

UOT 681.5.01

YÜKSƏK GÜCLƏNDİRMƏ ƏMSALINA MALİK İZLƏYİCİ ROBAST SİSTEMLƏRİN SİNTEZİ

Fərhadov V.Q., Bayramova İ.P., Babayeva A.Ə.

Azərbaycan Dövlət Dəniz Akademiyası
AZ1000, Bakı şəh., Z.Əliyeva küç., 18
E-mail: vahidf@mail.ru, genclik76@mail.ru

Xülasə. Məqalədə yüksək gücləndirmə əmsalına malik izləyici robast sistemlərin sintezi məsələsinə baxılmışdır. Təklif olunan metod izləyici robast sistemlərin sintezi üçün xarakterik olan mürəkkəb riyazi əməliyyatlardan azad edir, qeyri-xətti və qeyri-stasionar obyektləri əhəmiyyətli dərəcədə qeyri-müəyyənlik şəraitində sistem texnik cəhətdən sadə və aydın olan PD - (proporsional-diferensial) tənzimləyicisi vasitəsi ilə idarəetməyə imkan verir. Təklif edilmiş metodika Simulinkdə modelləşdirmə yolu ilə tədqiq edilmişdir.

Abstract. The article deals with the synthesis of robust tracking systems with high gain. The proposed method frees the tracer from the complex mathematical operations characteristic of the synthesis of robust systems, allows to control nonlinear and non-stationary objects under conditions of significant uncertainty by means of PD- (proportional-differential) regulator, which is technically simple and clear. The proposed methodology was studied by modeling in Simulink.

Аннотация. В статье рассмотрен вопрос синтеза следящих робастных систем с высоким коэффициентом усиления. Предложенный метод синтеза следящих робастных систем освобождает от сложных математических операций, позволяет управлять нелинейными и нестационарными объектами в условиях значительной неопределенности с помощью ПД- (пропорционально-дифференциального) регулятора, который технически прост и понятен. Предложенная методика исследована путем моделирования в Simulink.

Açar sözlər: robast sistem, sintez üsulları, Lyapunov funksiyası, tənzimləyici

Key words: robust system, synthesis methods, Lyapunov function, regulator

Ключевые слова: система - робаст, методы синтеза, функция Ляпунова, регулятор

Giriş. Robast sistemlərin adaptiv sistemlərdən əsas fərqi ondan ibarətdir ki, obyektin xassələrinin dəyişməsinə baxmayaraq, tənzimləyicinin parametrləri və strukturu dəyişdirilmir. Bununla belə, bəzi müəlliflər robast sistemləri passiv adaptiv sistemlərə aid edirlər [1].

Hal hazırda robast sistemlərin sintez üsulları kifayət qədər araşdırılmış və tədqiq edilmişdir. Məqalədə tənzimləyicinin gücləndirmə əmsalının artırılmasına əsaslanan sintez üsuluna baxılır.

Belə yanaşmanın əsas problemi ondan ibarətdir ki, gücləndirmə əmsalının artırılması sistemin dayanıqlığına əks təsir göstərir və onu pozur. Deməli, elə etmək lazımdır ki, gücləndirmə əmsalının artırılması dayanıqlığa xələl gətirməsin. Belə yanaşmalardan ən mükəmməli kimi Lyapunov funksiyası üsulu əsasında sintez olunan K_{∞} -robast idarəetmə sistemlərini göstərmək olar [2,5].

Məsələnin qoyuluşu. Bu halda, qeyri-müəyyən obyektin modeli yalnız strukturu və tərtibi məlun olan n -tərtibli differensial tənliklə verilir:

$$y^{(n)} = f(y, t) + b(y, t)u + v(t), \quad t \in [0, \infty], \quad (1)$$

Burada, $y = (y, \dot{y}, \dots, \ddot{y}^{(n-1)})^T = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T \in R^n$ – ölçülən və ya qiymətləndirilə bilən vəziyyət vektoru; $y \in R$ – idarə olunan çıxış; $u \in R$ – idarə təsiri; $f(y, t)$, $b(y, t) > 0$ – ümumi halda qeyri-xətti naməlum məhdud funksiyalar; $v(t)$ – nəzarət olunmayan məhdud xarici təsirdir.

