir dəfə hesablanıb sistemdə istifadə olunur. Optimal idarəni realizasiya etmək üçün bütün vəziyyət dəyişənli ölçülən olmalıdırlar. Bu şərt əksər hallarda real sistemlərdə ödənilmir.

Xətti – kvadratik tənzimləyicinin $t_f = \infty$ halında sintezinə baxaq.

Tənzimləmə məsələlərində $t_f \rightarrow \infty$ olduğundan (4) optimal idarənin təyin olunması əhəmiyyətli dərəcədə asanlaşır. Bu halda sərhəd şərtləri $x(0) = x_0$, $x(\infty) = 0$.

P. Kalman göstərmişdir ki, $\lim_{t_f \rightarrow \infty} \dot{P}(t_f) = 0$ şərti ödənilir. Bu halda (3) Rikkati tənliyi qeyri – xətti cəbri matris tənliyinə çevrilir:

$$PA + A^T P - PBR^{-1}B^T P + Q = 0. \quad (5)$$

Son sərhəd şərti 0 olduğundan $S = 0$ qəbul etmək olar.

Matlabda (5) tənliyi **are** (·) funksiyasının köməyi ilə həll olunur:

$$P = \text{are}(A', B * \text{inv}(R) * B', Q).$$

Optimal tənzimləyici :

$$u^*(x, t) = -Kx(t), \quad K = -R^{-1}B^T P.$$

Gücləndirmə əmsalı $K = \text{const}$ olduğundan optimal tənzimləyici stasionar şəkildə alınır. Qapalı sistemin parametrləri $[A_c, B, C, D]$.

Burada $A_c = A - BK$ - qapalı sistemin xarakteristik matrisidir.

Matlabda xətti – kvadratik tənzimləmə məsələsini həll etmək üçün **lqr**(·) funksiyası mövcuddur. Müvafiq sintaksis: $[K, P] = \text{lqr}(A, B, Q, R)$. Proqramda obyektin A, B, C, D parametrləri və optimallaşdırma meyarının Q, R çəki əmsalları daxil edilir. Həll nəticəsində Rikkati tənliyinin həlli P və axtarılan gücləndirilmə əmsalı K tapılır. Dəyişənlərin qrafiklərini vizualizasiya etmək mümkündür.

Bu misalda çəki matrisləri:

$$Q = \text{diag}(q, 0, 0, 0, 0), \quad R = 1.$$

Obyektin vəziyyət modeli:

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} -0.2 & 0.5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0.5 & 1.6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -14.3 & 85.8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -33.3 & 100 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -10 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 30 \end{bmatrix} u(t),$$

$$y = (1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0)x(t). \quad x(0) = [2, -3, 0, 1],$$

$$x \in R^5, \quad u \in R^1, \quad y \in R^1.$$

Şəkil 2, a-c-də məsələnin həllinin Matlab proqramı və müvafiq qrafiklər göstərilmişdir.

