Məktəbdə həndəsi və cəbri materialların qarşılıqlı əlaqəli təlimi

Azadxan Adıgözəlov
ADPU-nun professoru
Allahverdi Cəfərov
ADPU-nun dosenti

Rəyçilər: ped.ü.f.d., dos. N. Nəsirov,
ped.ü.f.d., dos. T. Əliyeva

Açar sözlər: həndəsə və cəbr, material, inikas, funksiya vektor, koordinat, inteqral, həcm
Ключевые слова: гемотрические и алгебраические, материалы, отображение функция, вектор, координата, интеграл, объем
Key words: geometry and algebra, material, reflection, function, vector, coordinate, inteqral, volume

Riyaziyyatın tədrisi metodikasının təkmişlləşdirilməsi istiqamətlərindən biri rityaziyyat kursunun fəndaxili əlaqələrinin (həndəsə və cəbr materiallarının) həyata keşirilməsidir. Fəndaxili əlaqələr müxtəlif istiqamətlərdı reallaşdırıla bilər. Məsələn, eyni bir anlayışın reallaşdırılan formalaşması onların daha dərindən və şüurlu mənimsənilməsinə kömək edir, şagirdlərin biliklərində özünü göstərən formalizmin aradan qaldırılmasına əlverişli şərait yaradır. Bu fənndə formalaşmış metodların və iş priyomlarının digər fənnin nəzəri və praktik məsələlərinin həllinə tətbiqi şagirdlərin diqqətinin buna yönəldilməsi və onların qarşısında bəzi universal metodların və priyomların açılması əhəmiyyətlidir. Belə köçürməni şagirdlərinin özlərinin yerinə yetirə bilməsi bacarığı onların riyazi inkişafının göstəricisi hesab edilir. Bundan başqa, riyaziyyatın bölmələri arasında qarşılıqlı əlaqələrin yerinə yetirilməsi bəzi məsələlərin lazımsız təkrarından qaçmağa kömək edər ki, bu da tədris materialının öyrənilməsinə sərf olunan vaxta qənaət etməyə imkan verər.

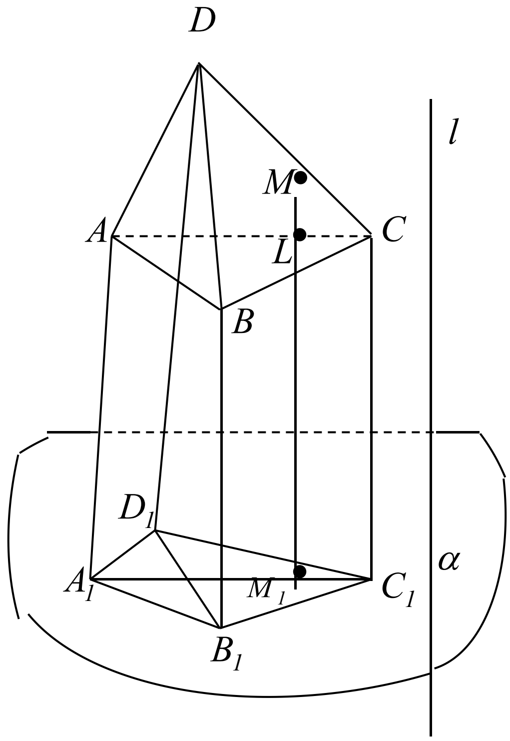
Riyaziyyat kursunun məzmunu onun bölmələrinin materialları arasında qarşılıqlı əlaqənin həyata keşirilməsində xidmət edən bəzi məsələləri aşkar etməyə imkan verir. Həmin məsələlər Cədvəl 1-də göstərilmişdir.

