Düzbucaqlı üçbucağın həlli ilə bağlı mülahizələr

Natiq Hacızadə
ADPU-nun baş müəllimi
Oqtay Nəbiyev
ADPU-nun baş müəllimi
E-mail: oqtaynabiyev@mail.ru

Rəyçilər: f.-r.ü.f.d., dos. M.Ə. Şahverdiyev,
tex.e.ü.f.d., dos. Ç.M. Həmzəyev

Açar sözlər: düzbucaqlı üçbucaq, Pifaqor üçbucağı, Pifaqor teoremi, katet, hipotenuz
Ключевые слова: прямоугольный треугольник, треугольник Пифагора, теорема Пифагора, катетер, гипотенуза
Key words: rectangular triangle, Pythagoras triangle, Pythagoras theorem, catheter, hypotenuse

Aydındır ki, tərəflərinin uzunluqları *a*, *b*, *c* tam ədədlər olub

$$a^2 + b^2 = c^2 \qquad (1)$$

münasibətini ödəyərsə, belə üçbucağa Pifaqor üçbucağı deyilir. Belə üçbucaq katetləri *a*, *b* və hipotenuzu *c* olan düzbucaqlı üçbucaqdır və (1) münasibəti də məhz belə üçbucaqlara xas olan Pifaqor teoremidir.

Aydın məsələdir ki, düzbucaqlı üçbucaqların hamısı üçün Pifaqor teoremi ödənildiyi halda, düzbucaqlı üçbucaqların heç də hamısı Pifaqor üçbucağı deyil. Düzbucaqlı üçbucaqların Pifaqor üçbucağı olması üçün gərək katetlər və hipotenuz ancaq tam ədədlər olsun.

Pifaqor öz üçbucağını qurmaq üçün onun tərəflərinin uzunluğunu göstərən ədədləri tapmaqda aşağıdakı düsturdan istifadə etmişdir:

$$(2k+1)^2 + \left(2k^2+2k\right)^2 = \left(2k^2+2k+1\right)^2 \qquad (2)$$

burada *k* - istənilən natural ədəddir. $(2k+1)$ kiçik katet, $(2k^2+2k)$ böyük katet və $(2k^2+2k+1)$ hipotenuzdur.

Amma, yalnız bir kateti verilmiş düzbucaqlı üçbucağın digər katetini və hipotenuzunu verilən katetlə ifadə etməklə Pifaqor üçbucağını yox, Pifaqor teoremini ödəyən ədədlər üçlüyünü əldə etmək olar. Bu ədədlər ardıcıllığı $a, \quad \frac{a^2-1}{2}, \quad \frac{a^2+1}{2}$ şəklindədir. Burada, $a > 1$ və $a \in R$. Yəni, $a > 1$ şərtini ödəyən ixtiyari həqiqi ədəd üçün həmin üçlük (1) şərtini ödəyir.

Doğrudan da,

$$\left(\left(\frac{a^2+1}{2}\right)^2 = \left(\frac{a^2-1}{2}\right)^2 + a^2\right) \Rightarrow (a^4 + 2a^2 + 1 = a^4 - 2a^2 + 1 + 4a^2) \Rightarrow\Rightarrow (a^4 + 2a^2 + 1 = a^4 + 2a^2 + 1)$$

eyniliyi həmin ədədlərin Pifaqor teoremini ödədiyini göstərir. Bu ədədlər ardıcıllığının düzgün seçildiyini təsdiq etmək üçün bəzi xüsusi halları nəzərdən keçirək və sonra fikrimizin ümumi hal üçün də doğru olduğunu göstərək.

1. $\alpha = 30°$ götürək. Onda, $b = a\sqrt{3}, c = 2a$ olar. Yəni,

$$\left(\frac{a^2-1}{2}=a\sqrt{3}\right)\Rightarrow\left(a^2-2a\sqrt{3}-1=0\right)\Rightarrow\left(a=2+\sqrt{3}\right) \text{ və}$$

$$\left(\frac{a^2+1}{2}=2a\right)\Rightarrow\left(a^2-4a+1=0\right)\Rightarrow\left(a=2+\sqrt{3}\right)$$

Deməli, hər iki halda *a*-nın qiyməti eynidir.