Modelin əsas təşkilədiciləri $f(\cdot)$ və $b(\cdot)$ qeyri-müəyyənlik mənbəyi olub eyni zamanda məlum komponentlərə də malik ola bilərlər. Lakin istənilən halda $f(\cdot)$ və $b(\cdot)$ həyacanlandırıcı dinamik mənbə kimi qəbul olunur və kompensasiya edilir.

Məsələnin qoyuluşu ondan ibarətdir ki, elə idarə təsiri u tapmaq tələb olunur ki, keçid prosesi yekunlaşdıqdan sonra qeyri-müəyyən (1) obyektinin $y(t)$ çıxışı $y_d(t)$ etalon trayektoriyasını tələb olunan dəqiqlik ilə izləsin:

$$|y_d(t) - y(t)| \leq \delta_s, \quad t \geq t_s$$

Burada $\delta_s = (1-5)\%$ – buraxıla bilən qərarlaşma xətası; t_s – qərarlaşma xətasıdır.

Məsələnin həlli. İdarə u Lyapunov funksiyasının zamana görə törəməsinin sıfırdan kiçik olması şərtindən tapılır:

$$dV(e)/dt < 0. \quad (2)$$

Lyapunov funksiyası aşağıdakı şəkildə seçilir:

$$V = 1/2 s^2 \quad (3)$$

$$s = c_1 e + c_2 \dot{e} + \dots + e^{(n-1)} \quad (4)$$

(3) funksiyasının törəməsi:

$$dV/dt = \dot{V} = s\dot{s} \quad (5)$$

$$\dot{s} = c_1 \dot{e} + c_2 \ddot{e} + \dots + e^{(n)} \quad (6)$$

Dayanıqlığın zəruri (2) $\dot{V} < 0$, şərtini ödəyən idarə u -nu təyin etmək üçün $\dot{V}$ və u -nu əlaqələndirmək lazımdır. Bu məqsədlə (6)-da (1) obyektinin tənliyindən tapılan

$$e^{(n)} = y_d^{(n)} - y^{(n)} = y_d^{(n)} - f(y, t) - b(y, t)u.$$

yüksək tərtibli törəməni əvəz edək. Onda yazmaq olar:

$$\dot{s} = x(t) - b(y, t)u, \quad b > 0 \quad (7)$$

Burada

$$x(t) = \sum_{i=1}^{n-1} c_i e^{(i)} + y_d^{(n)} - f(y, t).$$

(7) ifadəsindən göründüyü kimi, $x(t) = 0$ halında (5) $dV(e)/dt = s\dot{s} < 0$ münasibətini ödəyən idarəni P - idarə qanunu şəklində seçmək olar:

$$u = u_s = k \cdot s(t). \quad (8)$$

$x(t)$ -in sistemin dinamikasına təsirini k gücləndirmə əmsalını artırmaqla azaltmaq olar. (8) ifadəsini (7)-də nəzərə alsaq, yazmaq olar:

$$s(t) = b^{-1}[x(t) - s(t)]/k$$

Gücləndirmə əmsalı k sonsuzluğa yaxınlaşdıqda,

$$\lim_{k \rightarrow \infty} s(t) = 0.$$

Deməli, sistem (4) hiperüstəvisinin tənliyi ilə yazılır:

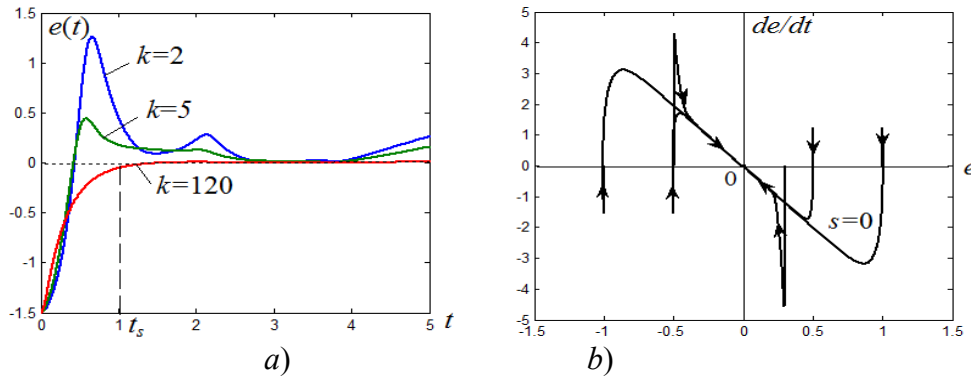
$$s = c_1 e + c_2 \dot{e} + \dots + e^{(n-1)} = 0, \quad s(0) = s_0.$$