HƏNDƏSİ MATERİAL	CƏBRİ MATERİAL
Fiqurun fiqura inikası	Ədədi funksiyalar
Vektorun üç komplanar olmayan vektorlara ayrılması	Vektorun koordinatları
Harmonik rəqslərin qrafikləri	Çevrilmələrin koordinat düsturları
Piramidanın həcmi. Əyrixətli trapesiyanın fırlanmasından alınan fiqurların həcmi. Konusun, kürənin həcmi	İnteqral
Düz xətt və müstəvilərin qarşılıqlı vəziyyətləri	Xətti tənliklər sistemi

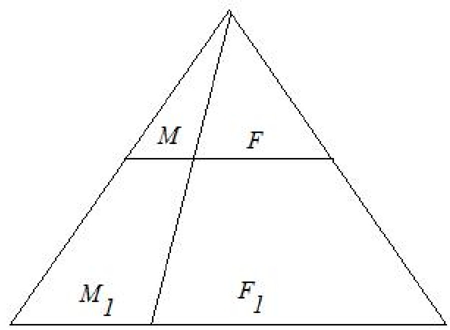
Cədvəl 1-də göstərilən birinci istiqamət üzərində dayanaq.

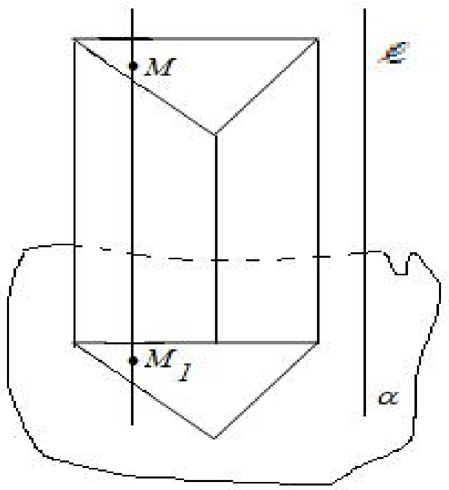
Funksiya anlayışı. Doqquzillik məktəb kursunda formalaşan və sonrakı inkişafını cəbr və analizin başlanğıcı kursunda tapan əsas anlayışlardan biri funksiya anlayışıdır. Xatırladaq ki doqquzillik məktəbdə funksiyaya bir çoxluğun hər bir elementinə digər çoxluğun birdən artıq olmayan elementi uyğun gələn iki çoxluğun elementləri arasındakı münasibət kimi tərtif verilir. Bu zaman həmin çoxluqların elementlərinə heç bir tələb qoyulmur. İfadə olunan tərif müxtəlif misallarla, o cümlədən, fiqurun fiqura inikası kimi nümayiş etdrilir. Şəkil 1.

a)



b)





c)

Funksiya tərifinin belə daxil edilməsi nəticəsində 7-ci sinif şagirdlərinin böyük əksəriyyəti funksiyaya aid müxtəlif misallar, o cümlədən, həndəsəyə aid misallar göstərməyi bacarırlar. Sonralar cəbr materiallarının öyrənilməsi prosesində şagirdlərin diqqəti əsasən ədədi funksiyaların öyrənilməsinə yönəldilir. 7-8-siniflərdə şagirdlər düz və tərs mütənasiblik, kvadratik, üstlü və loqarifmik funksiyalarla tanış olurlar. Lakin 9-cu sinifdə ədədi funksiyaların öyrənilməsi zamanı ümumi funksiya anlayışının varlığını unuda bilərlər. 9-ci sinifin riyaziyyat dərslərində təbiidir ki, şagirdlərin diqqəti yenidən ədədi funksiyalara yönəldilmədir: ədədi funksiyanın tərifi təkrar edilir, ədədi funksiyaya aid nümunələr nəzərdən keçirililir, onların təyin oblastı və qiymətlər oblastının tapılmasına aid məsələlər həll edilir. Şagirdlər bu məsələlərin öhdəsindən gəlirlər. Lakin bir sıra şagirdlər ədədi olmayan funksiyalara aid misal göstərə bilmirlər. Bu da “funksiya”, “ədədi funksiyalar” anlayışlarına kifayət qədər tam yiyələnmədiklərini, ədədi funksiyaların növ əlamətlərini ayırmağı bacarmadığını sübut edir.

Göründüyü kimi, 9-cu sinifdə “ədədi funksiyalar” anlayışını daxil etdikdə müəllimin işi iki istiqamətdə aparılmalıdır. Birincisi, o, 7-ci sinifdə iki çoxluğun elementləri arasında xüsusi növ münasibət kimi 7-ci sinifə daxil edilən funksiyanın tərifini şagirdlərin xatırladıqlarına inam olmalıdır, müxtəlif növ münasibətlərdən funksiya olanını seçməyi bacarmalıdır; bundan başqa, funksiya olan münasibətlərə aid müstəqil misallar göstərə bilməlidir.

