

Orta məktəbin riyaziyyat dərslərində “Qraflar”dan istifadənin metodik xüsusiyyətləri

Zenfira Əsgər qızı Tağıyeva

*Azərbaycan Dövlət Pedaqoji Universitetinin dosenti,
riyaziyyat üzrə fəlsəfə doktoru*

E-mail: sevinge.jabrayilzadeh.1973@mail.ru

Nahidə Andam qızı Acalova

*Azərbaycan Dövlət Pedaqoji Universitetinin dosenti,
riyaziyyat üzrə fəlsəfə doktoru*

E-mail: naida_ajalova@gmail.com

Rəyçilər: p.ü.f.d., dos. S.C.-C. Cəbrayılzadə,
p.ü.f.d., dos. S.C.-C. Tağıyeva

Açar sözlər: qraf, Floydun alqoritmi, izomorf qraflar, nəzəriyyə, anlayış, modelləşdirmə, tapşırıq

Ключевые слова: граф, алгоритм Флойда, изоморфные графы, теория, концепция, моделирование, задача

Key words: graph, Floyd's algorithm, isomorphic graphs, theory, understanding, modeling, assignment

Riyaziyyat üçün məktəb tədris proqramında "qraf" ifadəsi yoxdur. Üstəlik, son zamanlarda qraf nəzəriyyəsi sadə, sərfəli və güclü bir vasitə halına gəldi. Məqsədimiz tələbələrin qrafların real dünyanı modelləşdirmə vasitəsi kimi geniş tətbiq imkanları haqqında anlayışlarını formalaşdırmaq, qraf nəzəriyyəsinin vəzifələri ilə tanış etmək, şagirdləri bu anlayışları sonrakı təhsildə qavramağa hazırlamaqdan ibarətdir.

Dərs məqsədlərinə başlıca olaraq aşağıdakılar aiddir:

— tələbələri əsas anlayışlar və problemlərin həlli metodları ilə tanış etmək qrafiklərdən istifadə etmək;

— qrafiklərdən istifadə edərək həll edilmiş tapşırıqları tanımaq qabiliyyətinin formalaşdırılması;

— məktəblilərin məntiqi düşüncəsinin inkişafı.

İlk növbədə qraf anlayışının problemlərin təbii şərtlərindən necə yaranması haqqında qısa məlumat verək və bu məqsədlə aşağıdakı nümunələri nəzərdən keçirək. Tutaq ki, hər şəhər üçün bütün qonşu şəhərlərə olan məsafənin göstərildiyi bir yol xəritəmiz var. Burada, bu iki şəhəri birbaşa birləşdirən bir yol varsa, iki şəhər qonşu adlanır. Eynilə, eyni şəhər daxilindəki küçələrə və kəsişmələrə baxa bilərsiniz. Diqqət yetirin ki, bir tərəfli küçələr ola bilər.

Simli rabitə xətləri ilə birləşdirilmiş kompüterlər şəbəkəsi.

- Hər biri müəyyən bir hərflə başlayan və eyni və ya fərqli bir hərflə bitən sözlər toplusu.
- Bir çox domino.
- Hər bir sümükdə 2 nömrə var: sümüyün sol və sağ yarısı.
- Bir-birinə iletken dəstləri ilə birləşdirilmiş mikrosxemlərdən ibarət olan bir cihaz.
- İnsanlar arasında qohumluq əlaqəsini göstərən ailə ağacları.
- Və nəhayət, rəqəmlər kimi mücərrəd anlayışlar arasındakı əlaqəni göstərən həqiqi qra-

fiklər.

Beləliklə, qeyri-rəsmi olaraq, bir qrafik bir sıra zirvələr (şəhərlər, kəsişmələr, kompüterlər, hərflər, rəqəmlər, domino sümükləri, mikrosxemlər, insanlar) və bunlar arasındakı əlaqələr: şəhərlər arasındakı yollar; kəsişmələr arasındakı küçələr; kompüterlər arasında simli rabitə xətləri; bir hərflə başlayan və digərinə və ya eyni hərflə vurulan sözlər; mikro dövrləri birləşdirən ötürücülər; ailə münasibətləri, məsələn, Alexey Peterin oğludur. İki tərəfli yollar kimi ikitərəfli əlaqələrə ümumiyyətlə qrafika kənarları deyilir; və birtərəfli əlaqələrə, məsələn, bir tərəfli yollara, ümumiyyətlə, qrafik yayları deyilir. Təpələrin kənarlarla bir-birinə bağlandığı bir qrafika adətən yönləndirilməmiş qrafika və ən azı bəzi təpələrin qövsə birləşdirildiyi qrafaya yönəldilmiş qraf deyilir.