Qapalı sistemin dayanıqlı olması üçün uyğun

$$H(p) = p^{n-1} + c_{n-1}p^{n-2} + \dots + c_1 \quad (9)$$

polinomu Hurvis polinomu olmalıdır, yəni c_i sazlama parametrləri elə seçilməlidir ki, bu polinomun köklərinin həqiqi hissələri $Re(p_i) < 0$ şərtini ödəməlidir.

Şəkil 1-də gücləndirmə əmsalı k -nin kifayət qədər böyük qiymətində xətanın dəyişməsi (a) və $k=120$ qiymətində sistemin faza portreti (b) göstərilmişdir.



Şəkil 1. Gücləndirmə əmsalı k -nin kifayət qədər böyük qiymətində xətanın dəyişməsi (a) və $k=120$ qiymətində sistemin faza portreti (b)

Göründüyü kimi, $k=120$ qiymətində artıq ifrat tənzimləmə və rəqslilik aradan qalxmışdır.

Sazlama parametrlərinin təyini. Faza k -nin kifayət qədər böyük qiymətində istənilən $s(0) = s_0$ başlanğıc vəziyyətdən ani bir zaman anında (cəld hərəkət) $s=0$ hiperüstəvisinin üzərinə yığılır. Sonra sistem bu hiperüstəvi ilə koordinat başlanğıcına hərəkət edir (yavaş hərəkət) (şəkil 1, b). Bu səbəbdən, sistemin hərəkətini istənilən başlanğıc şərtədən böyük dəqiqliklə $s=0$ hiperüstəvisinin tənliyi ilə yazmaq olar.

Tənzimləyicinin sazlanması. Sistemin keyfiyyət göstəriciləri (qərarlaşma vaxtı t_s , ifrat tənzimləmə $\sigma\%$ və s.) (8) robust tənzimləyicinin $c_i, i=1, \dots, n-1$ (hiperüstəvinin bucaq əmsalları) və k gücləndirmə əmsalından asılıdır.

c_i sazlama parametrlərini tapmaq üçün “modal idarəetmə” üsulundan istifadə etmək olar. Bu halda, arzu olunan xarakteristik polinom kimi Çebişev, Battervors və ya keyfiyyətin hər-hansı bir integral göstəricisinin minimumunu təmin edən polinomdan istifadə etmək olar.

Tələb olunur ki, $e(t)$ xətasına nəzərən keçid xarakteristikası ifrat tənzimləməyə malik deyil, yəni monotondur. Bu məqsədlə, qapalı (9) sisteminin p_i kökləri üçün binomial paylanma seçirik. Təkrarlanan köklər halında (9) ifadəsini aşağıdakı şəkildə yazmaq olar:

$$W_{SYS}(p) = H(p) = (p + p_1)^{n-1}.$$

p_1 kökünü tapmaq. Təkrarlanan köklər halında (4) $s=0$ tənliyinin həlli:

$$e(t) = (C_1 + C_2 t + C_3 t^2 + \dots + C_n t^{n-2}) e^{-p_1 t}.$$

İnteqrallama sabitlərini məlum başlanğıc şərti $e_s(0)$ üçün təyin edib həlli vektor şəklində aşağıdakı kimi yazmaq olar:

$$e(t) = C^T \theta e^{-p_1 t}, \quad C = Z^{-1} e_s(0), \quad (10)$$

Burada

$$\theta = \begin{pmatrix} 1 \\ t \\ t^2 \\ \dots \\ t^{(n-2)} \end{pmatrix}, \quad e_s(0) = \begin{pmatrix} e(0) \\ \dot{e}(0) \\ \ddot{e}(0) \\ \dots \\ e^{(n-2)}(0) \end{pmatrix} = y_{ds}(0) - y_s(0);$$