Belə iş prosesində 9-cu sinifdə həndəsə materialları ilə təbii əlaqə yaradılır. Bununla yanaşı, "ədədi funksiyalar" mövzusunun öyrənilməsi də "fiqurun fiqura inikası" anlayışı , yəni funksiya anlayışının inkişafı ilə bilavasitə əlaqəli faktik məsələlərlə eyni zamanda nəzıədən keçirilir. Bu zaman həndəsi materilların təlimində şagirdlərin diqqətini ona yönəltmək lazımdır ki, şəkil 1b və 1c inikasları funksiyadır; hansı çoxluqlar bu funksiyaların təyin oblastı, qiymətlər oblastı olduğunu müəyyən edir; bu inikaslar dönəndirmi. Məsələn, "Fiqurların inikası" mövzusunu öyrənərkən, şagirdlər üçün qeyd etmək əhəmiyyətlidir ki, burada nəzərdən keçirilən ABCD tetraedrinin verilmiş ℓ istiqamətində α müstəvisi üzərində proyeksiyalanması funksiyadır (şəkil 1, c). Belə ki, birinci çoxluğun hər bir elementinə (ABCD tetraedrinin hər bir nöqtəsinə) ikinci çoxluğun (α müstəvisinin nöqtələri çoxluğunun) birdən artıq olmayan elementi uyğundur. Bu funksiyanın təyin oblastı ABCD tetraedrinin nötələri çoxluğu, qiymətlər oblastı isə -A, B, C, D dördbucaqlısının nöqtələri çoxluğudur. Həmin funksiya dönən deyildir. Belə ki, tərs münasibət funksiya deyildir. Məsələn, M_1 nöqtəsinə birdən artıq element (M və L nöqtələri) uyğundur.

Həndəsə "vektorların çıxılması" əməlini nəzərdən keçirdikdə "əks vektor" anlayışı daxil edilir. Bu məsələlərin öyrənilməsinin də "funksiya" anlayışı üzərində işə birbaşa aidiyyatı vardır. Vektorun tərifini (istiqamətlənmiş parça kimi) xatırladaraq şagirdlərin diqqətini bir daha ona yönəltmək lazımdır ki, fəzanın hər bir M nöqtəsinə bu fəzanın yeganə M_1 nöqtəsi uyğun qoyulur. Yəni, faktiki olaraq vektor müəyyən funksiyanı təyin edir. Həm də bu funksiya dönəndir. Belə ki, tərs uyğunluq da funksiyadır. Bu halda tərs funksiya əks vektor adlanır.

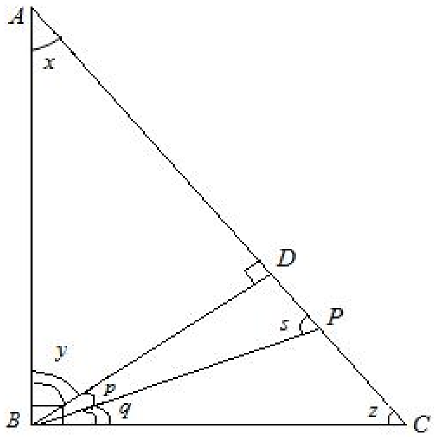
Sadə və əyani həndəsi misallar ehtiyatı, həmçinin, şagirdlər tərəfindən şüurlu şəkildə "funksional dilin" tətbiqi cəbrin mühüm məsələlərinin daha dərindən mənimsənilməsinə kömək edir. Məsələn, "vektor funksiyadır, həm də tərsi olan olan funksiyadır" faktını şagirdlərin bilməsindən müəllim qarşılıqlı tərs funksiyaların xassələrinin izahında istifadə edə bilər. Tərs funksiyanın törəməsinin tapılması üçün düstur çıxardıqda iki qarşılıqlı tərs (f v g) funksiyanın kompozisiyasının xassəsi, yəni $f(g(x)) = x$ nəzərdən keçirilir. Bu xassə əyani şəkildə şagirdlərə yaxşı məlum olan həndəsi $\bar{a} + (-\bar{a}) = 0$ misal nümayiş etdirilir. Yəni vektor ilə ona əks vektorun cəmi eyni çevrilmə verir.

