

Törəmənin tətbiqi mövzusunun tədrisində fəndaxili əlaqədən istifadənin metodikası

Növrəstə Sidqəli qızı Bayramova

Sumqayıt Dövlət Universitetinin dosenti,

riyaziyyat üzrə fəlsəfə doktoru

E-mail: abdullayev_ayxan@list.ru

Rəyçilər: p.ü.f.d., dos. X.S. Həsənova,
r.ü.f.d., dos. F.F. Əliyev

Açar sözlər: riyazi anlayışlar, fəndaxili əlaqə, törəmə, riyazi metodlar

Ключевые слова: математические понятия, внутридисциплинарная связь, производная, математические методы

Key words: mathematical concepts, intradisciplinary communication, derivative, mathematical methods

Bu mövzu şagirdlərdə riyaziyyatın predmeti haqqında dialektik-materialist təsəvvürlərin formalaşması üçün çox faydalıdır. Müəllim real aləmin ən müxtəlif hadisələri və proseslərinin öyrənilməsi üçün törəmədən necə istifadə edildiyini, “kimyəvi reaksiyaların sürəti”, “düzxətli hərəkətin ani sürəti”, “bircinsli olmayan çubuğun xətti sıxlığı”, “şəbəkədə cərəyanın gücü” və s. kimi anlayışların vahid şərhinin necə alınmasını törəmə anlayışının köməyi ilə göstərə bilər.

Riyaziyyatın ən mücərrəd elmlərdən biri olmasına baxmayaraq, müəllim bu mövzunun öyrənilməsində mücərrədliyi riyaziyyatın anlayışlarının həqiqi aləmin anlayışlarından heç də ayrılması demək olmadığını şagirdlərə göstərməlidir.

Bu və ya digər riyazi anlayışlardakı ideyaların dərinliyi onların müxtəlif sahələrdə tətbiqlərini tapmağa imkan verir. Deməli, şagirdlərin əsas vəzifəsi müxtəlif faktların əzbərlənməsi deyil, ümumi yanaşmalar və metodların aydınlaşdırılmasından ibarət olmalıdır.

Törəmə anlayışının öyrənilməsi dünyagörüşü məsələlərinin izah edilməsi və real aləmin elm vasitəsilə inikasının dialektik xarakterinin nümayiş etdirilməsi üçün böyük imkanlar yaradır.

Şagirdlərə bir tərəfdən törəmənin fiziki mənasının ani sürət olması tam aydındır. Digər tərəfdən, fiziki baxımdan “ani sürət” söz birləşməsi daxilən ziddiyyətlidir. Həqiqətən, sürət anlayışı (həm tarixən, həm də şagirdlər qarşısında) məsafənin və bu məsafəni getmək üçün sərf olunan vaxta nisbəti ilə ölçülən fiziki kəmiyyət sürətin orta sürət kimi tərifində hərəkətin hər hansı sonlu zaman aralığında baş verməsi zəruridir. Beləliklə, növbəti ziddiyyət yaranır: orta sürət anlayışı sonlu zaman aralığı ilə bağlıdır, lakin ixtiyari kiçik zaman aralığında dəyişən sürətli hərəkətdə bu xarakteristika sabit qalmır və nöqtədə orta sürətdən danışmaq olmaz. Bu ziddiyyət limit anlayışı əsasında, daxil edilən yeni bir anlayışın köməyi ilə (funksiyanın dəyişməsinin ani sürəti – törəmə vasitəsilə) aradan qaldırılır.

Bu yeni anlayış əvvəlki ilə sıx əlaqəlidir. x_0 – nöqtəsində törəmənin a -ya bərabər olması onu göstərir ki, x_0 – nöqtəsinin yaxınlığında hərəkətin orta sürəti təxminən a -ya bərabərdir. Laqranj teoremi müəyyən mənada “tərs” əlaqəni göstərir: yəni ixtiyari zaman aralığında orta sürət müəyyən anda aralığında x ilindəki ani sürətə bərabərdir.

