

Məktəb riyaziyyat kursunda ardıcılıqların öyrənilməsi

Aytac Seyidova

Azərbaycan Dövlət Pedaqoji Universiteti

E-mail: aytac.seyidova.95@mail.ru

Rəyçilər: ped.ü.e.d., prof. A.S. Adıgözəlov,
r.ü.e.d., dos. İ.C. Mərdanov

Açar sözlər: cəbr, ardıcılıq, limit, funksiya, monoton, məhdud, sərhəd

Ключевые слова: алгебра, консистенция, предел, функция, однообразие, ограниченный, граница

Key words: algebra, sequence, limit, function, monotone, limited, border

Müşahidələr göstərir ki, ardıcılıq riyaziyyat kursunun ən mühüm anlayışlarından biridir. Bu mövzu ilə tanışlıq ilk olaraq 9-cu sinif riyaziyyat kursunda verilir. Bu mövzuda əvvəlcə ardıcılıq sadə şəkildə verilsə də daha sonra mövzu genişlənərək ardıcılıq və onun limiti mövzusunda əhatə edir. Ali məktəb kursunda isə bu mövzu daha ətraflı şəkildə verilir. Belə ki, bu zaman monoton ardıcılıq, ardıcılığın ən böyük və ən kiçik qiyməti, yığılan və dağılan ardıcılıq, sonsuz kiçilən və sonsuz böyüyən ardıcılıqlar, ardıcılığın dəqiq aşağı və dəqiq yuxarı sərhədi, alt ardıcılıq anlayışları verilir. Buradan da göründüyü kimi ardıcılıq anlayışı ümumilikdə çox geniş mövzunu əhatə edir. İlk öncə ardıcılıq haqqında qısa da olsa məlumat verək.

5 rəqəmi ilə qurtaran ikirəqəmli ədədləri artan sıra ilə düzək:

15; 25; 35; 45; 55; 65; 75; 85; 95.

Birinci 15 ədədi, ikinci 25 ədədi, üçüncü 35 ədədi, doqquzuncu (sonuncu) 95 ədədi yazılmışdır. 1-dən 9-a qədər hər bir natural ədədə 5 rəqəmi ilə qurtaran yeganə ikirəqəmli ədəd uyğun qoyulmuşdur:

$1 \rightarrow 15; 2 \rightarrow 25; 3 \rightarrow 35; \dots; 9 \rightarrow 95.$

Bununla da təyin oblastı $\{1; 2; 3; \dots; 9\}$ çoxluğu, qiymətlər oblastı isə $\{15; 25; 35; \dots; 95\}$ çoxluğu olan funksiya verilmişdir. Bu funksiyanı g hərfi ilə işarə edək, onda

$g(1)=15; g(2)=25; g(3)=35; \dots; g(9)=95.$

Başqa misala baxaq. Sürəti 1 olan düzgün kəsrləri azalan sıra ilə yazaq;

$\frac{1}{2}; \frac{1}{3}; \frac{1}{4}; \frac{1}{5}; \frac{1}{6}; \dots$

Biz belə kəsrlərdən ancaq ilk beşini yazdıq. Aşkardır ki, altıncı yerdə $\frac{1}{7}$ kəsri durmalıdır, yeddinci yerdə $\frac{1}{8}$, otuzuncu yerdə $\frac{1}{31}$, yüzüncü yerdə $\frac{1}{101}$ kəsri durmalıdır. Ümumiyyətlə, istənilən n natural ədədinə uyğun olan kəsri göstərmək olar, həm də bu kəsir yeganə olacaqdır.

Beləliklə, bu halda da funksiya verilmişdir. Bu funksiyanın təyin oblastı N natural ədədlər çoxluğu, qiymətlər çoxluğu isə sürəti 1 olan düzgün kəsrlər çoxluğudur. Nəzərdən keçirilən funksiyanı h hərfi ilə işarə edək, onda

$h(1)=\frac{1}{2}; h(2)=\frac{1}{3}; h(3)=\frac{1}{4}; \dots; h(30)=\frac{1}{31}; \dots; h(100)=\frac{1}{101}; \dots$

Beləliklə, bu yazdıqlarımıza əsasən deyə bilərik ki, təyin oblastı natural ədədlər çoxluğu və ya ilk n natural ədədlər çoxluğu olan funksiya ardıcılıq deyilir.