Beləliklə həndəsi materialları ilə əlaqəli cəbrdən ən sadə məsələlərin nəzərdən keçirilməsi şagirdlərə mühüm cəbr anlayışları ("funksiya", "dönən funksiya" və s.) xatırlamağa imkan verir, həmçinin, yeni nəzəri materialın izah olunmasına kömək edir.

Həndəsi və cəbri materiallar çox vaxt bir-birindən ayrılmaz şəkildə nəzərdən keçirilir. Hətta həndəsədə bucaqların, sahələrin, qövslərin hərflərlə işarə edilməsi çox vaxt həndəsi isbatları daha sadə uyğun cəbri əməllərin yerinə yetirilməsinə gətirir.

Məsələn, Şəkil 2-də $\angle ABC = \angle ADB = 90^0$ və $AB = AP$ -dir. BP parçasının $\angle CBD$-ni yarıya böldüyünü isbat edin.

.



Şəkil 2

Nəzərdən keçirilən bucaqlar üçün işarələmələr apardıqdan sonra aşağıdakı bərabərlikləri alırıq:

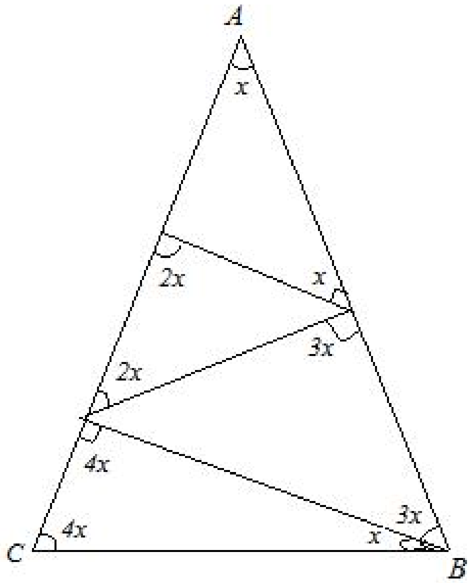
$$\begin{cases} q + z = s, \\ p + y = s, \\ x + z = 90^0, \\ x + y = 90^0. \end{cases}$$

Çevirmə apararaq

$$y = z \text{ və } p = q$$

olduğunu alırıq.

Şəkil 3-də $AB = AC,\ AP = PQ = QR = BR = BC$ -dir. Üçbucağın təpə bucağını tapın.



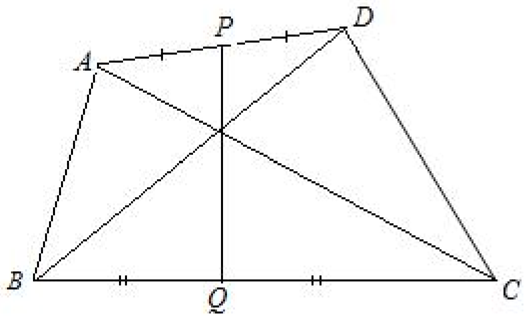
Şəkil 3.

Bucaqların qiymətinin müxtəlif işarələmələrindən qaçaraq onları $x, 2x, 3x$ və $4x$ ilə işarə etmək zəruridir. Belə olduqda $4x+4x+x=180^0$ bərabərliyindən $x=20^0$ alırıq. Bu qayda ilə üçbucağın təpə bucağının 20^0 qiymətini tapırıq.

Cəbri yanaşma çox vaxt müəyyən həndəsə məsələlərinin həllini asanlaşdırır. Məsələn, Şəkil 4-də nümayiş etdirilən məsələdə

$$4PQ^2 = AB^2 + BD^2 + CD^2 + AC^2 - AD^2 - BC^2$$

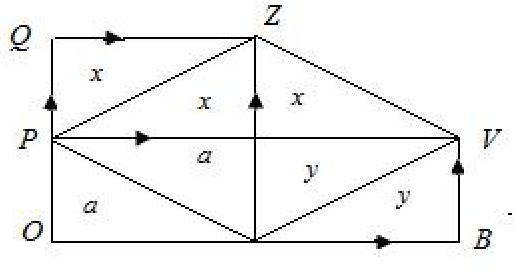
olduğunu isbat etmək lazımdır.



Şəkil 4.