Şəkil 2,b-də $q=1$ qiymətində çıxış $y(t)$ çıxış siqnalı və vəziyyət $x_1(t) \div x_5(t)$ dəyişənləri, c-də isə $q = [1 \ 5 \ 10 \ 50 \ 100]$ qiymətlərində $y(t)$ çıxış siqnailları göstərilmişdir. **ev**(**eig** (·)) funksiyası qapalı sistemin A-BK xarakteristik matrisinin məxsusi ədədlərini, yəni $\det[sI - (A-BK)] = 0$ xarakteristik

```
>> % Xətti-kvadratik optimal idareetmə
X0=[2;1;0;-1.5;-3];
A=[-0.2 0.5 0 0 0;0 -0.5 1.6 0 0;0 0 -14.3 85.8 0;0 0 0 -33.3 100;0 0 0 0 -10];
B=[0;0;0;0;30];C=[1 0 0 0 0];D=0;
Q=diag([1 0 0 0 0]);R=1;
[K,P,ev]=lqr(A,B,Q,R)

K =

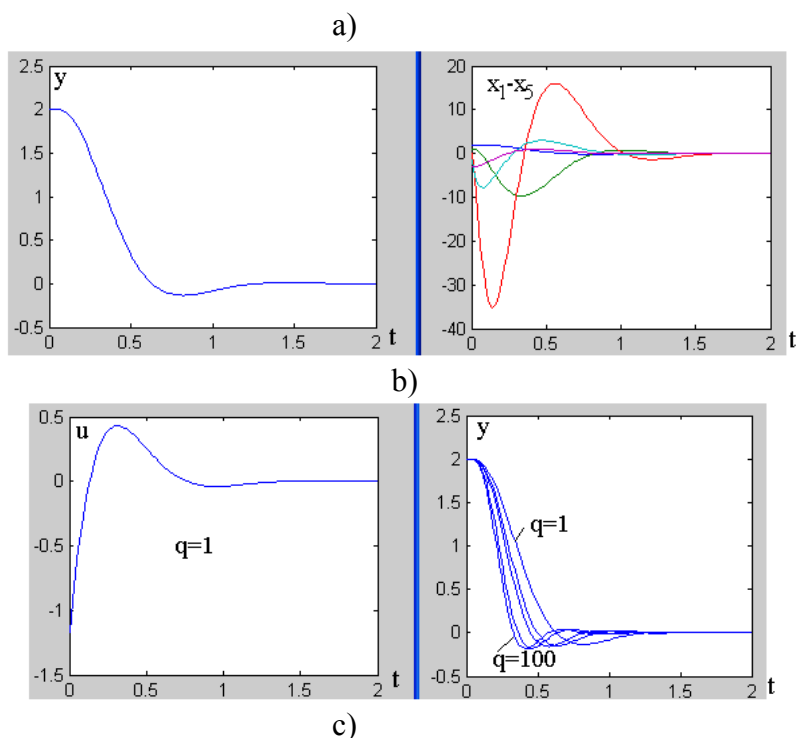
    0.9260    0.1678    0.0157    0.0371    0.2653

P =

    0.3563    0.0326    0.0026    0.0056    0.0309
    0.0326    0.0044    0.0004    0.0009    0.0056
    0.0026    0.0004    0.0000    0.0001    0.0005
    0.0056    0.0009    0.0001    0.0002    0.0012
    0.0309    0.0056    0.0005    0.0012    0.0088

ev =

   -33.3006
   -13.7976
   -11.5950
   -3.7825 + 4.9341i
   -3.7825 - 4.9341i
>> BIN=[0;0;0;0;0];
tmax=2;
>> t=0:0.05:2;
[y,x,t]=initial(A-B*K,BIN,C,D,X0,tmax);
u=-K*x';
>> plot(t,y),figure,plot(t,x(:,1:5)),figure,plot(t,u),figure,
>> for q=[1,5,10,50,100]
Q(1,1)=q;Q(1,1)=q;[K,P,EV]=lqr(A,B,Q,R);[y,x,t]=initial(A-B*K,BIN,C,D,X0,tmax);
plot(t,y), hold on
end
```



Şəkil 2. Matlab proqramı və müvafiq qrafiklər

```
>> % Sabit cərəyan muher. opt. idare olunması
x10=0.1;x20=0;
X0=[x10;x20];
A=[0 1;0 -4.6];B=[0;0.787];C=[1 0];D=0;
Q=diag([1 0]);R=0.00002;
[K,P,EV]=lqr(A,B,Q,R)

K =

    223.6068    18.6992

P =

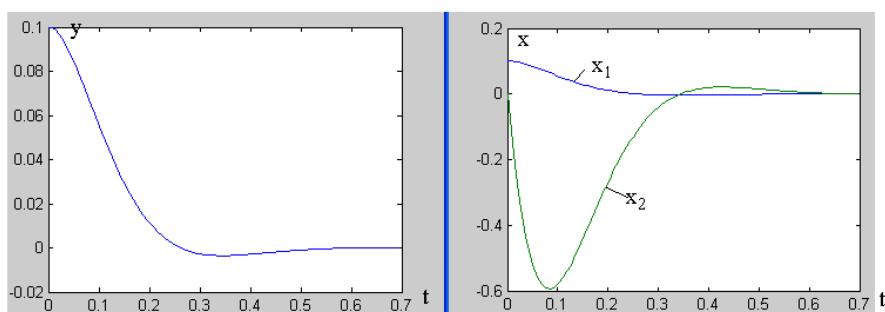
    0.1098    0.0057
    0.0057    0.0005

EV =

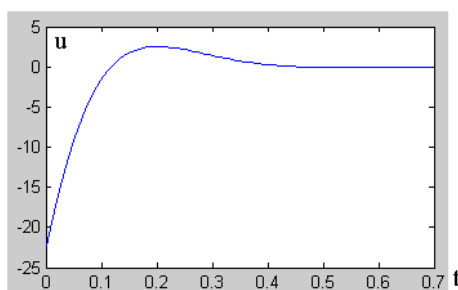
   -9.6581 + 9.0939i
   -9.6581 - 9.0939i

>> BIN=[0;0];
tmax=0.7;
t=0:0.05:0.7;
[y,x,t]=initial(A-B*K,BIN,C,D,X0,tmax);
u=-K*x';
plot(t,y),figure,plot(t,x(:,1:2)),figure,plot(t,u)
```

a)



b)



c)

