Cismin həcminin hesablanmasına inteqralın tətbiqi

Vüsalə Səfərova
Azərbaycan Dövlət Pedaqoji Universiteti
E-mail: vusale.seferova.95@mail.ru

Rəyçilər: ped.ü.e.d., prof. A.S. Adıgözəlov,
ped.ü..f.d. C.N. Abdullayeva

Açar sözlər: çoxüzlü, silindir, doğuran, hündürlük, sahə, yan səth, həcm, inteqral
Ключевые слова: многострочный, цилиндр, подшипник, высота, площадь, боковая поверхность, объем, интегральная
Key words: multiline, cylinder, bearing, altitude, area, side surface, volume, integral

Müstəvidən fərqli səthlərdən ən çox diqqəti cəlb edən nisbətən sadə səthlər silindr, konik və fırlanmadan alınan səthlərdir.

Düzbucaqlını onun tərəflərindən birinin ətrafında tam fırlatsaq *silindir* adlanan həndəsi fiqur alarıq. Düzbucaqlının b kateti ətrafında fırlanmasından silindir alınır. Fırlanma zamanı düzbucaqlının a uzunluqlu tərəfləri dairə, b tərəfi isə silindirik səth əmələ gətirir. Dairələr silindirin oturacaqları, silindirik səth isə yan səth adlanır.

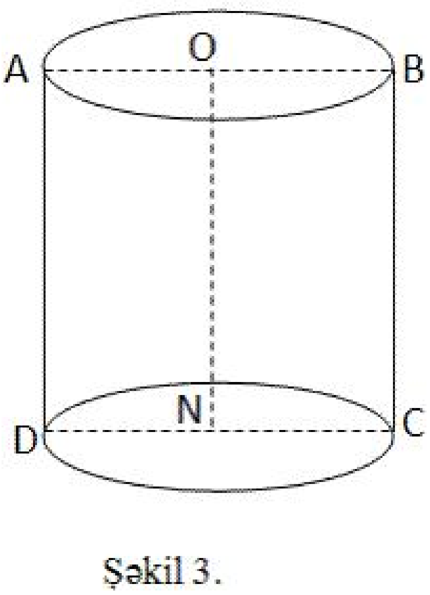
Silindirin üst oturacağının O mərkəzi ilə alt oturacağın N mərkəzini birləşdirən ON parçasına *silindirin oxu* deyilir. Silindirin oxu həm də onun hündürlüyüdür. Silindirin oxundan keçən müstəvi ilə silindirin kəsişməsindən alınan fiqur, silindirin *ox kəsiyi* adlanır.

Silindirin ox kəsiyi ilə silindirik səthin kəsişməsindən alınan parçalar silindirin *doğuranı* adlanır. Aydındır ki, silindirin ox kəsiyinin oturacaqlarla kəsişməsindən alınan parçalar oturacaqların *diametrləri* olar.

Doğuran adlanan xəttin verilmiş xəttə paralel yerdəyişməsindən (fırlanmasından) alınan səthə *silindirik səth* deyilir. Doğuran xətt fırlanma zamanı istiqamətləndirici kəsilməz əyrini kəsir. Bu əyrini çevrə götürsək, *dairəvi silindirik səth* alarıq. Silindirik səthi doğurana perpendikulyar müstəvi üzrə kəssək kəsikdə dairə alınır.

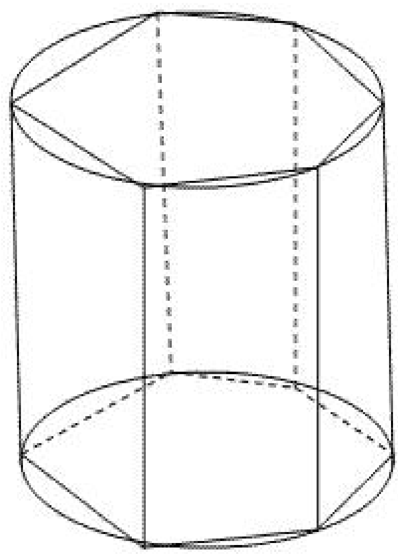
Əgər silindirik səthi doğurana perpendikulyar paralel müstəvilərlə kəssək *dairəvi silindir* alarıq. Düzbucaqlının bir tərəfini ox adlandırıb onu bu ox ətrafında fırlatsaq, alınan cismə *düz dairəvi silindir* deyilir. Silindirin ox kəsiyi oturacağı oturacaq çevrəsinin diametri, hündürlüyü silindirin hündürlüyünə bərabər düzbucaqlıdır.

