

Bəzi parametrlı tənliklərin qrafik üsulla həlli

Novruz Nəsirov

ADPU-nun dosenti

Valeh Məmmədov

ADPU-nun baş müəllimi

İradə Zeynalova

ADPU-nun müəllimi

Rəyçilər: ped.ü.e.d., prof. A.S. Adıgözəlov,
f.-r.ü.f.d., dos. M.Ə. Şahverdiyev

Açar sözlər: parametr, tənlik, qrafik, absis, kəsişmə nöqtəsi

Ключевые слова: параметр, уравнение, график, абсцисса, точка пересечения

Key words: parameter, equation, graph, absciss, crossing point

Məlumdur ki, məktəb riyaziyyat kursuna daxil olan bir çox anlayışların, daha geniş şəkildə öyrənilməsi bir dərs prosesində mümkün deyildir. Elə anlayışlar var ki, onun öyrənilməsi riyaziyyat dərnəklərində daha effektiv olur. Bu kimi anlayışlardan biri də parametr daxil olan tənliklərdir. Parametr daxil olan tənliklərin həlli məktəb riyaziyyat dərslərində verilmişdir, lakin bu tənliklərin qrafik üsulla həlli heç bir standart yaxud yarımstandart şəkildə verilməmişdir. Odur ki, bu kimi məsələlərin dərnək məşğələlərində verilməsini məqsəduyğun hesab edilir.

Parametrlı tənliklərin həlli bəzən parametrlərin $(-\infty, +\infty)$ aralığının hər bir qiyməti üçün şagirdlərə tam məlumat verilmir. Müəllimin bu istiqamətdə məqsədə nail olması üçün parametrlı tənliklərin qrafik üsulla həllinin əhəmiyyəti olduqca təqdirə layiqdir. Qrafik üzərində parametrlərin hansı qiymətində tənliyin həllinin varlığı və hansı sayda olması yaxud hansı qiymətlərdə həllin olmaması asanlıqla görünür. Parametrlı tənliklərin qrafik üsulla həllinin mərhələlərini qeyd edək:

- 1) Tənliyin təyin oblastı tapılır.
- 2) Tənlikdə verilmiş hər hansı a parametrini x dəyişəninin funksiyası kimi ifadə edilir.
- 3) XOa koordinat sistemində x dəyişəninin tənliyin təyin oblastına daxil olan bütün qiymətləri üçün $a=f(x)$ funksiyasının qrafikini qururuq.
- 4) $a=c$, $c \in (-\infty, +\infty)$ düz xəttinin $a=f(x)$ funksiyasının qrafiki ilə kəsişmə nöqtələri tapılır. $a=c$ düz xətti, $a=f(x)$ funksiyasının qrafiki ilə kəsişmirsə, onda a-nın bu qiymətlərində tənliyin həlli yoxdur. $a=c$ düz xətti $a=f(x)$ funksiyasının qrafiki ilə kəsişirsə, onda kəsişmə nöqtələrinin absislərini təyin edirik. Bunun üçün $a=f(x)$ tənliyini x-ə görə həll edirik.

5) Alınmış cavabları yazırıq.

Misal 1.

$x^2 - |x - 1| = a$ (1) tənliyini həll edin.

1) A-nın istənilən qiyməti üçün tənliyin təyin oblastı $(-\infty, +\infty)$ aralığıdır.

2) $x \geq 1$ olarsa onda $a = x^2 - x + 1$

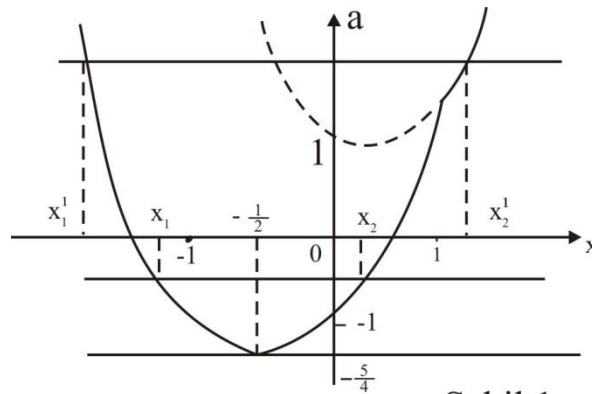
$x < 1$ olduqda isə $a = x^2 + x - 1$

3) XOa koordinat sistemində $x \geq 1$ üçün $a = x^2 - x + 1$ və $x < 1$ olan həll üçün