Nəzərə almaq lazımdır ki, törəmə anlayışının daxil edilməsi zamanı VIII sinfin fizika kursundan şagirdlərə ani sürət anlayışı tanışdır. Əgər o tərif riyaziyyatda limit anlayışını daxil et-

dikdən sonra tərfi ilə müqayisə etsək, onda riyazi aparatın dəqiq dil terminologiyasında aydınlıq gətirilməsinə necə kömək etdiyi görünür.

Törəmənin mənasının göstərilməsi ibtidai funksiya anlayışlarının propedivtikası üçün yumruqlu mexanizmin analizi adlanan texniki məsələdən istifadə etmək olar.

“Qrafik diferensiallama” adlanan bu üsul yalnız yumruqlu mexanizmlərin analizində tətbiq olunmur. Əgər bəzi mülahizələrə görə müəllim konkret texniki məsələ kimi bu misaldan istifadə etmək istəmirsə, onda funksiyanın qrafikinə görə törəmənin qrafikinə necə qurulduğunu göstərmək faydalıdır. Adətən müəllimlərin çoxu həm funksiyanın, həm də onun törəməsinin qrafikinə qurulması məsələsini eyni çertyojda verirlər, ya məsələn, $f(x) = x^3 + x$ düsturunu verməklə, ya da funksiyanın özünü aparma xarakteri ilə törəmənin işarəsi arasındakı əlaqədən istifadə etmək tövsiyə olunur. Qrafik diferensiallama keyfiyyətin vəziyyətini dəqiqləşdirir, yalnız törəmənin işarəsini deyil, həm də qiymətini müəyyən etməyə imkan verir. Bu məsələnin triqonometrik funksiyalar üçün təqdim edilməsi şagirdləri çox maraqlandırır. Belə ki, şagirdlərin hələ törəmə düsturlarını bilmədikləri vaxt onlara məsələn, sinus üçün törəmə qrafikinə qurulması məsələsi təklif olunur. Onlarda təbii ki, sinus funksiyası törəməsinin kosinus olması fərziyyəsi yaranır. Bunun nəzəri isbatı fərziyyənin təsdiqi kimi qənaətbəxş qəbul olunur.

Şagirdlər bilməlidirlər ki, törəmənin əsas fiziki mənası düzxətli hərəkətdə sürətdir. Lakin şagirdlərə həm törəmə, həm də integralın tətbiqi ilə fiziki məzmunlu məsələləri təklif etmək üçün onlara aydınlaşdırmaq lazımdır ki, törəmənin fiziki mənası mexaniki hərəkətdəki sadəcə sürətdən daha genişdir.

Sürət müntəzəm hərəkətin ən sadə halında, iki kəmiyyətin nisbəti kimi yaranır və ya daha yaxşı desək, iki müxtəlif cinsli kəmiyyətlərin mütənasiblik əmsalı kimi məsafə (xətti vahidlərdə) və zaman (saniyələrdə, dəqiqələrdə, saatlarda və s.).

$$S = vt + S_0 \quad (1)$$

düsturundan sürət v – mütənasiblik əmsalı, $v = \frac{\Delta S}{\Delta t}$ nisbəti kimi tapılır və ölçü prinsipi-

nə görə “törəmə” ölçüsünü ($\frac{m}{san}$, $\frac{km}{saat}$ və s.) tapırlar.

(1) düsturu ən sadə halda hərəkət müntəzəm olduqda, yəni məsafə və zaman arasındakı asılılıq xətti olduqda doğrudur.

