

## Funksiya və onun qrafiklərinin çevilməsinin öyrədilməsi metodikası

**Könül Abash**

*Azərbaycan Dövlət Pedaqoji Universiteti*

**E-mail:** konul.abas@gmail.com

**Rəyçilər:** ped.ü.e.d., prof. A.S. Adıgözəlov,  
dos. N.B. Nəsirov

**Açar sözlər:** asılılıq, funksiya, dəyişən, cədvəl, analitik, qrafik

**Ключевые слова:** зависимость, функция, переменная, электронная таблица, аналитика, графика

**Key words:** dependency, function, variable, spreadsheet, analytics, graphics

Bizi əhatə edən həqiqi aləmin mühüm xüsusiyyətlərindən biri onun fasiləsiz olaraq müxtəlif dəyişiklərə uğramasıdır. Ətraf mühitin ən səthi müşahidəsi bu dəyişikləri görməyə və hiss etməyə imkan verir. Havanın temperaturu və rütubəti dəyişir, atmosfer təzyiqi dəyişir, küləyin və hərəkətin sürəti dəyişir, insanların yaşı və həyat şəraiti dəyişir və s. Məlumdur ki, bütün bu dəyişiklərin elmi izahını onların xarakterik xassələrini ifadə edən müxtəlif tip kəmiyyətlərin öyrənilməsi yolu ilə vermək mümkündür. Belə ki, həqiqi aləmdəki bu dəyişkənlik xüsusiyyətləri onların uyğun xassələrini ifadə edən kəmiyyətlərin müxtəlif ədədi qiymətlər almasında öz əksini tapır.

Doğrudan da əşya və hadisələrdəki dəyişkənliyin mahiyyəti eyni bir kəmiyyətin müxtəlif vaxtlarda və müxtəlif şəraitdə ölçülməsi nəticəsində müxtəlif ədədi qiymətlərə malik olmasındadır.

Təbiətdə və texnikada baş verən proseslərin öyrənilməsi zamanı həm də öz ədədi qiymətini dəyişməyən (sabit saxlayan) kəmiyyətlərə də rast gəlmək olar. Belə kəmiyyətlərə normal təzyiqdə suyun qaynama temperaturu və s. misal ola bilər.

Beləliklə, təbiət və texnikada baş verən hər bir prosesdə iki növ kəmiyyətlərlə rastlaşırıq:

- 1) Sabit kəmiyyətlər.
- 2) Dəyişən kəmiyyətlər.

**Tərif:**  $x$  dəyişəninə ala biləcəyi hər qiymətinə  $y$  dəyişənin yeganə qiyməti müəyyən qayda ilə uyğun qoyulduqda deyirlər ki,  $x$  dəyişənindən asılı  $y$  funksiyası verilmişdir. Tərifə əsasən,  $y$  dəyişənin  $x$ -in funksiyası olması mülahizəsi  $y=f(x)$  simvolu ilə işarə edilir. Bu tərifdə  $x$  müstəqil (asılı olmayan) dəyişən və ya arqument,  $y$  asılı asılı dəyişən və ya funksiya adlanır. Başqa sözlə  $x$ -in verilmiş hər bir qiymətində  $y$ -in uyğun qiymətini tapmaq üçün hasil riyazi əməli icra etməyin lazım olduğunu göstərir. Bu halda  $x$ -in hər bir verilmiş qiymətinə uyğun  $y$  üçün tapılan qiymət funksiyanın xüsusi qiyməti adlanır. Məsələn,  $x=x_0$  olduqda  $y=f(x_0)$  ədədi funksiyanın  $x=x_0$  nöqtəsindəki xüsusi qiyməti adlanır.

**Tərif:**  $x$  arqumentinin hər bir  $x \in D(f)$  qiymətinə uyğun funksiyanın aldığı qiymətlər çoxluğuna funksiyanın qiymətlər çoxluğu və ya dəyişmə oblastı deyilir. Və  $E(y)$  və ya  $E(f)$  simvolu ilə işarə olunur.

**Araşdırma:** Düzbucaqlının sahəsi  $60 \text{ sm}^2$ , tərəflərindən birinin uzunluğu  $x \text{ sm}$ -dir. Düzbucaqlının ikinci tərəfinin uzunluğu nə qədərdir?