Aşağıda altı qovşağı olan bir istiqamətləndirilməmiş qrafik nümunəsi verilmişdir.

(1) - (3) (5)

(2) - (4) (6)

2. Qrafiklər üzrə ən qısa məsafələr

Qrafiklər bir bitişiklik matrisi ilə təyin edilə bilər. Məsələn, yuxarıdakı qrafik üçün bitişiklik matrisi belə görünür:

G 1 2 3 4 5 6

```
-----
1 | 0 1 1 0 0 0
2 | 1 0 0 1 0 0
3 | 1 0 0 1 0 0
4 | 0 1 1 0 0 0
5 | 0 0 0 0 0 1
6 | 0 0 0 0 1 0
```

Yəni $G[i, j] = 1$, yuxarıdan i zirvəyə qədər bir qövs varsa və əks halda $G[i, j] = 0$. Tez-tez maraq doğuran qrafik çatışmazlığı matrisi, burada $G[i, j] = 1$, orijinal qrafikin kənarları (qövsləri) boyunca yuxarıdan j zirvəsinə qədər bir yol varsa, Məsələn, yuxarıdakı nümunədə göstərilən qrafik üçün çatmaq üçün matris aşağıdakılar olacaqdır:

G 1 2 3 4 5 6

```
-----
1 | 1 1 1 1 0 0
2 | 1 1 1 1 0 0
3 | 1 1 1 1 0 0
4 | 1 1 1 1 0 0
5 | 0 0 0 0 1 1
6 | 0 0 0 0 1 1
```

Bir qrafik yaylar üçün çəkilər tətbiq olunarsa, məsələn, şəhərlər arasındakı yolların uzunluğu deyilir. Ağırlıqlı qrafikdə $G[i, j]$ qövsün i təpədən j zirvəyə qədər çəkisi. Ağırlıqlı qrafiklərdə, zirvələr arasında ən qısa məsafəni tapmaq problemini həll edə bilərsiniz. Hər zirvədən hər birinə ən qısa məsafəni tapmağın ən sadə yolu Floyd metodudur:

k : = 1-dən N -ə qədər

i üçün: = 1-dən N -ə qədər

j üçün: = 1-dən N -ə qədər

$G[i, j]$: = $\min(G[i, j], G[i, k] + G[k, j])$;

Bu alqoritmin icrası nəticəsində qrafikdəki bütün i və j zirvələri cütləri üçün $G[i, j]$ nöqtəsində i təpəsindən j təpəsinə ən qısa məsafə əmələ gəlir.

"Manevrlər"

Tutaq ki, çox möhkəm, dağlıq ərazisi olan bir dövlətin ərazisində iki qarşı tərəf - "Mavi" və "Yaşıl" arasında hərbi manevrlər gedir. Landşaftın xüsusiyyətləri və çətin iqlim şəraiti hər iki tərəfin bölmələrini yalnız bəzi yaşayış məntəqələrinin ərazilərində yerləşdirilməsinə məcbur edir. Bu əyalətdəki yaşayış yerlərinin ümumi sayı N-dir. Mavi döyüş taktikaları düşməne sürətli və qəfil zərbələr endirmək üçün hazırlanmışdır, bu yalnız mümkündür. İstifadə olunan döyüş avadanlığının müxtəlifliyi, müxtəlif döyüş bölmələrinin bir nöqtədən digərinə hərəkət müddətinin fərqli olmasına və Vj - j-ci məntəqədə yerləşən döyüş bölməsinin bölmələrinin hərəkət sürəti ilə təyin olunmasına gətirib çıxarır.