2. $\alpha < 90°$ götürək. Onda, $b=\frac{a}{tg\alpha}, c=\frac{a}{sin\alpha}$ olar. Yəni,

$$\left(\frac{a^2-1}{2}=\frac{a}{tg\alpha}\right)\Rightarrow\left(a^2-\frac{2a}{tg\alpha}-1=0\right)\Rightarrow\left(a=\frac{1}{tg\alpha}\pm\sqrt{\frac{1}{tg^2\alpha}+1}\right)\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\left(a=\frac{cos\alpha}{sin\alpha}\pm\frac{1}{cos\alpha\cdot tg\alpha}\right)\Rightarrow\left(a=\frac{cos\alpha}{sin\alpha}\pm\frac{1}{sin\alpha}\right)\Rightarrow\left(a=\frac{cos\alpha\pm1}{sin\alpha}\right)$$

$a>1$ olduğu üçün alırıq ki, $a=\frac{cos\alpha+1}{sin\alpha}$ olar.

$$\left(\frac{a^2+1}{2}=\frac{a}{sin\alpha}\right)\Rightarrow\left(a^2-\frac{2a}{sin\alpha}+1=0\right)\Rightarrow\left(a=\frac{1}{sin\alpha}\pm\sqrt{\frac{1}{sin^2\alpha}-1}\right)\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\left(a=\frac{1}{sin\alpha}\pm\frac{cos\alpha}{sin\alpha}\right)\Rightarrow\left(a=\frac{1\pm cos\alpha}{sin\alpha}\right)\Rightarrow\left(a=\frac{cos\alpha+1}{sin\alpha}\right)$$

Yenə də hər iki halda *a* kateti eyni qiymət alır. Beləliklə, göstərildi ki, $a>1$ **və** şərtləri daxilində

$$a,\quad \frac{a^2-1}{2},\quad \frac{a^2+1}{2}$$

ədədləri həmişə (1) şərtini, yəni Pifaqor teoremini ödəyir. Deməli, düzbucaqlı üçbucağın bir kateti verilərsə, bu ədədlər üçlüyünün vasitəsilə onun bütün elementlərini tapmaq olar. Aşağıdakı nümunələri nəzərdən keçirək.

1) $a=3,\quad \frac{a^2-1}{2}=4,\quad \frac{a^2+1}{2}=5$

$$3^2+4^2=5^2$$

2) $a=\sqrt{7},\quad \frac{a^2-1}{2}=3,\quad \frac{a^2+1}{2}=4$

$$\left(\sqrt{7}\right)^2+3^2=4^2$$

3) $a=\frac{5}{4},\quad \frac{a^2-1}{2}=\frac{9}{32},\quad \frac{a^2+1}{2}=\frac{41}{32}$

$$\left(\frac{41}{32}\right)^2+\left(\frac{9}{32}\right)^2=\left(\frac{5}{4}\right)^2$$

$$\left(\frac{41}{32}-\frac{9}{32}\right)\left(\frac{41}{32}+\frac{9}{32}\right)=\frac{25}{16}$$

$$\frac{32}{32}\cdot\frac{50}{32}=\frac{25}{16}$$

$$\frac{25}{16}=\frac{25}{16}$$

Məqalənin aktuallığı. Həm orta məktəbdə, həm də ali məktəbdə düzbucaqlı üçbucaqların həlli ilə əlaqəli məsələlərə tez-tez rast gəlindiyindən bu məqaləni aktual hesab etmək olar.

Məqalənin elmi yeniliyi. Katetlərindən biri verilmiş düzbucaqlı üçbucağın digər katetini və hipotenuzunu həmin katetlə ifadə edən düstur verilmişdir ki, bu da məqalənin elmi yeniliyi hesab edilməlidir.

Məqalənin praktik əhəmiyyəti və tətbiqi. Məqalədən ali və orta ixtisas məktəblərinin müəllimləri, tələbə və magistrantlar istifadə edə bilərlər.

Ədəbiyyat

1. M.S.Əkbərov. Ədədlər və fiqurlar aləmində. Bakı: Nurlan, 2004.
2. M.S.Əkbərov. Riyaziyyat nədir? Bakı: Nurlan, 2003.
3. N.A.Sadıqov. Riyaziyyatın ibtidai kursunun elmi əsasları. Bakı: Maarif, 1991.
4. И.М.Виноградов. Основы теории чисел. М.: Наука, 1986.

Н. Гаджизаде, О. Набиев

Соображения связанных с решением прямоугольного треугольника

Резюме

В статье рассматривается треугольник Пифагора, чтобы найти его стороны, используемые в формуле.

N. Hajizadeh, O. Nabiyev

Considerations related to the solution of a rectangular triangles

Summary

Pythagoras triangles, his side are looking to find a formula used in the article.

Redaksiyaya daxil olub: 01.04.2019