Ardıcılıq bütün ədədlər çoxluğunda təyin olunduqda ona *sonsuz ardıcılıq* deyirlər, ilk n natural ədədlər çoxluğunda təyin olunduqda isə ona *sonlu ardıcılıq* deyirlər. Yuxarıda göstərilmiş misallardan birincisində biz sonlu ardıcılığı, ikincisində isə sonsuz ardıcılığı nəzərdən keçirmişik.

Adətən ardıcılığın hədlərini indeksi olan hərflərlə işarə edirlər. Ardıcılığın birinci həddini a_1 simvolu ilə (a bir oxunur), ikinci həddini a_2 simvolu ilə (a iki oxunur), üçüncü həddini a_3 simvolu ilə (a üç oxunur), ... , nömrəsi n olan həddini a_n simvolu ilə (a en oxunur) və.s. işarə edək:

$$f(1)=a_1; f(2)=a_2; f(3)=a_3; \dots f(n)=a_n; \dots$$

Bu işarələrdə indeks (həddin sıra nömrəsi) arqumentin qiymətinə bərabərdir, an simvolu lə arqumentin n qiymətinə uyğun olan funksiya qiyməti işarə edilmişdir. Ardıcılığın özünü belə işarə edəcəyik: (a_n) .

Artan funksiya olan ədədi ardıcılığa *artan ardıcılıq* demək qəbul olunmuşdur. Birinci misalda nəzərdən keçirdiyimiz 5 rəqəmi ilə qurtaran ikirəqəmli ədədlər ardıcılığı elədir ki, burada böyük nömrəyə ardıcılığın böyük həddi uyğun gəlir. Deməli, bu sonlu ardıcılıq artandır. Qeyd etmək lazımdır ki, *o və ancaq o ardıcılıq artandır ki, onun hər həddi (ikincidən başlayaraq) özündən əvvəlki həddən böyük olsun.*

Analoji olaraq, azalan funksiya olan ədədi ardıcılığa *azalan ardıcılıq* demək qəbul olunmuşdur. Belə ki, məsələn -2, -4, -6, -8, -10 sonlu ardıcılığı və həmçinin yuxarıda göstərdiyimiz sürəti 1 olan düzgün kəsrlərin sonsuz ardıcılığı azalan ardıcılıqlardır. Burada da deyə bilərik ki, *o və ancaq o ardıcılıqlar azalandır ki, onun hər həddi (ikincidən başlayaraq) özündən əvvəlki həddən kiçik olsun.*

Bütün hədləri öz aralarında bərabər olan ardıcılığa *sabit ardıcılıq* deyilir.

Ardıcılığın hər həddini onun n nömrəsi ilə ifadə edən düstura *ardıcılığın n -ci həddinin düsturu* deyilir. Qeyd etmək lazımdır ki, ardıcılıq rekurent üsulla da verilə bilər. Bu zaman adətən ardıcılığın bir və ya bir neçə həddi və n -ci həddi özündən əvvəlki hədlərlə əlaqələndirilən düstur verilir.

$\{a_n\}$ və $\{b_n\}$ ardıcılıqları verildikdə (a_n+b_n) , (a_n-b_n) , $(a_n \times b_n)$, və $b_n \neq 0$ olduqda $\{\frac{a_n}{b_n}\}$ ardıcılıqlarına uyğun olaraq verilmiş ardıcılığın cəmi, fərqi, hasili, qisməti deyilir.

Ədədi ardıcılıqlar içərisində monoton ardıcılıqlar mühüm yer tutur. Artan, azalan, artmayan, azalmayan ardıcılıqlara *monoton ardıcılıqlar* deyilir. Artan, azalan ardıcılıqlara isə *ciddi monoton* ardıcılıqlar deyilir.

İndi isə məhdud və qeyri-məhdud ardıcılıqlar haqqında məlumat verək.

Tutaq ki, (a_n) ardıcılığı verilmişdir. Əgər (a_n) ardıcılığının bütün hədləri müəyyən bir A ədədindən böyük deyilsə, yəni $a_n \leq A$ ($n=1, \infty$) olarsa, ona yuxarıdan məhdud ardıcılıq deyilir. A ədədi (a_n) ardıcılığının yuxarı sərhəddi adlanır. Əgər (a_n) ardıcılığının bütün hədləri müəyyən bir B ədədindən kiçik deyilsə, yəni $a_n \geq B$ ($n=1, \infty$) olarsa, ona aşağıdan məhdud ardıcılıq deyilir. B ədədi (a_n) ardıcılığının aşağı sərhəddi adlanır.