**Həlli:** Axtarılan tərəfi  $y$  hərfi ilə işarə etsək, onda  $y = 60/x$  olar.  $x$ -in müxtəlif qiymətləri

üçün  $y$  müxtəlif qiymətlərə malik olar:

$x = 2$  olarsa,  $y = 30$ ;  $x = 15$  olarsa,  $y = 4$  olar.

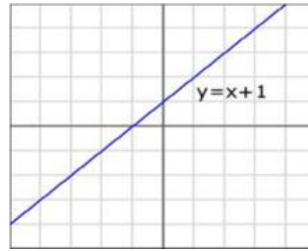
Burada axtarılan tərəfin uzunluğu verilmiş tərəfin uzunluğundan asılıdır. Araşdırmada göstərilən nümunədə bir kəmiyyətin qiymətinin dəyişməsi ilə digər kəmiyyətin qiyməti də dəyişir. Birinci dəyişənin hər bir qiymətinə ikinci dəyişənin yeganə qiyməti uyğundur.  $X$  və  $y$  arasındakı bu asılılığı  $y=60:x$  düsturu ilə verdik. Burada  $x$  sərbəst dəyişən,  $y$  isə asılı dəyişəndir. Burada  $x$  – arqumentin,  $y$  isə funksiyanın qiymətidir.

#### Tərif:

$X$  dəyişənin hər bir mümkün qiymətinə  $y$  dəyişənin yalnız bir qiyməti uyğun olarsa,  $x$  və  $y$  arasındakı belə asılılığa funksional asılılıq və ya funksiya deyilir.

$f$  funksiyanın verilməsi,  $x$  arqumentinin hər bir qiymətinə görə  $f(x)$  funksiyanın uyğun qiymətinin necə tapılması deməkdir. Funksiyanın verilməsinin 3 əsas üsulu vardır: analitik, yəni düstur vasitəsilə, cədvəl və qrafik üsulla verilə bilər.

**Funksiya qrafiklə verilməsi məsələsinə baxaq.** Funksiyanın qrafik üsulla verilməsi o deməkdir ki,  $y$  dəyişənin  $x$  dəyişəninə asılılığının xarakterini təsvir edən bir əyri (və ya düz xətt verilir). İki dəyişən kəmiyyət arasındakı asılılığı koordinat müstəvisində həndəsi olaraq təsvir etmək əlverişlidir.



$x=1$ ,  $y=2$

$x=2$ ,  $y=3$

$x=3$ ,  $y=4$

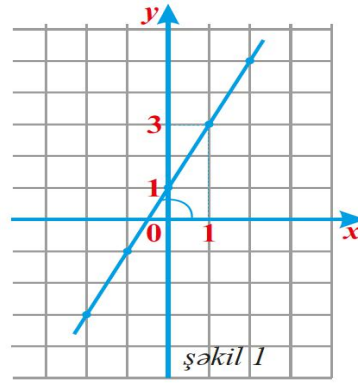
Nümunə:

- $y = 2x + 1$  funksiyanın qrafikini quraq.
- $x$ -ə bir neçə qiymət verərək  $y$ -i təyin edin. Arqumentin ( $x$ -in) və funksiyanın ( $y$ -in) qiymətlərini cədvələ yerləşdirək.

$x$	$y$
-2	-3
-1	-1
0	1
1	3
2	5

Verilmiş koordinatlar cütünə uyğun nöqtələri düzbucaqlı koordinat sistemində qeyd edək. Alınmış nöqtələri ardıcıl birləşdirək. Alınan qrafik düz xətdir. Bu düz xətt  $OX$  oxunun müsbət istiqaməti ilə iti bucaq əmələ gətirir (şəkil 1).

**Qeyd.** İki nöqtədən bir düz xətt keçirmək mümkün olduğuna görə cədvəl tərtib edərkən  $x$ -ə iki qiymət vermək kifayət edir.