Burada P və Q dördbucaqlının qarşı tərəflərinin orta nöqtələridir. $BC=2a,\ AC=2b,\ AB=2c,\ AD=2p,\ BD=2q,\ CD=2r$ işarələmə aparsaq məsələnin həlli rasional alınar.

Sahənin hərflə işarə edilməsi də həndəsə məsələsini cəbri məsələyə çevirə bilər. Məsələn, $OBVP$ və $OAZQ$ paraleloqramlarının sahələri bərabər olarsa, onda PA paralel ZV olduğunu isbat edin (Şəkil 5).

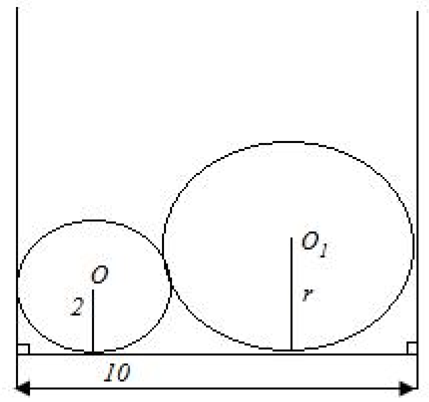


Şəkil 5.

İsbatı. Uyğun üçbucaqların sahələrini a, x, y ilə işarə edərək məsələnin şərtini $2a+2y=2a+2x$ kimi yaza bilərik. Buradan $x=y$ alarıq. Deməli, $a+x=a+y$ olur. Bu isə o deməkdir ki, $S_{\Delta PAZ}=S_{\Delta AVZ}$. Buradan $PA \parallel ZV$ alırıq.

Həndəsə məsələlərinin cəbri tənliklərin həllinə gətirilməsini aşağıdakı məsələlərlə nümayiş etdirmək olar.

Şəkil 6-da böyük çevrənin radiusunu tapmaq tələb olunur.



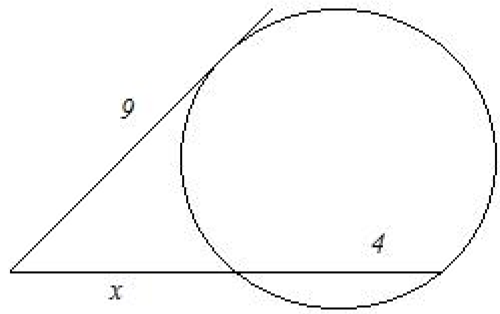
Şəkil 6.

Məsələnin həlli asanlıqla

$$(r+2)^2 = (r-2)^2 + (8-r)^2$$

tənliyinin həllinə gətirilir.

Şəkil 7-də vətərin xarici hissəsinin üzunluğunu tapın. Onu $x(x+4)=81$ tənliyindən tapılır.



Şəkil 7.

Aydındır ki, həmin məsələlərin həllində həndəsənin fundamental faktlarından Pifaqor teoremindən, üçbucağın daxili bucaqlarının cəmi haqqındakı teoremdən və s. istifadə edirik. Lakin məsələ həllinin texniki hissəsi cəbri aparatın tətbiqi ilə yerinə yetirilir.

Riyazi oblastların qovuşmasının mahiyyətini aşağıdakı kimi məsələlərdə də göstərmək olar.

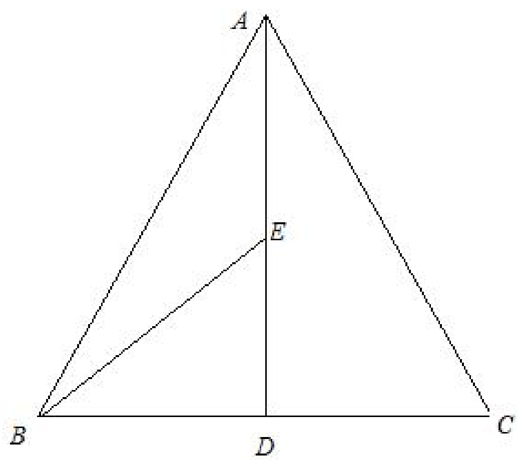
Məsələ. "Üfüqdə parıltı" oyununda şəhərin bütün məktəblilərinin 72% -i iştirak etmişdir. İştirakçıların 60%-i oğlan, qalan iştirakçılar 9000 nəfəri qızlar olmuşdur. Oyunda neçə nəfər iştirak etmişdir.