$Z(t)|_{t=t_0=0}$ $-(n-1) \times (n-1)$ ölçülü kvadratik matrisdir:

$$Z = \begin{bmatrix} z_1(t) & z_2(t) & \dots & z_{n-1}(t) \\ \dot{z}_1(t) & \dot{z}_2(t) & \dots & \dot{z}_{n-1}(t) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ z_1^{(n-2)}(t) & z_2^{(n-2)}(t) & \dots & z_{n-1}^{(n-2)}(t) \end{bmatrix}_{t=t_0=0}.$$

Fundamental həllər sistemi:

$$z_1 = e^{-p_1 t}, \quad z_2 = t e^{-p_1 t}, \quad z_3 = t^2 e^{-p_1 t}, \dots, z_{n-1} = t^{n-2} e^{-p_1 t}.$$

Tədqiqat məsələlərində obyektin n -ci başlanğıc şərti üçün $y^{(n-1)}(0)=0$ qəbul etmək olar.

Fərz edək ki, $\delta_s = \pm(2-5)\%$ - xəta üçün qərarlaşma vaxtı (*settling time*) $t = t_s$ verilmişdir. Onda (10) ifadəsinə əsasən, p_1 kökünü təyin etmək üçün aşağıdakı ifadəni alırıq:

$$e(t_s) = \pm \delta_s / 100 = C^T \cdot \theta|_{t=t_s} \cdot e^{-p_1 t_s}.$$

$e(0) > 0$ olarsa, onda $\delta_s > 0$ (yuxarıdan yaxınlaşma), əks halda $\delta_s < 0$.

Müvafiq transident tənlik:

$$f(p_1) = C^T \cdot \theta|_{t=t_s} e^{-p_1 t_s} \mp \delta_s / 100 = 0. \quad (11)$$

$n=2$ halında parametrlər $\theta=1$, $e_s(0) = e(0)$, $Z^{-1} = 1 \Rightarrow C^T = e(0)$. (11) tənliyi

$$f(p_1) = e(0) \exp(-p_1 t_s) \mp \delta_s / 100 = 0. \quad (12)$$

δ_s , t_s və $e_s(0)$ verilmiş qiymətlərində (11) tənliyini *solve('f(p1)=0')* Matlab funksiyasının köməyi ilə həll etmək olar. p_1 kökünü tapdıqdan sonra $c_i, i=1, \dots, k-1$, sazlama parametrlərini aşağıdakı polinomun əmsalları kimi tapırıq:

$$W_{SYS}(p) = (p + p_1)^{n-1} = p^{n-1} + a_{n-1} p^{n-2} + \dots + a_2 p + a_1. \quad (13)$$

Buradan

$$c_1 = a_1, c_2 = a_2, \dots, c_{n-1} = a_{n-1}. \quad (14)$$

(8) tənzimləyicini ötürmə funksiyası şəklində realizasiya etdikdə

$$W_C(p) \approx K \frac{(p + p_1)^{n-1}}{(T_d p + 1)^{n-1}} \quad (15)$$

$c_i, i=1, \dots, n-1$, parametrlərini hesablamamaq olar. T_d - kiçik kəmiyyətdir, $T_d=0.1-0.001$.

Gücləndirmə əmsalı k -nın təyini. Bu parametr real obyekt ilə əlaqədar olub ən çox təsir edən mənbəyə nəzərən sazlanır. Bu səbəbdən, k təcrübi yolla kompüterdə modelləşdirmə zamanı və ya real obyektə təyin olunur.

