

Tənliklə məsələ həllinə dair**Mübariz Əsədov**

ADPU-nun dosenti

E-mail: mubariz.esedov.66@mail.ru**Rəyçilər:** ped.ü.e.d., prof. A. Adıgözəlov,
prof. Ə. Məmmədov**Açar sözlər:** məsələ, tənlik, cədvəl, həll üsulları, modelləşdirmə**Ключевые слова:** задача, уравнение, таблица, способы решения, моделирование**Key words:** Issue, equation, table, methods of solving, modeling

Mətnli məsələlərin həlli prosesində məsələdə verilən situasiyanın şagirdlər tərəfindən mənimsənilməsi üçün müxtəlif modellərdən istifadə olunur. Modelin strukturundan asılı olmayaraq modelləşdirmənin nəticəsi mücərrədləşdirmə metodundan asılıdır. Orta məktəb kursunda həll olunan məsələlərin strukturuna uyğun təklif olunan modellər içərisində tənlik xüsusi yer tutur. Qraf, cədvəl, qrafik, tam hissə modeli və s. kimi modelləşdirmələrdən fərqli olaraq tənlik (dəyişən) vasitəsilə modelləşdirmə bəzi məsələlərin həllində asanlıqla tətbiq olunur. Mətnli məsələlərdə verilən situasiyanın modelləşdirilməsi, riyazi dilə çevrilməsi əsasən $m \cdot n = k$ münasibəti vasitəsi ilə reallaşdırılır. Hərəkəti xarakterizə edən kəmiyyətlər (s , v , t), əmtənin dəyəri (qiymət, kəmiyyət, dəyər), görülən iş və işə sərf olunan zaman, ödənilən məbləğ, görülən birgə iş, əmək haqqı və s. bu və ya digər formada qeyd olunan asılılıqlardan ibarətdir. Sadə məsələlərin həllində tam hissə modeli kimi qəbul edilən modelin tənliklə (dəyişənlə) əvəz edilməsi məsələnin həlli prosesini asanlaşdırır. Lakin bəzi mürəkkəb məsələlərin həllində tənlikdən istifadəyə birbaşa keçmək olmur. Məsələdə verilən situasiyanın modelləşdirilməsi üçün mürəkkəb məsələnin bir neçə “alt məsələyə” ayrılması məqsədmüvafiqdir. Tənliyin qurulması üçün əlavə modellərdən istifadə məsələdə verilən vəziyyətin reallaşmasına imkan yaradır. Qeyd olunan hallara aid bəzi məsələlərin metodik şərhini nəzərdən keçirək.

Məsələ 1. Aralarındakı məsafə 750 km olan M və N məntəqələrindən qarşı-qarşıya yük və minik avtomobilləri yola düşdü və 5 saatdan sonra görüşdülər. Minik avtomobilinin sürəti yük avtomobilinin sürətindən 30 km/saat çox olduğu məlum olarsa, hər bir avtomobilin sürətini tapın.

Bu məsələni hesab üsulu ilə həll etmək olar və bunun həlli prosesində aparılan mühakimə şagirdlər üçün çətin deyil. Belə ki, 5 saat ərzində iki maşının birgə getdiyi yol məlum olduğundan, onların bir saata getdiyi yolu tapmaq olar. Avtomobillərin sürətlər fərqi saatda 30 km olduğundan cəminə və fərqi görə məchul kəmiyyətin tapılması qaydasına əsasən hər bir avtomobilin sürətini asanlıqla tapmaq olar. Orta məktəbin riyaziyyat kursunun strukturu və təlim prosesində qarşıya qoyulan əsas məqsədlərdən biri şagirdlərin məntiqi təfəkkürlərinin inkişaf etdirilməsi ilə yanaşı onlarda yaradıcı və inkişafetdirici qabiliyyətlərin formalaşdırılmasından ibarətdir. Bu baxımdan bəzi məsələlərin daha asan üsulla həll edilməməsi bəzi məqsədlərin reallaşdırılması kimi qiymətləndirilə bilər.

Baxdığımız məsələdə avtomobillərin sürətlərinin sabit (bərabərsürətli) olması və görüşənə qədər sərf etdikləri vaxtın 5 saat olması açıq şəkildə verilib. Gedilən yol, sürət və zaman arasındakı asılılıq $m \cdot n = k$ münasibəti ilə müəyyən edilir. Yük maşınının sürətini x (km/saat)

ilə işarə etsək, minik avtomobilinin sürəti şərtə əsasən $x+30$ (km/saat) olacaq. Kəmiyyətlərin arasındakı asılılıqlar və avtomobillərin hərəkəti aşkar şəkildə verildiyindən qeyd olunan situasiyaları cədvəl şəklində ifadə edək.

