Düzbucaqlı koordinant sistemində müxtəlif fiqurların sahələrinin müəyyən inteqral vasitəsilə hesablanması

Sevil Muradova
Azərbaycan Dövlət Pedaqoji Universiteti
E-mail: smuradova8@mail.ru

Rəyçilər: r.ü.e.d., prof. A.D. Zamanov,
ped.ü.e.d., prof. A.S. Adıgözəlov

Açar sözlər: müstəvi, sahə, koordinat, qrafik, əyrixətli trapesiya
Ключевые слова: плоскость, площадь, координата, график, травировка кривизны
Key words: plane, area, coordinate, graph, curvature trapeze

Müxtəlif funksiyaların (qüvvət, üstlü, loqarifmik, triqonometrik funksiyalar və onların tərs funksiyaları, bəzi irrasional funksiyalar) qrafikləri ilə məhdud olan fiqurların sahəsini nəzərdən keçirmək və bu sahənin yalnız çoxbucaqlılar üçün deyil, istənilən əyrixətli fiqur üçün hesablamaq mümkündür. Burada baxmalı olduğumuz müstəvi fiqurların sahələrinin varlığı ilə məşğul olmayıb, diqqət yetirəcəyimiz hər bir müstəvi fiqurunun müəyyən bir sahəyə malik olmasını əvvəlcədən qəbul edəcəyik.

Müəyyən inteqralın tərifindən aydındır ki, $\int_a^b f(x)dx$ inteqralı yuxarıdan y=f(x) əyrisi, yan tərəflərdən x=a və x=b düz xətləri ilə, aşağıdan isə Ox oxu ilə hüdudlanan müstəvi fiqurunun sahəsini ifadə edir. Həmin sahənin ədədi qiyməti S-lə işarə olunarsa

$$S = \int_a^b f(x)dx$$

düsturu alınar. Sahənin mənfi olmayan kəmiyyət olduğunu burada bir daha qeyd etmək lazımdır. Fiqurun sahəsinin inteqralın köməyi ilə hesablanması məsələsi həmişə əyrixətli trapesiyanın sahəsinin hesablanmasına gətirilir. Əyrixətli trapesiyanın koordinat müstəvisinin bir hissəsi olduğunu bilərək onu φ ilə işarə etsək:

$$\varphi = \{(x; y): a \le x \le b, 0 \le y \le f(x)\}$$

Burada $f(x)$ qrafiki əyrixətli trapesiyanı əhatə edən funksiyadır.

Sahənin hesablanmasına aid məsələlərin ardıcıllığı burada sahəsi hesablanan həndəsi fiqurların tədricən mürəkkəbləşməsini nəzərə almaqla seçilmişdir.

1. Tutaq ki, nəzərdən keçirdiyimiz müstəvi fiqur şəkil 1 (a) - da olduğu kimi yuxarı hissədən y = f (x) əyrisiylə, aşağı hissədən isə Ox oxuyla hüdudlansın. Verilmiş müstəvi fiquru əyrixətli trapesiyanın xüsusi halı sayılır. Fiqurun sahəsi

$$S=\int_a^b f(x)dx \quad (2)$$

düsturu vasitəsiylə hesablanır.

Əgər müstəvi fiquru şəkil1(b)-dəki kimi vəziyyətdə olarsa, f(x) $[a, b]$ seqmentində mənfi qiymət alar. Bu zaman sahənin ədədi qiyməti mənfı olar. Bu sahənin mütləq qiyməti

$$|S| = \left| \int_a^b f(x)dx \right|$$

düsturu vasitəsilə hesablanacaqdır.

2. Fərz edək ki, şəkil 2-də olduğu kimi müstəvi fiqurunun A_1AC hissəsi Ox oxunun yuxarı hissəsində, CBB_1 hissəsi Ox oxunun aşağı tərəfində yerləşsin. y=f(x) əyrisinin $[a,b]$-ə uyğun hissə birinci hissəni yuxarı tərəfdən, ikinci hissəni isə aşağı tərəfdən hüdudlayan ACB qövsüdür. $[a,b]$ seqmenti $[a,c]$ və $[c,b]$ seqmentində f(x) olur. Birinci hissənin sahəsinin ədədi qiyməti müsbət, ikincininki isə mənfi olur.

Bu səbəbdən də hissələrin sahəsini (2) vasitəsi ilə hesablayaraq nəticələri topladığımız zaman axtarılan sahənin qiyməti

S=$\int_c^b f(x)dx + \left|\int_c^b f(x)dx\right|$

düsturuyla ifadə olunar.

Sahənin hesablanmasına aid məsələlərin ardıcıllığı burada sahəsi hesablanan həndəsi fiurların tədricən mürəkkəbləşməsini nəzərə almaqla seçilmişdir.