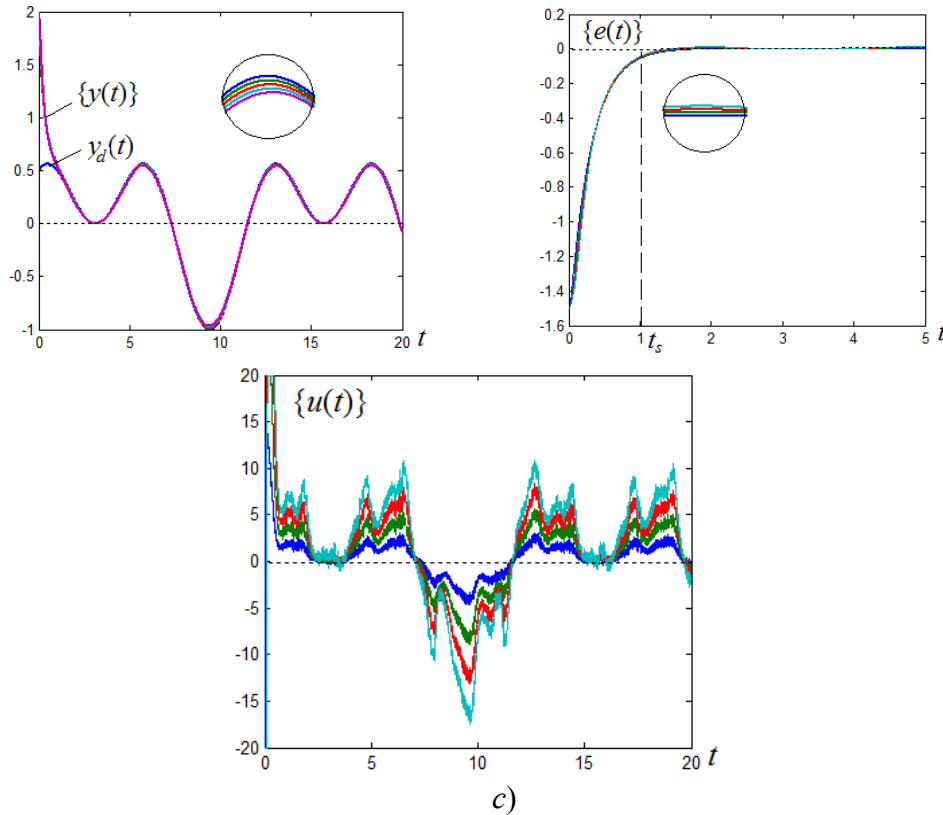
Bu mənbə məlumdursa, ən gərgin iş rejimi yaratmaq üçün onu reallaşdırmaq lazımdır. k -nı artıraraq $t = t_s$ nöqtəsində $e(t)$ xətasına nəzarət etmək lazımdır. Axtarılan k $e(t)$ traektoriyasının 2δ enində buraxıla bilən xəta zolağına daxil olma, yəni $e(t) \leq |\delta_s| / 100, t \geq t_s$ c şərtinin ödənilməsi anına uyğun gəlir.

k -nın müəyyən qiymətindən sonra sistemdə tələb olunan keyfiyyət göstəriciləri $\sigma\%$ и t_s bərqərar olur (bax, şəkil 3.9,b). Lakin k -nın qiymətini daha böyük götürmək enerjinin sərfi baxımından sərfəli deyil. Əgər enerji məhduddursa k -nı minimal səviyyədə saxlamaq üçün $e(t)$ xətasından asılı olaraq, ekstremal tənzimləyicidən istifadə etmək olar.

Modelləşdirmənin nəticələri. Parametrik qeyri-müəyyənlik halına baxaq. Fərz edək ki, $\dot{y}(t)$ -nin əmsalı a və yükün kütləsi m təqribən $\approx \pm 50\%$ dəyişir:

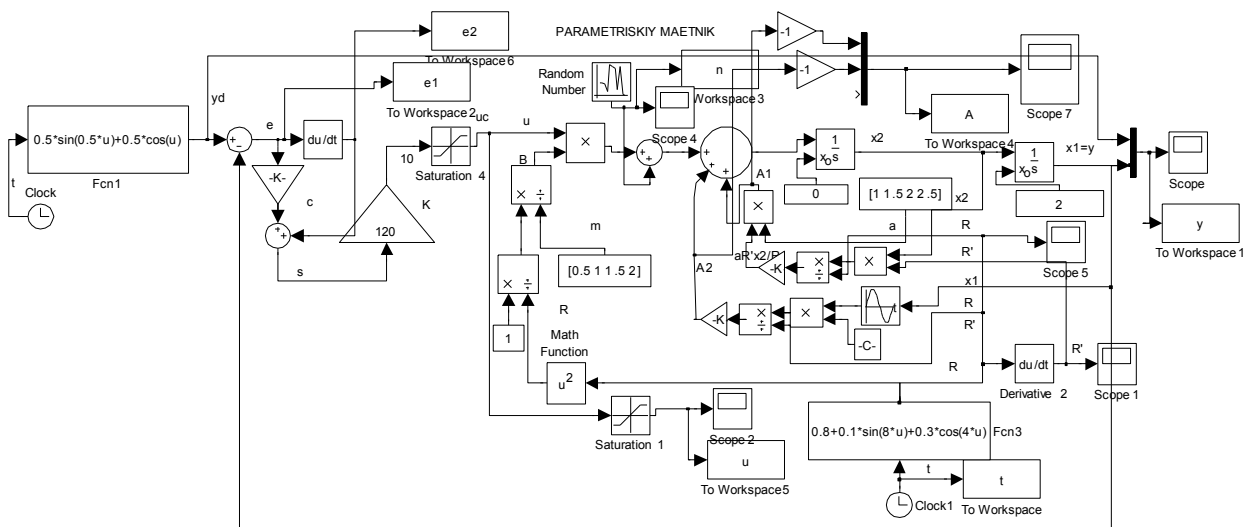
$$a = [1; 1.5; 2; 2.5]; m = [0.5; 1; 1.5; 2];$$

