Məktəb riyaziyyat kursunda triqonometrik ifadələrin eyni çevrilməsinin tətbiqi və tədrisi metodikası

İlahə Quluzadə
Azərbaycan Dövlət Pedaqoji Universiteti
E-mail: ilahe.quluzade96@mail.ru

Rəyçilər: ped.ü.e.d., prof. A.S. Adıgözəlov,
ped.ü.f.d., dos.N.B. Nəsirov

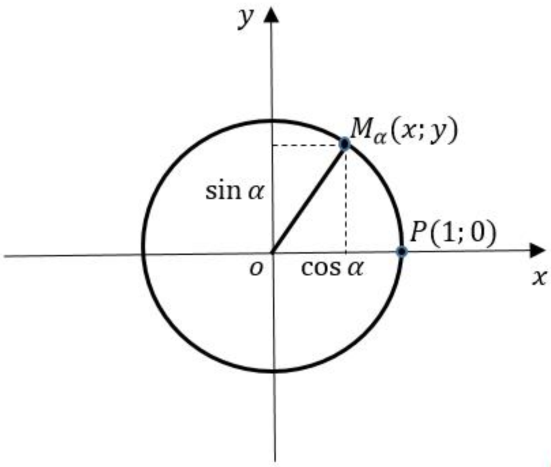
Açar sözlər: sinus, kosinus, tangens, kotangens, vahid çevrə, funksiya, eynilik
Ключевые слова: синусов, косинусов, тангенс, котангенс, единый рисунок, функции, идентичность
Key words: sine, cosine, tangent, cotangent, single circle, functions, identity

Nöqtənin koordinat başlanğıcı ətrafında dönməsi anlayışının köməyi ilə hər bir həqiqi ədədə vahid çevrə üzərində bir nöqtə qarşı qoymaqda əsas məqsəd ixtiyari bucağın triqonometrik funksiyalarının tərifini verməkdir.

Vahid çevrə üzərində M_α nöqtəsi götürmək o deməkdir ki, $P(1;0)$ nöqtəsi O koordinat başlanğıcı ətrafında $\alpha\ rad$ bucağı qədər dönüb və deməli, POM mərkəzi bucağı $\alpha\ rad$ – dır. M_α nöqtəsinin Dekart koordinatlarını x və y ilə işarə edək. Deməli, $M_\alpha = M_\alpha(x;y)$.

M_α nöqtəsinin absisinə α bucağının *kosinusu*, ordinatına isə həmin bucağın *sinusu* deyilir və belə işarə olunur (şəkil 1.): $\cos\alpha = x,\qquad \sin\alpha = y$

Qeyd edək ki, bu təriflərdə α bucağı dərəcə ilə və ya radianla verilə bilər. Həm də aydındır ki, bu təriflərdən sonra $M_\alpha = M_\alpha(\cos\alpha;\sin\alpha)$ kimi yazmaq olar.



Şəkil 1.

M_α nöqtəsi vahid çevrə üzərində olduğundan, onun koordinatları $|x| \le 1, |y| \le 1$ və $x^2 + y^2 = 1$ şərtlərini ödəyir. Buradan da alınır ki, $|\cos\alpha| \le 1, |\sin\alpha| \le 1$ və istənilən α üçün

$$\cos^2\alpha + \sin^2\alpha = 1 \qquad (1)$$

bərabərliyi ödənir. (1) bərabərliyinə *triqonometriyanın əsas eyniliyi* deyilir.

$M_\alpha(x;y)$ nöqtəsinin ordinatının absisinə nisbətinə α bucağının *tangensi*, absisinin ordinatına nisbətinə isə bu bucağın *kotangensi* deyilir. Tərifə görə

$$\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{y}{x}, \qquad \mathrm{ctg}\,\alpha = \frac{x}{y} \qquad (2)$$

Aydındır ki, α bucağının tangensinin mənası olması üçün $x \neq 0$, kotangensinin mənası olması üçün isə $y \neq 0$ olmalıdır.

α bucağının sinusunun və kosinusunun tərifinə görə alırıq ki,

$$\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}, \qquad \mathrm{ctg}\,\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$$

Buradan da aydın olur ki, $\mathrm{tg}\,\alpha$ –nın mənası olması üçün $\cos\alpha \neq 0$, $\mathrm{ctg}\,\alpha$ –nın mənası olması üçün isə $\sin\alpha \neq 0$ olmalıdır.

$\cos\alpha = 0$ bərabərliyi M_α nöqtəsi ordinat oxu üzərində olduqda, yəni $\alpha = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in Z$ olduqda ödənir. Deməli, $\mathrm{tg}\,\alpha$ –nın mənası olması üçün $\alpha \neq \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in Z$ olmalıdır. $\sin\alpha = 0$ bərabərliyi M_α nöqtəsi absis oxu üzərində olduqda, yəni $\alpha = \pi k, k \in Z$ olduqda ödənir. Yəni $\mathrm{ctg}\,\alpha$ –nın mənası olması üçün $\alpha \neq \pi k, k \in Z$ olmalıdır.

Buradan alınır ki, $\mathrm{tg}\,\alpha$ və $\mathrm{ctg}\,\alpha$ –nın hər ikisinin eyni zamanda mənası olması üçün $\alpha \neq \frac{\pi k}{2}, k \in Z$ olmalıdır (yəni M_α nöqtəsi koordinat oxlarından heç birinin üzərində olmamalıdır). Belə α –lar üçün (2) bərabərliklərini tərəf-tərəfə vurmaqla,

$$\mathrm{tg}\,\alpha \cdot \mathrm{ctg}\,\alpha = 1 \qquad (3)$$

eyniliyini alırıq.