Şəkil 3. Müvafiq Matlab proqramı (a), idarə olunan $y(t)$ kəmiyyətinin və $x_1(t)$, $x_2(t)$ vəziyyət koordinatlarının (b) və idarə signalının (c) dəyişmə qrafikləri.

tənliyinin s_i köklərini hesablayır. Göründüyü kimi, bütün köklər üçün $\text{Re}(s_i) < 0$ dayanıqlıq şərti ödənildiyindən sistem dayanıqlıdır. Qərarlaşma $t_r \approx 2$ s müddətinə baş vermişdir.

Qeyd edək ki, sistem dayanıqlıq şərtini ödəyən istənilən K matrisi üçün son $x(\infty)=0$ nöqtəsinə gətirilir. Lakin burada məsələ $J(K^*)$ kriterisinin minimum qiymətini təmin edən $x(t)$ traektoriyası üzrə hərəkəti təmin edən K^* matrisinin tapılmasından ibarətdir.

Sabit cərəyan mühərrikinin mövqeyinin idarə olunmasına baxaq. Obyektin modeli:

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\alpha \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ \nu \end{bmatrix} u,$$

$$y = (1, 0)x, \quad x_0 = (0.1, 0)^T.$$

$$\alpha = 4.6 \text{ s}^{-1}, \quad \nu = 0.787 \text{ rad}/(\text{V} \cdot \text{s}^2).$$

Müşahidə olunan çıxış y – mühərrikin valının dönmə bucağıdır.

$x = (x_1, x_2)^T$, x_1 – valın dönmə bucağı - $\theta(t)$, x_2 – valın bucaq sürəti - $\dot{\theta}(t)$. Həyəcanlı təsir sıfır olmayan başlanğıc $x_1(0) = \theta(0) = 0.1$ şərtidir. Yəni diferensial tənliyin x_1 koordinatı üzrə başlanğıc şərtinin dəyişməsidir. Sistemin vəzifəsi obyekti $x_0 = (x_{10}, 0)^T$ vəziyyətindən $x_f = (0, 0)^T$ vəziyyətinə elə gətirməkdir ki,

$$J = \int_0^\infty (qx_1^2 + ru^2) dt \rightarrow \min$$

ekstremal şərti ödənilsin. Fərz edək ki, məki əmsalları: $q=1$, $r = 0.00002 \text{ qad}^2/\text{v}^2$.

Məsələnin parametrləri:

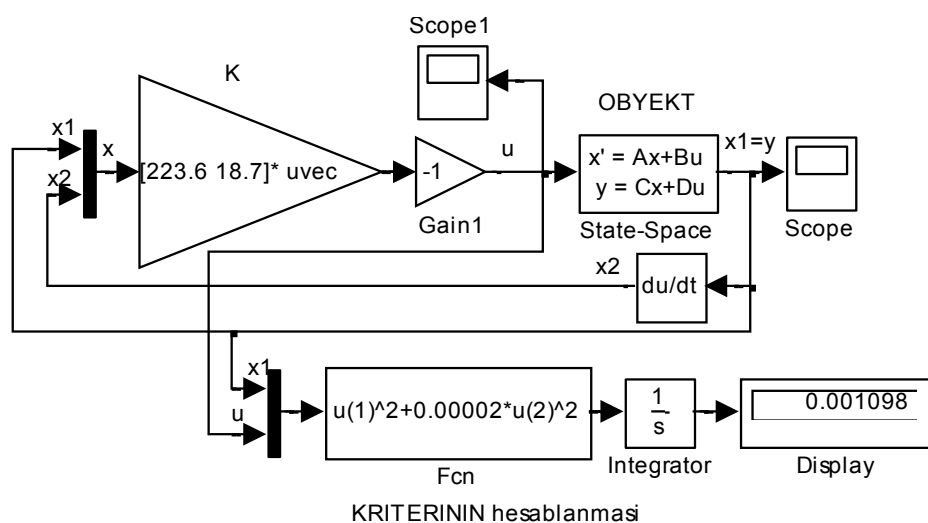
$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -4.6 \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.787 \end{bmatrix}; \quad J = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}; \quad D = 0; \quad Q = \text{diag}([1 \ 0]);$$

$$R = 0.00002;$$

Şəkil 3,a-c– də müvafiq Matlab proqramı (a), idarə olunan $y(t)$ kəmiyyətinin və $x_1(t)$, $x_2(t)$ vəziyyət koordinatlarının (b) və idarə signalının (c) dəyişmə qrafikləri göstərilmişdir.