Texnologiyadakı üstünlüyündən istifadə edərək, "Mavi" kod adını alan tərəflərdən biri, "Yaşıl" kod adlı düşmən bazalarına gecə basqını təşkil etməyi və onları tamamilə məğlub etməyi planlaşdırır. Bütün BLU döyüş bölmələri eyni vaxtda əməliyyata başlayır. Bir BLU döyüş başlığı "Yaşıllar" tərəfindən işğal edilmiş bir qəsəbəyə girərsə, sürpriz amili nəzərə alaraq, bu qruplaşmanı tamamilə məğlub etməyi bacarırlar. Təəssüf ki, bu əməliyyatın parlaq bir şəkildə həyata keçirilməsinin qarşısı əməliyyat başladıqdan bir müddət sonra T-nin "Yaşıllar" tərəfindən başlayan əməliyyatla əlaqədar bir mesajın radiodan ələ keçirildiyi gerçəkləşdi. Radionun tutulmasından sonra "Yaşıl" qruplaşmalar dərhal ətrafdakı dağlara dağılar və zərərsiz qalırlar. "Yaşıllar"ın neçə qrupunu tapın və "Göylər" i hansı məntəqələrdə məğlub etmək mümkün olacaq?

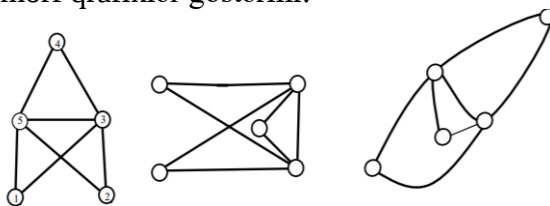
Zamanın ilkin anında "Yaşıllar" və "Mavi" qruplarının eyni məskunlaşma yerində ola bilməyəcəyi ehtimal olunur. BLU döyüş başlığının yaşılların işğal etdiyi bir yaşayış məntəqəsinə girdiyi anda həyəcan signalı gəlirsə, ərazi barədə mükəmməl məlumatlarını istifadə edərək, yaşıllar hələ də dağlarda gizlənməyi bacarırlar. Avadanlıq və işçi qüvvəsindəki böyük üstünlük BLU döyüş vahidlərinə "Yaşıllar"ı məğlub etmək üçün hər bölmədən istənilən sayda ekspedisiya təşkil etməyə imkan verir. Əməliyyat zamanı bir ekspedisiyanın bir neçə qrupu məhv etməsinə heç nə mane olmur. Giriş məlumat formatının təsvirinə baxaq.

Tapşırığın ilkin məlumatları MAP.IN və TROOPS.IN sənədlərində mövcuddur. MAP.IN faylının strukturu ərazi xəritəsini təsvir edir. Bu sənədin ilk sətirində iki tam ədədi vardır: N - məskunlaşma sayı ($0 < n \leq K \leq 1000$). "Yollar = "" heç bir yerdə = "" deyil = "" kəsişmə. = "" In = "" sonrakı = "" xətlər = "" fayl = "" ehtiva = "" sxem = "" yollar. = "" Hər biri = "" line = "" written = "" pair = "" two = "" naturals = "" numbers = "" i = "" j = "" one = "" positive = "" real = "" number = "" lij, = "" mənası, = "" nə = "" arasında = "" əhali = "" nöqtələri = "" mövcuddur = "" yol = "" uzunluq = "" lij = "" kilometrələr = "" (lij = "" < = "" 1000). < = "" P = "" > < / n

TROOPS.IN sənədinin məzmunu döyüşçülərin döyüş bölmələrinin yerləşdirilməsini əks etdirir. Faylın birinci sətirində MF - BLU döyüş başlığının sayı göstərilir. Aşağıdakı MF sətirlərinin hər biri iki rəqəmdən ibarətdir. Birincisi, tam bir j - vahidin yerləşdiyi məskunlaşma nömrəsi, ikincisi həqiqi mənfi olmayan bir say Vj - bu vahidin döyüş sütunlarının km / saat cinsindən hərəkət sürəti ($Vj < 110$). Bundan əlavə, sənədin ayrı bir sətirində MB sayı - "Yaşıllar"ın döyüş qruplaşmalarının sayı, sonra MB nömrələri - bu qrupların yerləşdiyi yerlərin sayı yazılır. Və nəhayət, sənədin son sətiri saatlarla ölçülən müsbət həqiqi bir T sayını saxlayır ($T < 24$). Fayl sətirindəki bütün nömrələr boşluqlarla ayrılır.

Eyni problemin qrafiki müxtəlif yollarla çəkilə bilər və əksinə, fərqli tapşırıqlar üçün eyni görünüşlü qrafiklər çəkilə bilər. Qrafın bəzilərinə iplərlə birləşdirən düymələr toplusu kimi düşünmək faydalıdır. Eyni zamanda, düymələrin tam yerləşdiyi yer və iplərin necə keçdiyi - heç bir əhəmiyyəti yoxdur: qrafik dəyişmir, yalnız hansı cüt düymələrin (zirvələrin) iplərlə birləş-

dirilməsi vacibdir. Bu cür eyni, lakin bəlkə də fərqli tərtib edilmiş qrafiklər qəbul edilir izomorfik adlanır. Şəkilə izomorf qrafiklər göstərilir.