### Funksiyanın artması, azalması və monotonluğu:

**Tərif:**  $X$  çoxluğunda arqumentin böyük qiymətinə funksiyanın böyük qiyməti uyğun gələrsə  $f$  funksiyanına bu çoxluqda artan funksiya deyilir. Başqa sözlə istənilən  $x_1, x_2 \in X$  üçün  $x_1 < x_2$  olduqda,  $f(x_1) < f(x_2)$  olarsa,  $f$  funksiyanına  $x$  çoxluğunda artan funksiya deyilir.

$X$  çoxluğunda arqumentin böyük qiymətinə funksiyanın kiçik qiyməti uyğun gələrsə  $f$  funksiyanına bu çoxluqda azala funksiya deyilir.

Başqa sözlə, istənilən  $x_1, x_2 \in X$  üçün  $x_1 < x_2$  olduqda,  $f(x_1) > f(x_2)$  olarsa,  $f$  funksiyanı  $X$  çoxluğunda azalan funksiya deyilir. İstənilən  $x_1, x_2 \in X$  üçün  $x_1 < x_2$  olduqda  $f(x_1) \leq f(x_2)$  ( $f(x_1) \geq f(x_2)$ ) olarsa,  $f$  funksiyanına  $X$  çoxluğunda azalmayan (artmayan) funksiya deyilir. Artan və azalan funksiylərə ciddi monoton funksiylər deyilir.

Artan, artmayan, azalan və azalmayan funksiylərə monoton funksiylər deyilir

#### Misal.

$f(x) = \sqrt{x-5}$  funksiyanının təyin oblastını və qiymətlər çoxluğunu tapın .

#### Həlli:

- 1)  $x-5 \geq 0, x \geq 5$
- 2)  $D(f) = [5, +\infty)$
- 3)  $E(f) = \mathbb{R}$

#### Misal.

$f(x) = \frac{5}{x} - 9$  funksiyanının təyin oblastını və qiymətlər çoxluğunu tapın.

#### Həlli:

- 1) Funksiya  $x$ -in məxrəci 0-a çevirən qiymətlərində təyin olunmayıb. 9 məxrəci 0-a çevirir.
- 2)  $D(f) = (-\infty, 9) \cup (9, +\infty)$
- 3)  $E(f) = \mathbb{R}$

Ədədi funksiyləri əyani təsvir etmək üçün onların qrafiklərindən istifadə olunur. Tutaq ki,  $y=f(x)$  ədədi funksiyanı verilmişdir. Arqumentin hər bir  $x \in D(f)$  qiymətinə funksiyanın  $y=f(x)$  qiymətini qarşı qoymaqla alınan  $(x, f(x))$  ədədlər cütünə koordinat müstəvisində  $M(x, f(x))$  nöqtəsini qarşı qoyaq. Bu zaman alınan nöqtələr çoxluğuna  $y=f(x)$  funksiyanının qrafiki deyilir.

Koordinat müstəvisində absisləri arqumentin qiymətlərinə, ordinatları isə funksiyanın uyğun qiymətlərinə bərabər olan nöqtələr çoxluğuna funksiyanın qrafiki deyilir.

### Funksiylərin qrafiklərinin çevrilməsinə nəzər salaq:

$y=Af(ax+b)+B$  şəklinə funksiyanın qrafikini  $f(x)$  funksiyanının qrafikindən aşağıdakı həndəsi çevrilmələrin köməyi ilə almaq olar:

- 1) a) OX oxuna nəzərən ox simmetriyası  
b) OY oxuna nəzərən ox simmetriyası  
c) O koordinat başlanğıcına nəzərən mərkəzi simmetriya
- 2) a) OX oxuna nəzərən paralel köçürmə  
b) Oy oxu boyunca paralel köçürmə
- 3) a) OX oxu istiqamətində dartılma və ya sıxılma  
b) oy oxu istiqamətində dartılma və ya sıxılma

Onu da qeyd edək ki,

- 1) a) OX oxuna nəzərən ox simmetriyasında  $(x,y)$  nöqtəsi  $(x,-y)$  nöqtəsinə keçir  
b) OY oxuna nəzərən ox simmetriyasında  $(x,y)$  nöqtəsi  $(-x,y)$  nöqtəsinə keçir  
c) Koordinat başlanğıcına nəzərən mərkəzi simmetriyada  $(x,y)$  nöqtəsi  $(-x,-y)$  nöqtəsinə keçir.