Tutaq ki, (a_n) ardıcılığı həm yuxarıdan, həm də aşağıdan məhduddur. Onda deyirlər ki, (a_n) ardıcılığı məhduddur. Həndəsi olaraq ardıcılığın məhdud olması o deməkdir ki, bu ardıcılığın bütün hədləri $a=0$ nöqtəsinin müəyyən c ətrafında yerləşir.

Yığılan və dağılan ardıcılıq anlayışlarını daxil edək.

(a_n) verilmiş ədədi ardıcılıq, a isə müəyyən sonlu həqiqi ədəd olsun.

Tutaq ki, istənilən $\varepsilon > 0$ ədədinə görə elə n_0 natural ədədi var ki, $n > n_0$ şərtini ödəyən bütün n -lər üçün $|a_n - a| < \varepsilon$ bərabərsizliyi ödənilir. Onda a ədədinə (a_n) ardıcılığının limiti

deyilir və simvolik olaraq belə yazılır: $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a$ və ya $a_n \rightarrow a$ ($n \rightarrow \infty$). Əgər (a_n) ardıcılığının limiti varsa onda, bu ardıcılıq *yığılan ardıcılıq*, əks halda isə, yəni limit yoxdursa yaxud sonsuzluq simvollarından birinə bərabədirsə *dağılan ardıcılıq* adlanır.

Qeyd edək ki, ardıcılığın yığılan olması üçün zəruri şərt onun məhdud olmasıdır. Deməli, əgər ardıcılıq məhdud deyilsə, onda bu ardıcılıq dağılandır. Həmçinin deyə bilərik ki, ardıcılığın məhdud olması onun yığılması üçün kafi şərt deyildir. Başqa sözlə desək elə ardıcılıq var ki, məhduddur, ancaq yığılan deyildir.

Ardıcılığın dəqiq aşağı və dəqiq yuxarı sərhəddi anlayışlarını daxil edək.

Tutaq ki, $\{x_n\}$ hər hansı ardıcılıq, (məhdud və ya qeyri-məhdud) M isə sonlu ədəd və ya $+\infty$ -dur.

Tutaq ki, $\{x_n\}$ ardıcılığı üçün aşağıdakı iki şərt ödənilir:

1) istənilən $n \in \mathbb{N}$ üçün $x_n \leq M$.

2) istənilən sonlu $M_1 < M$ ədədi üçün elə $n_0 \in \mathbb{N}$ var ki, $M_1 < x_{n_0} \leq M$ doğrudur.

Onda M ədədinə $\{x_n\}$ ardıcılığının dəqiq yuxarı sərhəddi deyilir və bu fakt simvolik olaraq belə yazılır: $M = \sup \{x_n\}$.

Analoji olaraq, dəqiq aşağı sərhəddin tərfi verilir.

Məqalənin aktuallığı. Məktəb riyaziyyat kursunda şagirdlərə ardıcılığın öyrədilməsini məqalənin aktuallığı hesab etmək olar.

Məqalənin elmi yeniliyi. Elmi yenilik ondan ibarətdir ki, məqalədə silsilə anlayışı ardıcılıq anlayışının vasitəsilə şagirdlərə çatdırılır.

Məqalənin praktik əhəmiyyəti və tətbiqi. Məqalədən orta ümumtəhsil məktəblərinin müəllimləri, tələbə və magistrantlar istifadə edə bilərlər.

Ədəbiyyat

1. Б.П. Демидович. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. М.: Наука, 1972.
2. Г.М. Фихтенгольц. Курс дифференциального и интегрального исчисления, М.: Наука, 1969.
3. Л.Д. Кудрявцев. Краткий курс математический анализа. М.: Наука, 1989.
4. В.Ф. Бутузов и др. Математический анализ в вопросах и задачах. М.: Высшая школа, 1984.
5. В.В. Вавилов и др. Задачи по математике. Начала анализа. М.: Наука, 1990.
6. И.А. Марон. Дифференциальное и интегральное исчисление в примерах и задачах. М.: Наука, 1970.

А. Сейидова

Изучение последовательности в курсе радиологии

Резюме

Мы предоставили информацию об изучении последовательностей в этом отношении. Также здесь мы предоставили информацию о методах инкрементных, конечных и бесконечных, монотонных последовательностях и свойствах, граничных и неограниченных, накопительных и распределенных последовательностях.

A. Seyidova

Studying the sequence in the math course

Summary

We have generally provided information on mathematics courses. We have also provided information about the methods of sequencing, incremental and declining, finite and infinite, monotonic sequences and properties, limited and non-restrictive, accumulated and distributed sequences.

Redaksiyaya daxil olub: 16.10.2018