Düz dairəvi silindirin açılışı da düzbucaqlıdır. Bu düzbucaqlının oturacaq tərəfi silindirin oturacaq çevrəsinin uzunluğuna, hündürlüyü isə silindirin hündürlüyünə bərabərdir.



Şəkil 3.

Şəkildə ON silindirin oxu, $ABCD$ düzbucaqlısı silindirin ox kəsiyidir. Silindirin ox kəsiyi kvadrat olarsa, ona bərabərtərəfli silindir deyirlər. Silindiri onun hər hansı doğuranı boyunca kəssək və alınan səthi müstəvi üzərində hamarlasaq, düzbucaqlı və iki bərabər dairə alarıq. Bu düzbucaqlının tərəflərindən biri oturacaq çevrəsinin uzunluğu, digər tərəfi isə silindirin doğuranı olar. $AMKD$ düzbucaqlısı, silindirin yan səthinin açılşı olacaq. Onda AM tərəfi oturacaq çevrəsinin uzunluğu olduğundan $AM = 2\pi R$, AD tərəfi isə silindirin doğuranı olduğundan, $Syan = AM \cdot AD = 2\pi R \cdot AD$, $AD = L$ olsun. Onda $Syan = 2\pi RL$ olar. Silindirin oturacaqları dairə olduğu üçün, onun tam səthi $Stam = Syan + 2Sot = 2\pi RL + 2\pi R2 = 2\pi R(R + L)$ olar. Təpələri silindirin oturacaqları üzərində olan prizma silindir daxilinə çəkilmiş prizma adlanır. Silindir isə prizma xaricinə çəkilmiş silindir adlanır.

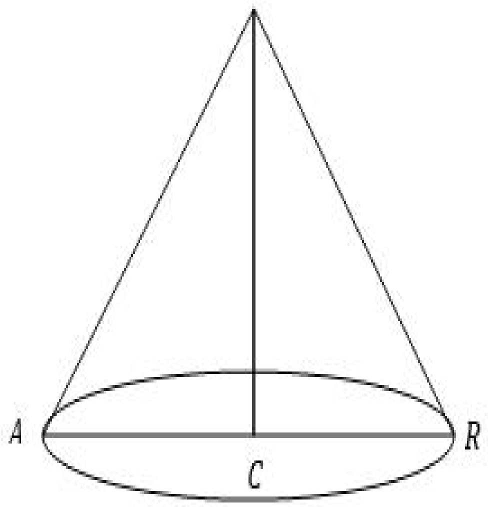


Şəkil5

Səkil 5-də gördüyünüz silindirin daxilinə düzgün altıbucaqlı prizma çəkilmişdir. Silindirin həcmi ilə prizmanın həcmləri arasındakı fərq hiss olunur. Təsəvvür edin ki, bu silindirin daxilinə düzgün bucaqlı çəkilmişdir. Onda həcmlər arasındakı fərq hiss olunmayacaqdır, yəni həcmlər təxminən eyni olacaqdır. Bu zaman prizmanın oturacağının sahəsi dairənin sahəsi ilə təxminən eyni olduğundan belə nəticəyə gəlmək olar ki, silindirin həcmi

$V = SotH = \pi R2H$ $olar\ H = L$ olduğundan, $V = SotH = \pi R2L$, kimi də yazmaq olar. (burada R oturacaq çevrəsinin radiusu, L isə doğurandır). İnteqral hesabından bu düsturun doğruluğu alınır. $OO1 = x, OO2 = h, 0 \le x \le h$ əvəzləmələrini qəbul etsək, $Sot = \pi R^2$ düsturunu nəzərə alsaq,

$$V = \int_0^h r^2\pi\, dx = r^2\pi * x \mid_0^h = r^2\pi h$$ alınır.



Konus tərpənməz bir nöqtədən keçib doğuran adlanan xəttin istiqamətləndirici əyrini kəsərək hərəkəti nəticəsində alınan səth *konik səth* adlanır. İstiqamətləndirici əyri çevrə olsa, konik səthlə oturacağı dairə olan cism düz dairəvi konus adlanır.

Düzbucaqlı üçbucağı katetləri ətrafında fırlatsaq, düz dairəvi konus alarıq.