Problem 5. Yuxarıdakı şəkildə izomorf qrafiklərin şəkilləri göstərilir. Onlardan birinin təpələri nömrələnmişdir. Müvafiq zirvələri və eyni saylı təpələrin bərabər şəkildə bağlanması üçün qalan qrafikləri nömrələyin.

Tərif. Bir təpədən ayrılan kənarların sayına, bu təpənin dərəcəsi deyilir. Bir cüt nömrə çıxsa bir zirvə kənarları və tək sayda kənar çıxdıqda tək deyilir.

Qeyd: $p(A)$ - A təpə dərəcəsi. Məsələn, Şəkilə : $p(1) = 2$, $p(2) = 2$, $p(3) = 4$, $p(4) = 2$, $p(5) = 4$.

Bilik qrafiki, maddələr üçün tövsiyələr vermək üçün sistemlərdə birgə filtrləmə metodundan (istifadəçilərin seçimlərini proqnozlaşdırmaq, qrupunun onsuz da bilinən üstünlüklərini nəzərə alaraq) istifadə edərkən yaranan məlumat çatışmazlığı problemini həll etməyə imkan verir. Xüsusilə mövzunun əyani təqdimatı və məlumat qrafikindən mətn təsviri birləşdirildikdə birgə süzgəcin səmərəliliyi artdı. Bənzər bir mövzuda başqa bir işdə, bilik qrafiki, istifadəçilər və obyektlər arasındakı əlaqələri aşkar etməyə imkan verən gizli xüsusiyyətləri çıxarılan heterojen bir məlumat şəbəkəsi kimi qəbul edilir.

Məqalənin aktuallığı. Riyazi problemlərin geniş spektri ilə əlaqəli məsələlərin həlli inteqral sxemlərin və idarəetmə sxemlərinin dizaynı, avtomatların tədqiqi, məntiqi sxemlər, proqram axın diaqramları, iqtisadiyyat və statistika, kimya və biologiya, nəzəriyyə problemləri, planlaşdırma və ayrı-ayrı optimallaşdırma qraflar vasitəsilə praktik olaraq işləyə bilər. Bundan əlavə, qrafiklərdən istifadə edərək tapşırıqların həlli reallaşdırıla bilər ki, bu da tez-tez bütün səviyələrin riyazi olimpiadalarında rast gəlinir. Buna görə məktəblilər bu riyazi obyekt və xüsusiyyətləri ilə tanış etmək bu qədər vacibdir.

Məqalənin elmi yeniliyi. Elmi yenilik ondan ibarətdir ki, məqalədə qrafların orta məktəbin riyaziyyat kursunun tədrisində tətbiqi məsələlərinin təlimi metodikası ilə bağlı metodik yanaşmalar verilmiş və bu məqalədə praktik tapşırıqların yerinə yetirilmə texnikası təqdim edilmişdir.

Məqalənin praktik əhəmiyyəti və tətbiqi. Məqalədən ali, orta ixtisas və orta ümumtəhsil məktəblərinin müəllimləri, tələbə və magistrantlar istifadə edə bilərlər.

Ədəbiyyat

1. Горев П. М. Уроки развивающей математики в 5–6-х классах средней школы. Концепт, 2012.
2. Ончукова Л. В. Логические задачи в школьном курсе математики. Концепт, 2012.
3. Подготовка школьников к олимпиадам по математике. 5–6 классы / Авт.-сост. Г. И. Григорьева. –М.: Глобу, 2009.

З.А. Тагиева, Н. Аджалова

**Методологические особенности использования «Графиков»
на уроках математики в старших классах**

Резюме

В статье представлен подход к методике обучения применению графиков при обучении математике в средней школе, а также в статье представлена методика выполнения практических заданий.

Z.A. Tagiyeva, N.A. Ajalova

**Methodological features of using "Graphs"
in high school mathematics lessons**

Summary

The article presents an approach to the methodology of teaching the use of graphs in the teaching of mathematics in secondary school, as well as the article presents the method of performing practical tasks.

Redaksiyaya daxil olub: 21.11.20