Cədvəl 1.

Kəmiyyətlər	Yük avtomobili	Minik avtomobili
Sürət	x	$x+30$
Vaxt	5	5
Məsafə (yol)	$5x$	$5 \cdot (x+30)$

M və N məntəqələri arasındakı məsafə 750 km olduğundan, məsələnin həlli modeli (tənliklə) aşağıdakı kimi olacaqdır:

$$5x + 5 \cdot (x+30) = 750$$

Cədvəldə bütün situasiyalar əks olunduğundan məsələnin həlli mərhələləri şagirdlər tərəfindən asan mənimsəniləcək. Məsələnin məzmunundakı asılılığı başqa şəkildə reallaşdıraraq tənliyi müxtəlif formada yazmaq olar.

Fərz edək ki, yük avtomobilinin görüşənə qədər getdiyi yol x (km)-dir. Onda məsələnin həllinin axtarılması modeli fərqli olacaq.

Cədvəl 2.

Kəmiyyətlər	Yük avtomobili	Minik avtomobili
Gedilən yol	x	$750-x$
Vaxt	5	5
Sürət	$\frac{x}{5}$	$\frac{x}{5} + 30$

Bu hal üçün tənlik aşağıdakı kimi olacaq:

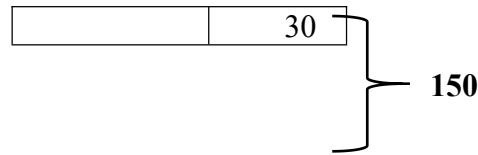
$$5 \cdot \left(\frac{x}{5} + 30\right) = 750 - x$$

Cədvəl 2-də məsələdə təsvir olunan situasiya cədvəl 1-ə nisbətən sanki «aşkar olmayan» şəkildə verilib.

Bu məsələnin 3-cü fərqli modelini də qurmaq olar. Yük və minik avtomobillərinin 5 saata getdikləri yol 750 km-dir. Onda onların 1 saata getdikləri yol, yəni ikisinin birlikdə orta sürəti $750 : 5 = 150$ km/saat olacaq. Avtomobillərin sürətləri arasındakı fərqi və mövcud situasiyanı nəzərə alsaq «tam-hissə» modelinə uyğun təsvir qura bilərik. Belə ki, bu məsələnin yuxarıda qeyd olunan situasiyaya müvafiq cədvəllərdən əlavə aşağıdakı kimi də modelləşdirərək tənlik qurmaq olar.

Avtomobillər 5 saatdan sonra görüşüblərsə, onda onların 1 saatda getdikləri yol 150 km-dir. Avtomobillərin sürətlər fərqi 30 km/saat olduğundan məsələdə axtarılan suala cavab tapmaq üçün modeli aşağıdakı kimi reallaşdırmaq olar.





Modeli düzbucaqlı formasından əlavə parçalarla, fərqli diaqramlarla vermək olar. Adətən, təklif olunan model sadə və məsələdə verilən əsas situasiyanı əhatə etməlidir. Modelin forması bu hallar nəzərə alınmaqla digər hallar üçün fərqli əhəmiyyət kəsb etmir. Sonuncu modelə, əsasən, tənlik aşağıdakı şəkildə olacaq:

$$x + x + 30 = 150$$

Məsələnin həlli üçün tənliyin tərtib edilməsi üsullarının seçilməsində şagirdlərin müstəqilliyinin təmin olunmasına şərait yaratmaq lazımdır. Çalışmaq lazımdır ki, tənlik qurmaqla məsələ təlimində modelin qurulmasında şagirdlərin təklif etdiyi üsul və modellər onların iştirakı ilə təhlil olunsun.

Hansı modelin istifadə olunması seçimi müstəqil olmalıdır? Əslində tənliyin riyazi ifadəsinin özü müəyyən bir modeldir. Bu modelin ilkin mərhələsinin hansı şəkildə aparılmasından asılı olmayaraq nəticə situasiyaları tam əhatə etməlidir.