2) a) OX oxu üzərə paralel köçürmədə  $(x,y)$  nöqtəsi  $(x+a,y)$  nöqtəsinə keçir. a burada ixtiyari ədəddir. Əgər  $a>0$  isə bu paralel köçürmə sağa  $a<0$  isə sola paralel köçürmə aparılır.

b) y oxu boyunca paralel köçürmədə hər bir  $(x,y)$  nöqtəsi  $(x,y+b)$  nöqtəsinə keçir, burada b ixtiyari bir ədəddir. Əgər  $b>0$  olarsa bu paralel köçürmə yuxarı,  $b<0$  olduqda isə aşağı paralel köçürmə adlanır.

3) a) OX oxu boyunca OY oxuna nəzərən p dəfə dartılmada (sıxılmada) ( $p>0, p \neq 1$ ) istənilən  $(x,y)$  nöqtəsi  $(px,y)$  nöqtəsinə inikas olur.

b) OY oxu boyunca OX oxuna nəzərən q dəfə ( $q>0, q \neq 1$ ) dartılmada istənilən  $(x,y)$  nöqtəsi  $(x,qy)$  nöqtəsinə inikas olunur. Hər hansı verilmiş funksiyanın artıq bizə məlum olan istənilən funksiyanın qrafikindən yuxarıda qeyd edilən həndəsi çevirmələr köməyilə almaq olar.

**Məqalənin aktuallığı.** Funksiya anlayışının məktəb riyaziyyat kursunda tədrisi məsələsi alimlərin və müəllimlərin nöqteyi-nəzəri bir çox sahələrdə bir birinə uyğun gəlsə də, bəzi məsələlərdə müəyyən dərəcədə fərqlənir. Müşahidələr göstərir ki, məktəb riyaziyyatı tədrisində funksiyaların tətbiqləri şagirdlər tərəfindən müxtəlif çətinliklərlə rastlaşır. Bu nöqteyi nəzərdən funksiyaların tətbiqlərinin araşdırılması aktuallıq kəsb edir.

**Məqalənin elmi yeniliyi.** Məktəb riyaziyyat kursunun təlimində şagirdə fərdi yanaşma zərurəti meydana çıxır. Bu səbəbdən də materialın əhəmiyyəti mənimsəmə, həm də şərh etmə xarakterinə görə zəruri sayılır.

**Məqalənin praktik əhəmiyyəti və tətbiqi.** Məqalədən orta ixtisas və orta ümumtəhsil məktəblərinin müəllimləri, eləcə də tələbə və magistrantlar istifadə edə bilərlər.

## Ədəbiyyat

1. S.Feyziyev, R.Şükürov. Riyaziyyatın ibtidai kursunun nəzəri əsasları. Bakı, 2010.
2. S.İsmayılova. Riyaziyyat. Ümumtəhsil məktəblərinin 7-ci sinfi üçün dərslik. Bakı, Şərq-Qərb, 2014.
3. N.Qəhrəmanova, M.Kərimov, İ.Hüseynov. Riyaziyyat. Ümumtəhsil məktəblərinin 10-cu sinfi üçün dərslik. Bakı, Radius, 2017.
4. [https://www.academia.edu/18885768/Funksiya\\_anlay%C4%B1%C5%9F%C4%B1](https://www.academia.edu/18885768/Funksiya_anlay%C4%B1%C5%9F%C4%B1)
5. Y.Məmmədov, İ.Abdullayev, Ə.Yaqubov, N.Kərimli, A.Bağirova, H.Ağayev, M.Vəliyev: TQDK-Abituriyent. 2007.

**К. Абаслы**

**Методика изучения определении  
функции и их графиков**

**Резюме**

В этой статье мы дали информацию об определении функций. В то же время мы были знакомы с определением функции, области, методов доставки, решения задачи.

**К.Абаш**

**Function and methods of the determination teaching**

**Summary**

In this article we gave information about the determination of the functions. At the same time, we were familiar with the definition of the function, the region, the delivery methods, the problem solution.

**Redaksiyaya daxil olub: 28.02.2019**