Məsələnin verilənlərini cədvəldə yazaq

	İştirak edənlər 72%	İştirak etməyənlər 28%
Qızlar	40% - 9000	
Oğlanlar	60% - ?	

Məsələnin adi həll qaydası- iştirak edənlərin sayı tapılır. $9000 \cdot \dfrac{100}{40}$; bundan istifdə edərək iştirak etməyənlərin sayı tapılır: $9000 \cdot \dfrac{100}{40} \cdot \dfrac{28}{72} = 8750.$

Həndəsə mütənasiblik metodunu aşağıdakı kimi izah etməklə burada çox mühüm rol oynaya bilər (Şəkil 8, a)



Şəkil 8. a)

D nöqtəsi BC parçasını $72:28$ nisbətində bölür; E nöqtəsi AD parçasını $60:40$ nisbətində bölür. ΔBED-nin sahəsi $9000sm^2$-dir. ΔADC-nin sahəsini tapın.

Hər bir üçbucağın sahəsi diaqramda şagirdlər qrupunu təsvir edir (miqyas: $1sm^2$ 1 şagirdi bildirir):

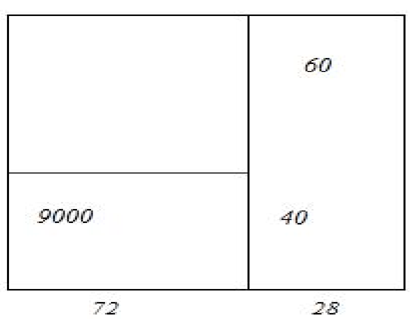
$S_{\Delta ABE}$-oğlanların sayını

$S_{\Delta BED}$-qızların sayını

$S_{\Delta ADC}$-oyunda iştirak etməyən şagirdlərin sayını göstərir.

Bu situasiyanı həndəsi olaraq düzbucaqlılar və ya paraleloqramların köməyi ilə göstərmək olar (Şəkil 8, b).

Şəkil 8. b)



Bu kvadrat 7, a) şəkilindəki BAD və ADC üçbucaqlılarının hər birinin düzbucaqlıya tamamlanmasından alınmışdır.

Şübhəsiz ki, həndəsə ilə cəbr arasında qarşılıqlı əlaqəyə nəzərən ən mühümü ondan ibarətdir ki, cəbri funksional asılılıq vasitəsilə $y = f(x)$ və ya $F(x,y) = 0$ funksiyasını almaq olar ki, onun araşdırılması müəyyən nəticəyə gətirir.

İsbat olunmuşdur ki, hər bir həndəsi nəticənin cəbri ekvivalenti vardır. Bu "nüfuzetmənin" ən güclü və ən heyrətləndirici, riyaziyyat elmlərinin inkişafında ən əhəmiyyətli riyazi qabiliyyətlərindən biridir.

Məsələn, belə bir məsələ: "Uzunluğu verilmiş parçanın uc nöqtələri düz bucağın tərəfləri üzrə sürüşür. Bu parçanın hansı vəziyyətində onu ayırdığı üçbucağın sahəsi ən böyük olacaqdır?".

Əmələ gələn düzbucaqlı üçbucağın kateltərini x və y ilə işarə edərək məsələni

$$f(x,y) = \frac{(x+y)^2 - (x-y)^2}{4}$$

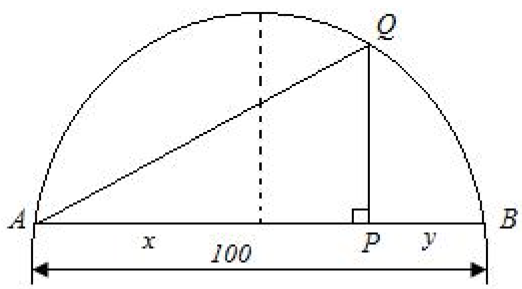
funksiyasının ən böyük qiymətinin tapılmasına gətiririk.

Analoji olaraq aşağıdakı məsələni həll etmək olar:

"Uzunluğu 200 m olan məftillə hansı ən böyük düzbucaqlı sahəni hazırlamaq olar?"