Şəkil 2-də $k=120$ və $y(0) = (2; 0)^T$ başlanğıc şərtində $\{y(t)\}$ keçid xarakteristikalarının toplusu, uyğun xəta $\{e(t)\}$ və idarə signalı $\{u(t)\}$ göstərilmişdir.



Şəkil 2. $k=120$ və $y(0) = (2; 0)^T$ başlanğıc şərtində $\{y(t)\}$ keçid xarakteristikalarının toplusu, uyğun xəta $\{e(t)\}$ və idarə signalı $\{u(t)\}$

$\{y(t)\}$ və $\{e(t)\}$ xarakteristikalar toplusunun sıxlığı kifayət qədər yüksəkdir. $t_s \approx 1 c$ sonra tənzim olunan kəmiyyət $\{y(t)\}$ etalon traektoriya $y_d(t)$ -ni yüksək dəqiqliklə izləməyə başlayır. Şəkil 3-də K_∞ - robas idarəetmə sisteminin Simulink sxemi göstərilmişdir.



Şəkil 3. K_∞ - robas idarəetmə sisteminin Simulink sxemi

Nəticə. Məqalədə yüksək gücləndirmə əmsalına malik olan izləyici robust sistemlərindən birinə baxılmışdır. Üsulun əsasını Lyapunov funksiyası üsulu təşkil edir. Təklif olunan metod izləyici robust sistemlərin sintezi üçün xarakterik olan mürəkkəb riyazi əməliyyatlardan azad olaraq qeyri-xətti və qeyri-stasionar obyektləri əhəmiyyətli dərəcədə qeyri-müəyyənlik şəraitində sistemə texnik cəhətdən sadə və aydın olan PD- (proporsional- diferensial) tənzimləyicisi vasitəsi ilə idarə etməyə imkan verir.

Matlab / Simulink paketində model məsələsinin həlli yüksək tətbiqi nəticələr alınacağına zəmanət verir.

Ədəbiyyat

1. Емельянов, С.В. Новые типы обратных связей / Емельянов С.В., Коровин С.К. Управление в условиях неопределенности. -М.: Наука, -1997. -352 с.
2. Филимонов, А.Б. Метод больших коэффициентов усиления и эффект локализации движения в задачах синтеза систем автоматического управления / А.Б. Филимонов, Н.Б. Филимонов // Мехатроника, автоматизация, управление. -2009. №2 (95). -с.2-10
3. Филимонов А.Б. Робастная коррекция в системах управления с большим коэффициентом усиления / А.Б. Филимонов, Н.Б. Филимонов // Мехатроника, автоматизация, управление. -2014, №12, -с.3-10.
4. Мамедов Г.А., Рустамов Г.А., Фархадов В.Г. Логическое управление динамическими объектами на основе функции Ляпунова // Труды Международной конференции «Научно-технический прогресс и современная авиация», посвященной 75-летию академика А.М.Пашаева. т.2, -Баку: -2009, -с.31-33.
5. Рустамов, Г.А. Research of K_{∞} -Robust Systems with Constrained Control. Theoretical And Applied Scientific And Technical Journal. Мехатроника, автоматизация, управление, Том 19, / Г.А. Рустамов, В. Г. Фархадов. -№11. -2018.

Мəqalə qəbul olunub: 30.03.2021
Təvsiyə ediblər: t.e.d., prof. A.M. Qafarov