$a = x^2 + x - 1$ funksiyaların qrafikini quraq. Nəticədə (1) tənliyinin qrafikini alırıq. (şəkil 1)

4) c - ixtiyari həqiqi ədədi üçün $a=c$ düz xəttinin $a=f(x)$ funksiyasının qrafiki ilə kəsişmə nöqtələrini tapaq.

$c \in (-\infty, -\frac{5}{4})$ üçün $a=c$ düz xətti $x^2 - |x - 1| = a$ funksiyasının qrafiki ilə kəsişməyəcək. Onda belə bir nəticəyə gəlmək olar ki, $a \in (-\infty, -\frac{5}{4})$ qiymətləri üçün (1) tənliyinin həlli yoxdur. $a = -\frac{5}{4}$ düz xəttinin tənliyinin qrafiki ilə bir ortaq nöqtəsi var. Bu nöqtənin absisi $-\frac{1}{2}$ -ə bərabərdir. Buradan alınır ki, $a = -\frac{5}{4}$ olduqda deməli (1) tənliyinin yeganə həlli var və bu kök $x = -\frac{1}{2}$ -ə bərabərdir. $c \in (-\frac{5}{4}, 1)$ aralığı üçün $a=c$ düz xətti (1) tənliyinin qrafiki ilə iki nöqtədə kəsişir. Onların absisləri x_1 və x_2 olsun. x_1 və x_2 absislərini təyin etmək üçün $a = x^2 + x - 1$ tənliyini x dəyişəninə görə həll etmək ki- a -yətdir. Tənliyi həll edib $x_1 = \frac{-1-\sqrt{5+4a}}{2}$, $x_2 = \frac{-1+\sqrt{5+4a}}{2}$ alırıq. Deməli, a -nın $a \in (-\frac{5}{4}, 1)$ aralığındakı qiymətləri üçün (1) tənliyinin iki $x_1 = \frac{-1-\sqrt{5+4a}}{2}$ və $x_2 = \frac{-1+\sqrt{5+4a}}{2}$ kökləri var. $c \in (1, +\infty)$ aralığında $a=c$ düz xətti verilən tənliyin qrafikini yenə də iki nöqtədə kəsir və bu kəsişmə nöqtəsinin absisləri x'_1 və x'_2 olsun. x'_1 , $a = x^2 + x - 1$ tənliyinin kiçik kökü yəni $x'_1 = \frac{-1-\sqrt{5+4a}}{2}$, x'_2 isə böyük kökü, yəni $x'_2 = \frac{1+\sqrt{-5+4a}}{2}$ olar.



Şəkil 1

Beləliklə ümumiləşdirib cavabı aşağıdakı kimi yazırıq.

Cavab: Əgər $a \in (-\infty, -\frac{5}{4})$ olarsa (1) tənliyinin həlli yoxdur.

$a = -\frac{5}{4}$ olarsa $x = -\frac{1}{2}$

$a \in (-\frac{5}{4}, 1]$ olarsa onda $x_1 = \frac{-1-\sqrt{5+4a}}{2}$, $x_2 = \frac{-1+\sqrt{5+4a}}{2}$

$a \in (1, +\infty)$ olarsa $x'_1 = \frac{-1-\sqrt{5+4a}}{2}$, $x'_2 = \frac{1+\sqrt{-5+4a}}{2}$

Misal 2. Tənliyi həll edin : $\frac{|x-a|}{x-a} = xa$ (2)

1) İstənilən a üçün $x \in (-\infty, a) \cup (a, +\infty)$

2) $x > a$ olarsa, onda $a = \frac{1}{x}$, $x < a$ olarsa onda $a = -\frac{1}{x}$ olar

3) $a = \frac{1}{x}$ funksiyasının qrafikini quraq.