Düzbucaqlının tərəflərini x və y ilə işarə edərək məsələni $f(x,y) = x \cdot y = x(100 - x)$ funksiyasının maksimumunu tapmağa gətiririk. Bilmək maraqlıdır ki, $x = 50 + t,\ y = 50 - t$ olmaqla t parametri daxil edərək $xy = 2500 - t^2 \le 2500$ alırıq. $x = y = 50$ olduqda bərabərlik alınır.

Həndəsi təsvir bəzən məsələnin həllini dərhal tapmağa kömək edir. Buna aid misal Şəkil 9-da təsvir olunmuşdur.



Şəkil 9

$x + y$ sabit kəmiyyətdir. Məlumdur ki, $PQ^2 = PA \cdot PB$. x və y -nin hansı qiymətlərində $x \cdot y = PA \cdot PB = PQ^2$ olur. PQ simmetriya oxu olduqda bu hasil maksimal qiymət alır, yəni $x = y$.

Biz burada həndəsi və cəbri metodların əlaqəsini tam nəzərdən keçirtmədik. Əlbəttə burada riyazi analiz metodları, triqonometrik ideyalar da tətbiq oluna bilər.

Məqalənin aktuallığı. Riyaziyyat fənni daxilində həndəsi materialın mənimsənilməsinə cəbri düsturların, bərabərliklərin tətbiqi şagirdlərin biliklərindəki formalizmi aradan qaldırır.

Məqalənin elmi yeniliyi. Həndəsi və cəbri materialların təlim prosesində qarşılıqlı əlaqələrin təşkili araşdırılmışdır.

Məqalənin praktik əhəmiyyəti və tətbiqi. Məqalədə irəli sürülən ideyalar, metodlar və priyomlar riyaziyyat təliminin səmərəsi və keyfiyyətinin yüksəldilməsində riyaziyyat müəllimləri və elmi-metodik tədqiqatçılar üçün faydalı olacaqdır. Həmin mülahizələr təlim prosesində öz əksini tapacaqdır.

Ədəbiyyat

1. Ağayev B.A., Riyaziyyatın tədrisi metodikası , B., Azərnəşr , 1961.
2. Adıgözəlov A.S., Orta məktəbdə riyaziyyatın tədrisi metodikası, ADPU-nun nəşriyyatı B., 2015.
3. Mərdanov M.C. və b., 1) Riyaziyyat-6, "Çaşıoğlu", B., 2003; 2) Həndəsə 7, "Çaşıoğlu", B., 2003; 3) Cəbr -7 , "Çaşıoğlu", B., 2003; 4) Həndəsə-8 "Çaşıoğlu", B., 2003; 5) Həndəsə-9, "Çaşıoğlu", B., 2003; 6) Cəbr-8, "Çaşıoğlu", B., 2003; 7) Cəbr-9 "Çaşıoğlu", B., 2003; 8) Cəbr və analizin başlanğıcı-10, "Çaşıoğlu", B., 2003; 9) Cəbr və analizin başlanğıcı-11, "Çaşıoğlu", B., 2003; 10) Həndəsə-10 "Çaşıoğlu", B., 2003; 11) Həndəsə-11 "Çaşıoğlu", B., 2003.
4. Tələbə qəbulu üzrə Dövlət Komissiyasının riyaziyyat üzrə testlər toplusu 1993-2002-ci illər, TQDK-nin mətbəəsində çap edilmişdir.
5. Соминински И.С. Элементарная алгебра. М., 1962.
6. Колягин Ю.М. и др. Методика преподования математики в средней школе. М., 1980.
7. Потапов М.К. и др., Алгебра и анализ элементарных функций, М., 1980.

А. Адыгезалов, А. Джафаров

Взаимосвязанное обучение некоторых геометрических и алгебрических материалов

Резюме

В курсе математики полных средних школ изложено понятие функции на основе геометрических и алгебрических материалов. Показаны соответствующие ему примеры

A. Adigozalov, A. Cafarov

Mutual connected training of the materials geometry and algebra

Summary

Function conception in the mathematics cousre of general education schools geometrycal and algebra have been commented on the basis of materials. Suitable examples about her, it have been shown.

Redaksiyaya daxil olub: 25.06.2016