Qeyri-müntəzəm hərəkət üçün bu mütənasiblik əmsalının müəyyən mənada ümumiləşməsi törəmədir. Onda (1) düsturunun əvəzinə

$$v = \frac{dS}{dt}$$

əmələ gəlir və $S = vt + S_0$ xətti asılılıq $S = S(t)$ ümumi düsturu ilə əvəz olunur. Xətti düsturla “əlaqə kiçik” aralıqlarda saxlanılır. Belə ki,

$$S(t) \approx S'(x_0) \cdot (t - t_0) + S(t_0).$$

Bu mühakiməni asanlıqla digər müxtəlif kəmiyyətlərin funksional əlaqədə olduğu halları da aid etmək olar. Buna aid misallar göstərək. Cərəyan sabit olduqda I cərəyan gücü elektrik

miqdarının zamanın nisbətinə bərabərdir, yəni $I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$. Bu düstur cərəyan gücü ölçüsünün

vahidini müəyyən edir (kl/san). $I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$ düsturunu $\Delta Q = I \cdot \Delta t$ şəklində yazdıqda elektrik

miqdarı və zaman arasında mütənasiblik əmsalının I -yə bərabər olduğunu alırıq. Bu əlaqə düz mütənasiblik olmadıqda, yəni cərəyanın gücü sabit olmadıqda elektrik miqdarının zamanla əlaqəsinin ümumi halında cərəyanın gücü anlayışının ümumiləşdirilməsi üçün törəmə anlayışı daxil edildikdə aparılan bütün mühakimələri təkrar etmək lazımdır. Nəticədə, dəyişən cərəyan

halında cərəyanın anlayışına aid $I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$ düsturunu, yəni cərəyan gücünün ümumi tərifini

alırıq: cərəyanın gücü elektrik miqdarının zamana görə törəməsidir.

Analoji olaraq: əgər çubuğun kütləsi onun uzunluğu ilə mütənasib olarsa, onda çubuğun xətti sıxlığı çubuğun kütləsinin onun uzunluğuna nisbətidir. Əgər kütlənin uzunluqdan asılılığı xətti deyil və $m = m(x)$ ümumi şəklindədirsə, onda xətti sıxlıq kütlənin uzunluğa görə

törəməsidir: $P = \frac{dm}{dx}$. Qabın dibinə göstərilən təzyiq, təzyiq gücünün və qabın dibinin sahəsinə nisbətidir. Burada, həmçinin təzyiqin nöqtədən nöqtəyə dəyişdiyi hesab olunur. Əgər biz qabın divarına göstərilən təzyiqi araşdırsaq (məsələn, bəndə göstərilən təzyiq), onda təzyiq sabit olmayacaq: o, dərinlikdən asılı olacaqdır. Onda x dərinliyinə kimi bəndin müəyyən hissəsinə təzyiqin gücü x -dən asılı funksiyadır, həm də bu funksiya xətti deyildir. Həmin mühakimələri təkrar edərək belə nəticəyə gəlirik ki, təzyiq–təzyiq gücünün dərinliyə görə törəməsidir.

Törəmənin belə interpretasiyalarını nəzərdən keçirsək, onda sahənin, yolun, elektrik miqdarının tapılmasını inteqral cəmlərin limiti kimi inteqralın izahı ilə əlaqələndirməyərək şagirdləri tərs məsələnin (inteqrallamanın) həllinə hazırlamaq mümkündür.

Xətti asılılıqda mütənasiblik əmsalının qeyri-xətti hala ümumiləşməsi üçün törəmənin xidmət etməsi faktı, riyazi modellərin “mistikadan” azad edilməsi baxımından daha bir maraqlı faktı özünü göstərir. Doğrudan da, təəccüblüdür ki, $f(x) = kx + b$ xətti funksiya eyni zamanda çubuğun uzunluğu və isitmə temperaturasında: $\ell = \ell_0(1 + \alpha \Delta t)$, sabit təzyiqdə qazın həcmi və temperaturu arasında (Gey-Lüssak qanunu): $v = v_0(1 + \beta \Delta t)$, sabit həcmdə qazın təzyiqi və temperaturu arasında (Şarl qanunu): $P = P_0(1 + k \Delta t)$, bərabər təcilli hərəkətdə sürət və zaman arasında və s. asılılıqları təsvir edir. Bu və bunun kimi çoxsaylı misallar şagirdlərə əvvəlki siniflərdən tanışdır və onlara aydındır.