$a=x$ düz xəttinin $x > a$ olan qiymətlərinin aşağı hissəsinin və $a = -\frac{1}{x}$ funksiyasının qrafikinin $x < a$ qiymətləri üçün $a=x$ düz xəttinin yuxarı hissəsində yerləşən vəziyyətini nəzərdən keçirək (şəkil 2). Bu (2) tənliyinin qrafikində qalın xətlərlə göstərilmişdir.

4) Əgər $c \in (-\infty, -1)$ olarsa, onda $a=c$ düz xətti (2) tənliyinin qrafiki ilə ancaq bir nöqtədə kəsişər. Bu nöqtənin absisi $a = \frac{1}{x}$ tənliyindən tapılır.

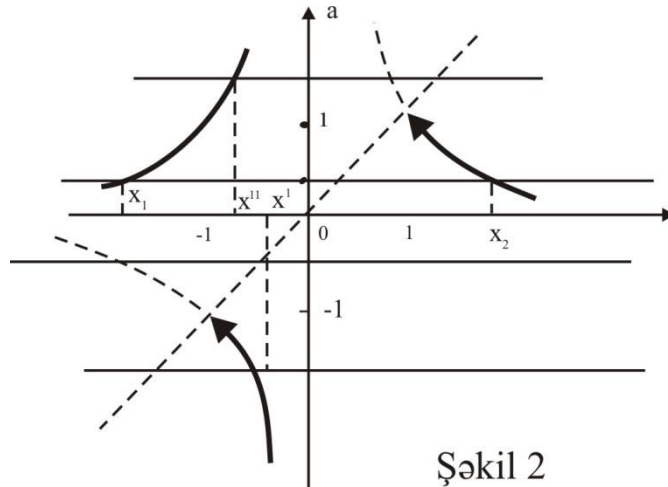
$c \in [-1, 0]$ olan halda $a=c$ düz xətti (2) tənliyinin qrafiki ilə kəsişmir, yəni $a \in [-1, 0]$ aralığında (2) tənliyinin həlli yoxdur.

$c \in (0, 1)$ aralığında $a=c$ düz xətti (2) tənliyinin qrafiki ilə iki nöqtədə kəsişir. Bu nöqtələrin absisləri x dəyişənli $a = -\frac{1}{x}$ və $a = \frac{1}{x}$ tənliklərinin həllindən alınır. Beləliklə, bu aralıqda (2) tənliyinin iki $x_1 = -\frac{1}{a}$ və $x_2 = \frac{1}{a}$ kökləri var.

$c \in [1, +\infty)$ aralığında $a=c$ düz xətti (2) tənliyinin qrafikinin absisi $x = -\frac{1}{a}$ nöqtəsində kəsir.

5) Cavab : $a \in (-\infty, -1)$ olduqda $x' = \frac{1}{a}$ $a \in [-1, 0]$ olduqda tənliyin həlli yoxdur.

$a \in (0, 1)$ olduqda onda $x_1 = -\frac{1}{a}$ və $x_2 = \frac{1}{a}$ $a \in [1, +\infty)$ olarsa onda $x = -\frac{1}{a}$



Şəkil 2

Misal 3.

$\sqrt{x-a} = 2x-1$ (3) tənliyini həll edin.