Deməli, eyni məsələni həll etmək üçün müxtəlif modellərin tətbiq edilməsi ilə bağlı fərqli tənliklərin qurulması şagirdlərdə məntiqi və fəza təsəvvürlərini inkişaf etdirir.

Hər iki yanaşmanı müqayisə edərək aşağıdakı nəticəyə gəlmək olar:

— tənlik qurmaqla məsələ təlimində model həll prosesini asanlaşdırır və şagirdlərin fəallığını təmin edir;

— reproduktiv təlim prosesində həmişə əyani modeldən istifadəyə ehtiyac yoxdur;

— modelə təkəkkürdə canlandırmadan riyazi dil (yazılış) doğru əhatə oluna bilməz;

— məsələnin tənlik qurmaqla həlli təliminin ilkin mərhələsində imkan daxilində müxtəlif modellərdən istifadəyə üstünlük verilməlidir.

Qeyd olunan halların hər biri məsələlərin struktur və məzmunundan asılıdır. Orta məktəbin riyaziyyat kursunda elə məsələlər var ki, tənlik qurma prosesində mürəkkəb modeldən və ya modellərdən istifadə olunur.

Elə məsələlər var ki, onların həlli prosesində modelin tənlik vasitəsilə verilməsi səmərəli deyil. İstənilən məsələnin həllində məntiqə və deduktiv mühakiməyə əsaslanan mülahizənin verilməsi həmişə doğrudur. Bu baxımdan şagirdlərdə məntiq və mühakimə seçimi tədricən formalaşdırılmalıdır. Orta məktəbin ənənəvi VI siniflər üçün “Riyaziyyat” dərslərində verilən bir məsələni nəzərdən keçirək:

Məsələ 3. Tənbəllə şeytan körpünün yanında rastlaşırlar. Tənbəl kasıblığından şikayət edir. Şeytan ona təklif edir ki, sən körpünü bir dəfə keçib qayıtsan, cibindəki pulu iki dəfə artıraram, ancaq bir şərtlə ki, hər dəfə qayıtdıqda mənə 24 manat verməlisən. Tənbəl üç dəfə gedib-qayıtdıqdan və şeytanın pulunu verdikdən sonra görür ki, cibində pul qalmayıb. Tənbəlin əvvəlcə nə qədər pulu vardı? [1, 261].

Qeyd olunan dərslərdə bu məsələnin həlli aşağıdakı kimi verilib:

Cəbri üsul.

Fərz edək ki, tənbəlin cibindəki pul x manatdır.

1. Körpünü bir dəfə keçib qayıtdıqdan və şeytanın pulunu verdikdən sonra onun qalan pulu $2x-24$ manat olacaq.

2. Körpünü ikinci dəfə keçib qayıtdıqdan və şeytanın pulunu verdikdən sonra onun qalan pulu $2 \cdot (2x-24) - 24 = 4x - 72$ manat olacaq.

3. Körpünü üçüncü dəfə keçib qayıtdıqdan və şeytanın pulunu verdikdən sonra onun qalan pulu $2 \cdot (4x-72) - 24$ manat olacaq. Sonuncu dəfə tənbəlin pulu olmadığı üçün $2 \cdot (4x-72) - 24 = 0$ olar. Bu tənliyi həll etsək $x=21$ olar. Bu isə tənbəlin pulunun 21 manat olması deməkdir.

Bu məsələdə verilən situasiya və onlar arasındakı asılılıqlar dəyişənlə modelləşdirilib. Prosesdə istifadə olunan hesab əməllərinin komponentləri və nəticələri arasındakı asılılıqdan aşkar şəkildə istifadə olunmayıb.

II üsul: (Hesab üsulu)

1. Tənbəl körpünü 3-cü dəfə keçib qayıtdıqdan və şeytanın pulunu verdikdən sonra onun pulu qalmamışdır. Şeytana 24 manat verdiyi üçün məsələnin şərtinə görə tənbəl üçüncü dəfə qayıdanda onun pulu $24:2=12$ (manat) olub.

2. Tənbəl 2-ci dəfə körpüdən qayıdanda onun artırılmış pulunun miqdarı $12+24=36$ (manat). Bu isə onun 2-ci dəfə körpünü keçəndə pulunun $36:2=18$ (manat) olması deməkdir.

3. Tənbəl 1-ci dəfə körpüdən qayıdanda onun artırılmış pulunun miqdarı $18+24=42$ (manat) olmuşdur. Bu isə onun ilk dəfə körpünü keçəndə pulunun $42:2=21$ (manat) olması deməkdir.