1. Tutaq ki, nəzərdən keçirdiyimiz müstəvi fiqur şəkil 1 (a)-da olduğu kimi yuxarı hissədən y = f (x) əyrisiylə, aşağı hissədən isə Ox oxuyla hüdudlansın. Verilmiş müstəvi fiquru əyrixətli trapesiyanın xüsusi halı sayılır. Fiqurun sahəsi

S=$\int_a^b f(x)dx$ (2)

düsturu vasitəsiylə hesablanır.

Əgər müstəvi fiquru şəkil1(b)-dəki kimi vəziyyətdə olarsa, f(x) $[a,b]$ seqmentində mənfi qiymət alar. Bu zaman sahənin ədədi qiyməti mənfı olar. Bu sahənin mütləq qiyməti

$$|S| = \left| \int_a^b f(x)dx \right|$$

düsturu vasitəsilə hesablanacaqdır.

2. Fərz edək ki, şəkil 2-də olduğu kimi müstəvi fiqurunun A_1AC hissəsi Ox oxunun yuxarı hissəsində, CBB_1 hissəsi Ox oxunun aşağı tərəfində yerləşsin. y=f(x) əyrisinin $[a,b]$-ə uyğun hissə birinci hissəni yuxarı tərəfdən, ikinci hissəni isə aşağı tərəfdən hüdudlayan ACB qövsüdür. $[a,b]$ seqmenti $[a,c]$ və $[c,b]$ seqmentində f(x) olur. Birinci hissənin sahəsinin ədədi qiyməti müsbət, ikincininki isə mənfi olur.

Bu səbəbdən də hissələrin sahəsini (2) vasitəsi ilə hesablayaraq nəticələri topladığımız zaman axtarılan sahənin qiyməti

S=$\int_c^b f(x)dx + \left|\int_c^b f(x)dx\right|$

düsturuyla ifadə olunar.

Sahənin hesablanmasına aid məsələlərin ardıcıllığı burada sahəsi hesablanan həndəsi fiqurların tədricən mürəkkəbləşməsini nəzərə almaqla seçilmişdir.

1. Tutaq ki, nəzərdən keçirdiyimiz müstəvi fiqur şəkil 1 (a)-da olduğu kimi yuxarı hissədən y = f (x) əyrisiylə, aşağı hissədən isə Ox oxuyla hüdudlansın. Verilmiş müstəvi

fiquru əyrixətli trapesiyanın xüsusi halı sayılır. Fiqurun sahəsi

S=$\int_a^b f(x)dx$ (2)

düsturu vasitəsiylə hesablanır.

Əgər müstəvi fiquru şəkil1(b)-dəki kimi vəziyyətdə olarsa, f(x) $[a,b]$ seqmentində mənfi qiymət alar. Bu zaman sahənin ədədi qiyməti mənfı olar. Bu sahənin mütləq qiyməti

$$|S| = \left|\int_a^b f(x)dx\right|$$

düsturu vasitəsilə hesablanacaqdır.

2. Fərz edək ki, şəkil 2-də olduğu kimi müstəvi fiqurunun A_1AC hissəsi Ox oxunun yuxarı hissəsində, CBB_1 hissəsi Ox oxunun aşağı tərəfində yerləşsin. y=f(x) əyrisinin $[a,b]$-ə uyğun hissə birinci hissəni yuxarı tərəfdən, ikinci hissəni isə aşağı tərəfdən hüdudlayan ACB qövsüdür. $[a,b]$ seqmenti $[a,c]$ və $[c,b]$ seqmentində f(x) olur. Birinci hissənin sahəsinin ədədi qiyməti müsbət, ikincininki isə mənfi olur.

Bu səbəbdən də hissələrin sahəsini (2) vasitəsi ilə hesablayaraq nəticələri topladığımız zaman axtarılan sahənin qiyməti

S=$\int_c^b f(x)dx + \left|\int_c^b f(x)dx\right|$

düsturuyla ifadə olunar.

3. Əgər müstəvi fiquru yuxarı tərəfdən y=(x) əyrisiylə, aşağı tərəfdən isə y= (x) lə, yan tərəflərdən isə x=a və x=b düz xətləriylə hüdudlanarsa, onda şəkil3-də hər iki əyrinin Ox oxunun yuxarı tərəfində yerləşməsini görərik.

AA_2B_2B və AA_1B_1B əyrixətli trapesiyalarının sahələrinin fərqi baxılan fiqurun S-sahəsinə bərabərdir.