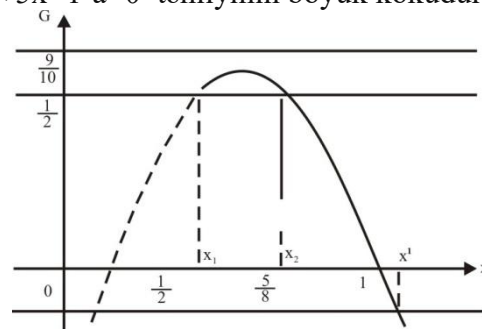
Qeyd edək ki, $x \geq \frac{1}{2}$ qiymətləri üçün tənliyi onunla eynigüclü olan

$x-a = (2x-1)^2$ tənliyi ilə əvəz etmək olar. a -nı x ilə ifadə edək

$$a = -4x^2 + 5x - 1 \quad (3')$$

$a = -4x^2 + 5x - 1$ funksiyasının qrafikini quraq və $x \geq \frac{1}{2}$ olan hissəsini ayıraq (şəkil3). $a=c$ düz xətti $c \in (-\infty, \frac{1}{2})$ aralığında (3') funksiyasının qrafikini absisi x' nöqtə-sində kəsər ki, bu da

$-4x^2 + 5x - 1 - a = 0$ tənliyinin böyük köküdür.



Şəkil 3

$a=c$ düz xətti $c \in [\frac{1}{2}, \frac{9}{16}]$, (3') funksiyasının qrafiki ilə $-4x^2 + 5x - 1 - a = 0$ tənliyinin kökləri olan x_1 və x_2 nöqtəsində kəşir. Əgər $a = \frac{9}{16}$ olarsa, onda $x_1 = x_2 = \frac{5}{8}$.

$c \in (\frac{9}{16}, +\infty)$ olan $a=c$ düz xətti (3') tənliyinin qrafiki ilə kəşişmir, yəni bu halda tənliyin həlli yoxdur.

Cavab : $a \in (-\infty, \frac{1}{2})$ olarsa onda $x' = \frac{5 + \sqrt{9 - 16a}}{8}$

$a \in [\frac{1}{2}, \frac{9}{16}]$ olarsa, $x_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{9 - 16a}}{8}$

$a \in (\frac{9}{16}, +\infty)$ olduqda isə həlli yoxdur.

Müşahidələr göstərir ki, istər dərstdə, istərsə də riyaziyyatdan fakültativ və dərnek məşğələlərində bu tip tənliklərin həlli şagirdlərin tədqiqatçılıq qabiliyyətlərinin inkişafında mühüm əhəmiyyət kəsb edir.

Məqalənin aktuallığı. Parametrlı tənliklərin qrafik üsulla həllinin verilməsini məqalənin aktuallığı hesab etmək olar. Belə ki, bunun şagirdlərin əqli fəaliyyətinin qiymətləndirilməsində, təfəkkürünün inkişafında və bacarıqlarının formalaşmasında rolu böyükdür.

Məqalənin elmi yeniliyi. Elmi yenilik ondan ibarətdir ki, məqalədə riyaziyyat təlimində parametrlı tənliklərin qrafik üsulla həlli nümunələr əsasında verilmişdir.

Məqalənin praktik əhəmiyyəti və tətbiqi. Parametrlı tənliklərin qrafik üsulla həlli müasir elmlərlə birbaşa bağlı olduğundan, onun praktik əhəmiyyəti böyükdür. Məqalədən orta ümumtəhsil məktəblərinin müəllimləri, tələbə və magistrantlar istifadə edə bilirlər.

Ədəbiyyat

1. Riyaziyyat fənn kurikulumu. Bakı, 2006.
2. Учимся решать задачи с параметром. Ростов- на Дону, 2013.
3. Математика подготовка к ГИА. Ростов-на Дону, 2014.
4. Игудисман Олег. Математика на устном экзамене. М., 2003.

Н. Насиров, В. Мамедов, И. Зейналова

Решения параметрических уравнений графическим методом

Резюме

В статье рассмотрено параметрические уравнения, особенно методика решения параметрических уравнений графическим методом в кружковых занятиях.

N. Nasirov, V. Mammadov, İ. Zeynalova

Solution with graphic method of the some parameter equations

Summary

The article discusses parametric equations, especially the method of solving parametric equations by the graphical method in circle jams.

Redaksiyaya daxil olub: 02.11.2018