Verilən tərifdən görünür ki, α –nın hər bir mümkün qiymətinə $\cos\alpha$ –nın, $\sin\alpha$ –nın, $\mathrm{tg}\,\alpha$ –nın, $\mathrm{ctg}\,\alpha$ –nın yeganə qiyməti uyğun olur. Buradan alınır ki, sinus, kosinus, tangens, kotangens α –nın funksiyalarıdır. Bu funksiyalara *triqonometrik funksiyalar* deyilir. Yuxarıda isbat etdiyimiz $|\cos\alpha| \leq 1, |\sin\alpha| \leq 1$ bərabərsizliklərindən alınır ki, sinus və kosinusun qiymətlər oblastı $[-1;1]$ parçasıdır. Tərifdən isə alınır ki, tangens və kotangensin qiymətləri oblastı bütün həqiqi ədədlər çoxluğudur.

Bucağın sinusu məlum olduqda (1) eyniliyindən onun kosinusunu, kosinusu məlum olduqda isə sinusunu tapmaq olar.

(1) -dən aydındır ki, $\cos\alpha = \pm\sqrt{1 - \sin^2\alpha}$ (4)

$\sin\alpha = \pm\sqrt{1 - \cos^2\alpha}$

eləcə də (3) eyniliyindən alınır ki, $\alpha \neq \frac{\pi k}{2}, k \in Z$ üçün $\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{1}{\mathrm{ctg}\,\alpha}, \qquad \mathrm{ctg}\,\alpha = \frac{1}{\mathrm{tg}\,\alpha}$

(1) eyniliyindən $\alpha \neq \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in Z$ üçün hər iki tərəfi $\cos^2\alpha$ –ya bölməklə

$1+tg^2a=\frac{1}{\cos^2 a}$ eyniliyi, $\alpha \neq \pi k, k \in Z$ üçün hər iki tərəfi $\sin^2\alpha$ –ya bölməklə

$1+ctg^2a=\frac{1}{\sin^2 a}$ eyniliyi alınır.

Misal. $\sin\alpha=\frac{4}{15}$ və $\frac{\pi}{2}<\alpha<\pi$ olduğunu bilərək qalan triqonometrik funksiyaların qiymətlərini tapaq.

α bucağı ikinci rübdə yerləşdiyindən $\cos\alpha<0$ olur. Odur ki, (4) eyniliyindən kvadrat kökün mənfi qiymətini götürməklə alarıq:

$\cos\alpha=-\sqrt{1-\frac{16}{225}}=-\frac{\sqrt{209}}{15}$, onda $tg\alpha=-\frac{4}{\sqrt{209}}$, $ctg\alpha=-\frac{\sqrt{209}}{4}$

Məqalənin aktuallığı. Məktəb təcrübəsi göstərir ki, triqonometrik ifadələrin eyni çevrilməsində şagirdlər müxtəlif çətinliklərlə qarşılaşır. Bu triqonometrik ifadələrin çevrilməsinə dair çalışmaların təliminin araşdırılması aktuallıq kəsb edir. Müəllim şagirdin yaradıcı müstəqil təfəkkürünü inkişaf etdirmək üçün müxtəlif yollar və vasitələr tətbiq edir. Şagirdlərin riyazi tədqiqatçılıq qabiliyyətlərinin inkişaf etdirilməsi təlim prosesində müəllimin başlıca vəzifəsidir.

Məqalənin elmi yeniliyi. Məktəb riyaziyyat kursunun təlimində şagirdə fərdi yanaşma zərurəti meydana çıxır. Bu səbəbdən də materialın əhəmiyyəti mənimsəmə, həm də şərhetmə xarakterinə görə zəruri sayılır.

Məqalənin praktik əhəmiyyəti və tətbiqi. Müəllimlərə, təhsilverənlərə şagirdlərin yaradıcı təfəkkürünün inkişafının imkan və yollarına dair metodik tövsiyələr verir.

Ədəbiyyat

1. Tahirov B.Ö., Namazov F.M., Əfəndi S.N., Qasımov E.A., Abdullayeva Q.Z. Riyaziyyatın tədrisi üsulları. Bakı, 2012.
2. İsmayılova S., Riyaziyyat: Ümumtəhsil məktəblərinin VII sinfi üçün dərslik. Bakı, Şərq-Qərb, 2014.
3. Qəhrəmanova N., Kərimov M., Hüseynov İ., Riyaziyyat: Ümumtəhsil məktəblərinin X sinfi üçün dərslik, Bakı, Radius, 2017.
4. Əliməmmədov R., Riyaziyyat: Abituriyentlər üçün dərs vəsaiti, Bakı, 2013.

И. Гулузада

Методика применения и преподавания превращения тригонометрических выражений в школьном курсе математики

Резюме

Понятно, что тригонометрические выражения одни из самых сложных и важных тем математики. Статья посвящена изучению превращения тригонометрических выражений. Здесь указаны сведения о получении синусов, косинусов, ангенсов,

котангенсов. Также широко интерпретируются превращения синусов, косинусов, тангенсов, котангенсов.

I.Guluzada

School mathematics courses on the use of trigonometric expressions and teaching methods.

Summary

It is clear that the trigonometric expressions are the most complex and most important topics of mathematics. The article is dedicated to the teaching of trigonometric expressions. Sine, cosine, tangent, cotangent the provided data on here. Sine, cosine, tangent, cotangent is also becoming widely commented.

Redaksiyaya daxil olub: 26.02.2019