Xətti genişlənmə qanununun ifadəsində deyilir ki, α əmsalı temperaturun hansı intervalında proses nəzərdən keçirilir. Əgər temperatur intervalı hansı səbəblərə görə genişlənməsi zəruridirsə, onda xətti genişlənmə qanunu üçün artıq başqa bir ifadə götürülür: onda temperaturlar fərqlərinin kvadratı ilə mütənasib hədd meydana çıxır:

$$\ell = \ell_0 \left(1 + \alpha \Delta t + \alpha_1 \cdot (\Delta t)^2 \right).$$

Əgər cismin genişlənməsini həmçinin böyük olmayan, lakin başqa intervalda araşdırmaq lazımdırsa, onda α əmsalın qiymətini dəyişmək lazımdır. Bütün bunlar onu göstərir ki, sadə düstur funksiyanın sıraya ayrılmasının birinci həddi kimi alınır:

$$f(x + \Delta x) \approx f(x_0) + f'(x_0) \cdot \Delta x + \frac{f''(x_0)}{2!} \Delta x^2 + \dots + \frac{f^n(x_0)}{n!} \Delta x^n.$$

Ümumtəhsil məktəblərində şagirdlər triqonometrik funksiyalarla birinci tanışlıqda onları əsasən üçbucaqların həlləri üçün istifadə edirdilər və triqonometrik funksiyaların tətbiqi əhəmiyyətinin bu tərəfi şagirdlərə aydındır. Analizin başlanğıcı kursunda, triqonometrik funksiyalar birinci növbədə periodik proseslərin xüsusi modeli kimi özünü göstərir və mövzunun öyrənilməsinə keçdikdə bu tərəfi qeyd etmək məqsədəuyğundur. Əgər müəllim təqribi hesablamalarda törəmənin tətbiqi ilə əlaqədar şagirdlərə müxtəlif funksiyaların çoxhədlilərlə yaxınlaşmasından danışmağı mümkün hesab edirsə, onda təbii qeyd etmək lazımdır ki, bəzi proseslər sinfi üçün məhz triqonometrik funksiyalar daha əlverişlidir. Onda təbiətşünaslıq və texnikadan periodik proseslərə aid misallar göstərmək yerinə düşər: ürəyin döyüntüsü (kardioqrammanı göstərmək olar), dövrdə cərəyan şiddətinin periodik dəyişmələri və s. göstərmək olar. Əgər bu proseslərdə adətən arqumentin bucaq olmaması qeyd olunarsa, onda triqonometrik funksiyaları ədədi funksiyalar kimi müəyyən etmək arzusu təbiiidir.

Biz burada diqqəti həndəsə ilə əlaqəyə yönəldərək, inteqral haqqında məsələni ətraflı araşdırmayacağıq: doğrudan da, bu məsələ həndəsə ilə elə sıx bağlıdır ki, onu ayrıca araşdırmaq məqsədəuyğun deyil. Yeri gəlmişkən qeyd edək ki, ümumiyyətlə, müxtəlif riyazi anlayışların xüsusən məktəbdə mövcud olan iki riyazi fənnin əqaləsinin aşkarlanması, dünyagörüşü əhəmiyyətinə malikdir.