$AC = H$ konusun hündürlüyü, $BC = R$ oturacağın radiusudur. A nöqtəsini oturacaq çevrəsinin nöqtəsi ilə birləşdirdikdə alınan xətlər doğuranlardır.

Konusun ox kəsiyi yan, tərəfləri doğuran, oturacağı oturacaq çevrəsinin diametrinə bərabər olan bərabəryanlı üçbucaqdır. Bərabərtərəfli konus dedikdə $AB = AC = BC = L$ olan konusu başa düşürük $(L = 2R)$.

Konusun açılışı radiusu doğurana, qövsün uzunluğu oturacaq çevrəsinin uzunluğuna bərabər dairə sektorudur.

$$S_{sek} = \frac{\pi L^2 \alpha^0}{360^0} = S_{yan}$$

$$S_{sek} = \frac{\pi L \alpha^0}{180^0} \cdot \frac{L}{2} = \frac{1}{2} l \cdot L$$

Burada ilə qövsün uzunluğu işarə edilmişdir. $l = 2\pi R$ - dir. Onda konusun yan səthinin sahəsi aşağıdakı kimi olar:

$$S_{yan} = \frac{1}{2} 2\pi R \cdot L = \pi RL$$

$$S_r = \pi RL + \pi R^2; \quad V = \frac{1}{3}\pi R^2 H, \qquad 0 \le x \le H$$

$$\frac{\pi r^2}{\pi R^2} = \frac{x^2}{H^2}$$

$$V = \int_0^H \frac{R^2}{H^2} x^2\, dx = \frac{R^2}{H^2} \cdot \frac{x^3}{3} \Big|_0^H = \frac{1}{3}\pi R^2 H$$ olduğu alınır.

Tam konusu oturacağa paralel müstəvi ilə kəssək, kəsən müstəvi ilə oturacaq arasında qalan tam konusun hissəsinə kəsik konus deyilir.

Düzbucaqlı trapesiyanı düz bucaq əmələ gətirən tərəf ətrafında fırlatsaq dairəvi kəsik konus alarıq. Kəsik konusun ox kəsiyi bəarbəryanlı trapesiyadır, yan tərəfi doğuranlar, oturacaqları isə alt və üst oturacaqların çevrələrin diametrləridir.

Məqalənin aktuallığı. Müşahidələr göstərir ki, məktəb riyaziyyatı tədrisində cisimlərin həcminin hesablanması, onlara inteqralın tətbiqi böyük əhəmiyyət kəsb edir və bu mövzu şagirdlər tərəfindən müxtəlif çətinliklərlə rastlaşır. Bu nöqteyi nəzərdən cisimlərin hesablanmasında inteqralın tətbiqinin araşdırılması aktuallıq kəsb edir.

Məqalənin elmi yeniliyi. Məktəb riyaziyyat kursunun təlimində şagirdə fərdi yanaşma zərurəti meydana çıxır. Bu səbəbdən də materialın əhəmiyyəti mənimsəmə, həm də şərhetmə xarakterinə görə zəruri sayılır.

Məqalənin praktik əhəmiyyəti və tətbiqi. Məqalədən orta ixtisas və orta ümumtəhsil məktəblərinin müəllimləri, eləcə də tələbə və magistrantlar istifadə edə bilərlər.

Ədəbiyyat

1.B.Ö.Tahirov, F.M.Namazov, S.N.Əfəndi, E.A.Qasımov, Q.Z.Abdullayeva. Riyaziyyatın tədrisi üsulları. Bakı, 2009.

2. Ə.Məmmədov. Elementar riyaziyyat. Bakı, 2012.

3.N.Qəhrəmanova, M.Kərimov, İ.Hüseynov. Riyaziyyat. Ümumtəhsil məktəblərinin X sinfi üçün dərslik. Bakı, Radius, 2017.

4. http://muallim.000a.biz/online_ders_16.html?i=1

В. Сафарова

Применение интеграла в вычислении объема тела

Резюме

Использование целых чисел для вычисления объема объектов является незаменимым предметом геометрии. Применение интеграла к вычислению является началом математического анализа.

V. Safarova

The application of integral in the calculation of the volume of the body

Summary

The use of integers to calculate the volume of objects is an indispensable subject of geometry. The application of integral to calculation is the beginning of mathematical analysis.

Redaksiyaya daxil olub: 28.02.2019