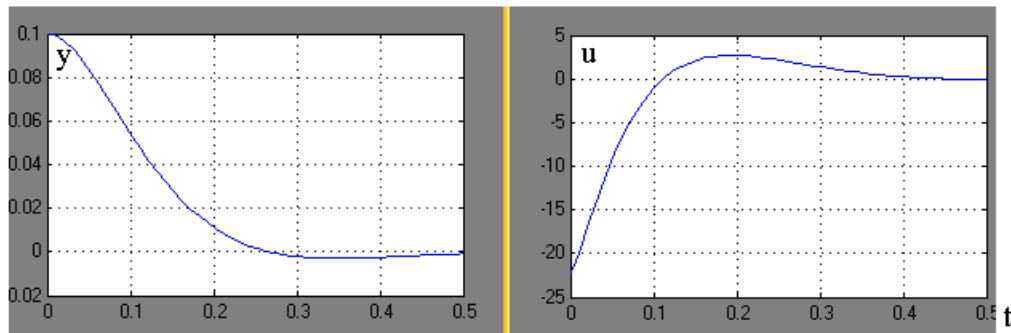
İndi alınmış optimal gücləndirmə $K^* = [223.6; 18.69]$ əmsalından istifadə edərək idarəetmə sistemini $x(0) = (0.1, 0)^T$ başlanğıc şərtində Simulink paketində modelləşdirərək.

Şəkil 4–də optimal idarəetmə sisteminin Simulink paketində modelləşdirmə sxemi göstərilmişdir.



Şəkil 4. Optimal idarəetmə sisteminin Simulink paketində modelləşdirmə sxemi

Displaydən göründüyü kimi $t \in [0, 0.5]$ intervalında meyarın qiyməti $J = 0.001098$ olmuşdur. Şəkil 5–də çıxış $y(t)$ (a) və idarə $u(t)$ signalının dəyişməsi göstərilmişdir.



Şəkil 5. Çıxış $y(t)$ (a) və idarə $u(t)$ signalının dəyişməsi qrafiki

Nəticə. Xətti–kvadratik tənzimləmə məsələsini həll etmək üçün sabit cərəyan mühərrikinin mövqeyinin idarə olunmasına baxılmışdır. Matlab proqramında idarə olunan $y(t)$ kəmiyyətinin, $x_1(t)$, $x_2(t)$ vəziyyət koordinatlarının və $u(t)$ idarə signalının dəyişmə qrafikləri alınmışdır. Alınmış optimal gücləndirmə əmsalından istifadə edərək optimal idarəetmə sisteminin Simulink paketində modelləşdirmə sxemi göstərilmiş və alınmış şəkildən göründüyü kimi qərarlaşma vaxtı $t_T \approx 5$ s. olmuşdur.

Ədəbiyyat

1. Вагущенко, Л.Л. Системы автоматического управления движением судна – 3-е изд перераб. и доп. /Л.Л. Вагущенко, Н.Н. Цимбал, -Одесса: Феникс, -2007. –328 с.
2. Дороф, Р. Современные системы управления. / Р. Дороф, Р.Бишоп, -М.: Лаборатория Базовых Знаний, -2004. -832 с.
3. Рустамов, Г.А. Синтез адаптивного управления с переменной структурой для организации точечного скользящего движения в условиях параметрической неопределенности// Изв. высш. уч. заведений. Электромеханика, -1990. №3, -с.52-57.
4. Fərhadov, V.Q. Bəzi texniki sistemlər üçün tənzimləyicinin sintezi və tədqiqi məsələləri / V.Q. Fərhadov, İ.P. Bayramova // Azərbaycan Dövlət Dəniz Akademiyasının Elmi Əsərləri, -Bakı: - 2019. №2, -s. 39-42.

Məqalə qəbul olunub: 13.03.2020
Təvsiyə edib: t.e.d., prof. A.M.Qafarov