Aralıqda funksiyanın sabitliyinin zəruri və kafi şərti haqqında teoremi izah edəndə, bəzən bu teoremin fiziki mənasından danışarkən, deyirlər ki, başqa cür ola da bilməz: əgər cismin hərəkəti dayanıbsa, onda onun sürəti sıfır bərabərdir. Əgər onun sürəti sıfırdırsa, onda cisim dayanıb. Amma hərəkətin başlanğıc anında cismin sürətini mütləq sıfır kimi qəbul olunur, yəni bəzi mənada hər bir hərəkət məhz sıfır sürətindən başlayır. Bunun səbəbi həmişə sonlu güc olduğuna görə baş verir və deməli, təcildə sonlu olmalıdır. Deməli, cisim sürətini bir anda sıfırdan hansısa bir qiymətə kimi artırma bilməz. Burada model ilə həqiqətin əlaqəsi haqqında dialektik məsələ ilə rastlaşırıq: mexanikada bütün funksiyalar kəsilməz hesab edilir və hətta, diferensiallanan, belə ki, iki dəfə diferensiallanan, təcildə kəsilməz hesab edilir. Deməli, qatarın əvvəlki sürəti 40 km/saat, zamanın $t = 2$ anında isə sürəti 70 km/saata kimi artıb, onda başa düşmək lazımdır ki, bu həqiqətin sadə təsvir formasıdır: həqiqətdə sürət bir anda dəyişmir, yəni hərəkətin qrafikində sınıq olmayacaq, dairələnmə olacaqdır.

Məqalənin aktuallığı. Riyaziyyat kursunun əsas mövzularından biri “Törəmənin tətbiqləri” mövzudur. Əgər bundan əvvəl “Funksiyanın limiti və törəməsi” mövzusunda törəmə anlayışı öyrənilmə mövzusu kimi özünü göstərirdisə, bu mövzuda o, riyaziyyat kursunun digər məsələlərinin öyrənilmə vasitəsidir.

Məqalənin elmi yeniliyi. Şagirdlərdə elmi dünyagörüşü tərbiyəsi vəzifəsinin həyata keçirilməsi baxımından riyaziyyatın ayrı-ayrı mövzularının materiallarından necə istifadə edildiyi göstərilmişdir.

Məqalənin praktik əhəmiyyəti və tətbiqi. Xüsusən, təqribi hesablamalar, əyriyə toxunanın qurulması, funksiyanın araşdırılması, funksiyanın ən böyük və ən kiçik qiymətlərinin axtarılmasına aid mətnli məsələlərin həlli və bir çox digər məsələlər törəmənin köməyi ilə öyrənilir.

Ədəbiyyat

1. Əliyeva T.M., Mütəllibov T.E., Adıgözəlov A.S. Orta məktəbdə riyaziyyatın tədrisi metodikası: Ümumi metodika. II hissə. Dərs vəsaiti, Bakı, ADPU, 1993.

2. Hacıyev M.Ş. Törəmə və inteqralın orta məktəbin riyaziyyat və fizika kursunda məsələ həllinə tətbiqi metodikası: Ped. elm. nam. dis. ...avtoref. Bakı, 1988.

Н.С. Байрамова**Методика применения внутридисциплинарной
связи при обучении применения производной****Резюме**

«Применения производной» является одной из основных тем курса математики. Очевидно, что ранее при изучении темы «Предел функции, производная функции» понятие производной было представлено как тематика обучения. Тогда как при изучении данной темы производная является средством для изучения различных задач курса математики. В частности, при изучении таких задач, как приближённые вычисления, построение касательной к функции, исследование функции, решение текстовых задач для нахождения наибольшего и наименьшего значений, а также при решении многих других задач используется применение производно

N.S. Bayramova**Technique for application of internal disciplinary
communication in learning the application of a derivative****Summary**

"Applications of the derivative" is one of the main topics of the mathematics course. Obviously, earlier, when studying the topic "Limit of a function, derivative of a function", the concept of a derivative was presented as a topic of training. Whereas when studying this topic, the derivative is a means for studying various problems of the mathematics course. In particular, when studying such problems as approximate calculations, constructing a tangent to a function, studying a function, solving word problems to find the largest and smallest values, as well as solving many other problems, the derivative is used.

Redaksiyaya daxil olub: 02.10.2020