S=$S_{AA_2B_2B} - S_{AA_1B_1B}$ (*)

Hər iki əyrixətli trapesiyanın sahəsi $\int_c^c f(x)dx$ düsturu vasitəsilə hesablanır.

$$S_{AA_2B_2B} = \int_a^b f(x)dx \ S_{AA_1B_1B} = \int_a^b \varphi(x)dx$$

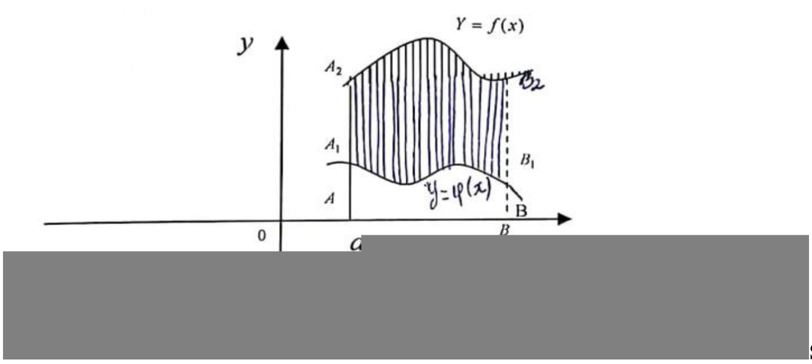
bu münasibətləri yuxarıda qeyd etdiyimiz (*) bərabərliyində yerinə qoysaq axtardığımız sahə üçün

S=$\int_a^b f(x)dx - \int_a^b \varphi(x)dx$

yaxud da

S=$\int_a^b |f(x) - \varphi(x)|\, dx$

düsturu alınacaqdır.



şəkil3

Məqalənin aktuallığı. İnteqralın həndəsi tətbiqləri XI siniflərin riyaziyyat kursunda istər cəbr və analizin başlanğıcı (sahələr və onların hesablaması), istərsə də həndəsə (həcmlər və onların hesablanması) materiallarının öyrənilməsində tətbiq olunur. Bu məqsədlə sahənin yalnız düz xətlərlə əhatə olunan fiqurlar üçün deyil, istənilən əyrixətli fiqur üçün xassələrini cəbr analizin başlanğıcı kursunda da təkrarlayaraq ifadə etmək lazımdır.

Məqalənin elmi yeniliyi. Məktəb riyaziyyat kursunun təlimində şagirdə fərdi yanaşma zərurəti meydana çıxır. Bu səbəbdən də materialın əhəmiyyəti mənimsəmə, həm də şərhetmə xarakterinə görə zəruri sayılır.

Məqalənin praktik əhəmiyyəti və tətbiqi. Müəllimlərə, təhsilverənlərə şagirdlərin yaradıcı təfəkkürünün inkişafının imkan və yollarına dair metodik tövsiyələr verir .

Ədəbiyyat

1. Ümumtəhsil məktəblərinin X-XI sinifləri üçün riyaziyyat dərsliyi, Bakı, 2015.

2. Adıgözəlov A.S. Orta məktəbdə riyaziyyatın tədrisi metodikası. Bakı: ADPU-nin nəşriyyatı, 2015.

3. Həndəsə: Ümumtəhsil məktəblərinin 11-ci sinif üçün dərslik / S.S.Mirzəyevin red. ilə. Bakı: Çaşıoğlu, 2007.

4. Həsənova X.S. Cəbr və analizin başlanğıcı kursunun həndəsə kursu ilə qarşılıqlı əlaqəsi haqqında // ADPU-nin "Elmi xəbərləri" (pedaqoji-psixoloji elmlər seriyası). Bakı: ADPU nəşri, 2008.

5. Mərdanov M.C. və başqaları. Cəbr və analizin başlanğıcı: 11-ci sinif. Bakı, Çaşıoğlu, 2007.

С. Мурадова

Применение определенного интеграла для расчета областя объектов

Резюме

Вопрос об увеличении научного уровня и эффективности обучения был выдвинут своевременно, выделив достаточное пространство для интерпретации научных принципов преподавания системы исследований по интеграции средних школ и их применения в различных ситуациях. Методологические соображения для изучения

Интегрированной учебной системы, которые будут выражены в предмете, помогут математике средних школ, улучшить учеб ные пособия и учебные программы. Таким образом, можно достичь развития учеников путем координации теоретической и практической деятельности по изучению системы интеграции на курсе математики средней школы.

S. Muradova

Counting in the system of right-angled coordinating definite integration with the help of the areas of the different figures

Summary

The issue of increasing the scientific level and effectiveness of the training has been put forward in a timely manner by allocating sufficient space for the interpretation of the scientific principles of the teaching of the system of studies on the integration of secondary schools and the application of them in different situations. The methodological considerations for the study of the Integrated Study System,which will be expressed in the subject, will help maths of secondary schools, improve teaching aids and curricula. Thus, it is possible to achieve the development of pupils by coordinating theoretical and practical activity on the study of the system of integration in the secondary school mathematics course.

Redaksiyaya daxil olub: 30.01.2019