Məntiq və mühakiməyə əsaslanan II üsul vaxt və yanaşma baxımından daha səmərəlidir. Deməli, məsələnin tənliklə həll olunmasında modelin qurulması ikinci üsula nisbətən mürəkkəbdir. Məsələ həllində tətbiq olunan təlim metodları və təfəkkür əməliyyatları ilə yanaşı təfəkkürün xüsusiyyətləri də mühüm rol oynayır. Pedaqoji baxımdan təfəkkürün xüsusiyyətlərinin təhlili onu göstərir ki, təfəkkürə məxsus bütün obyektlər kompleks şəkildə bir-biri ilə əlaqədardır. Sonuncu məsələnin mühakimə üsulu ilə həlli “dolayısı” yolla təfəkkürdə modelləşdirilir və bu digər üsullara nisbətən sadədir. Şagirdlərdə bu tip məsələlərin məzmunu ilə əlaqədar təfəkkürdə modelləşdirmə prosesini həyata keçirmək üçün hazırlıq mərhələləri nəzərdə tutulmalıdır.

Məsələnin mətninin təhlili, həll üsulunun seçilməsi və həll planının tərtibi, nəzərdə tutulan planın reallaşdırılması, tapılan həllin təhlili və nəticənin uyğunluğu mərhələləri tənlik qurmaqla məsələ təlimində əsas obyekt kimi nəzərdə saxlanılmalıdır. Məsələ həlli prosesində qeyd olunan mərhələlərin bəziləri nəzərə alınmaya bilər. Bu, şagirdlərin hazırlıq səviyyəsindən və məsələnin məzmunundan asılıdır. Tənlik qurmaqla məsələ həllinin öyrədilməsinə qədər şagirdlərdə hesab məsələləri və onun həlli mərhələləri haqqında kifayət qədər məlumat olur. Mətnli məsələnin cəbri üsulla həllində müəllimin əsas fəaliyyəti şagirdlərə məsələnin təfəkkürün «obyekti» kimi olmasını formalaşdırmaqdır. Məsələnin qısa yazılışı və məzmunu müvafiq sxemlərin qurulması vərdişlərinin formalaşması tənlik qurmaqla məsələ təlimində ilkin mərhələ kimi qəbul edilə bilər.

Məqalənin aktuallığı. Məsələ həlli prosesində yuxarıda qeyd etdiyimiz məsələ mətninin təhlili, həll üsulunun seçilməsi və həll planının tərtibi, nəzərdə tutulan planın reallaşdırılması, tapılan həllin təhlili və nəticənin uyğunluğu mərhələləri mərhələlərindən bir qismi unudula bilər. Məhz tənlik qurmaqla məsələ həllinin öyrədilməsinə qədər bu kimi problemləri aradan qaldırmaq mümkündür. Bu baxımdan məqaləni aktual hesab etmək olar.

Məqalənin elmi yeniliyi. Məqalədə mətnli məsələlərin həllində tənlik qurmaqla istifadə olunan həll üsulları araşdırılmış və onların metodik təhlili nəzərdən keçirilmişdir.

Məqalənin praktik əhəmiyyəti və tətbiqi. Məsələlərin həlli üçün təklif olunan həll üsulları şagirdlərin riyazi və məntiqi təfəkkürlərinin inkişafına səbəb olduğu üçün ondan orta məktəbin riyaziyyat kursunda istifadə məqsədəuyğundur.

Ədəbiyyat

1. Mərdanov M. C. və b. Riyaziyyat: VI sinif üçün dərslik. Bakı, 2009.
2. İsmayılova S. və b. Riyaziyyat: VI sinif üçün dərslik. Bakı, 2013.
3. Колягин Ю. М. и др. Методика преподавания математики в средней школе. М.: Просвещение, 1975.
4. Фридман Л.М., Турецкий Е.Н. Как научиться решать задачи. М.: Просвещение, 1989.

M. Asadov

О решение задач с уравнением

Резюме

В решении задач с уравнением пользуется с разными моделями. В данной статье обсуждено решения задачи с уравнениям из курса математики средней школе.

M. Asadov

About equation solution

Summary

Different models are used to solve the problem in equation. This article analyzes the equation problem solving in the secondary school math course.

Redaksiyaya daxil olub: 22.02.2018