

Epidemik xəstəliklərlə mübarizə modeli

Teymur Məmmədəli oğlu Abbasov

Azərbaycan Universitetinin dosenti

E-mail: abbasov1942@mail.ru

Qadir Rövşən oğlu İbrahimov

Azərbaycan Universiteti

Rəyçilər: f.-r.ü.f.d., dos. B.B. Əzizov,
f.-r.ü.f.d., dos. M.Ə. Şahverdiyev

Açar sözlər: zaman, xərc, dəyişən, model, idarəetmə, Pontryağının optimallıq prinsipi, məqsəd funksiyası

Ключевые слова: время, стоимость, переменная, модель, управление, принцип оптимальности Понтрягина, целевая функция

Key words: time, cost, variable, model, management, Pontryagin's principle of optimality, goal function

Epidemik xəstəliklərlə mübarizə modelinin qoyuluşu

Tutaq ki, N - əhalinin ümumi sayıdır, $x(t)$ zamanında xəstələnmiş adamların sayı; $[N - x(t)]$; t - zamanında xəstəliyə tutulmayanların sayı. Epidemiyanın yayılması dinamikası aşağıdakı hal tənliyi ilə ifadə olunur:

$$\dot{x} = \beta x(N - x) - Vx, \quad x(0) = x_0 \quad (1)$$

Burada β - xəstəliyin infeksiyalılıq səviyyəsini müəyyən edən müsbət sabitdir.

V - idarəetmə dəyişənidir, tibbi səylər proqramını ifadə edir. Qeyd edək ki, $x(t)$ və x_0 $[0, N]$ parçasına düşürlər.

Məqsəd funksiyası müxtəlif ola bilər. Mümkün olanlardan biri sərf edilən xərcləri minimuma endirməkdən ibarət ola bilər.

Tutaq ki, T - zamanı epidemiyanın axırını göstərən nöqtədir;

C - bir xəstəyə sərf edilən xərc,

K - bir vahid tibbi səylər proqramına sərf olunan xərc,

Q - ilə sağlamlığı təmin edən V dəyişəninin ən yuxarı sərhəddini müəyyənləşdirən sabiti işarə edirik.

Beləliklə, aşağıdakı modeli qururuq.

Məqsəd funksiyası:

$$\max \left\{ J = \int_0^T -(cx + kv)e^{-\rho t} dt \right\} \quad (2)$$

Hərəkət tənliyi yuxarıda verilən (1) - tənliyidir.

Məhdudiyət şərtləri;

$$x(T) = x_T$$

$$0 \leq V \leq Q \quad (3)$$

Qoyulmuş optimal idarəetmə məsələsini maksimum prinsipini tətbiq etməklə həll etmək olar.

Lakin bu məsələni həll etmək üçün Qrin teoremindən istifadə etmək daha əlverişlidir. Doğrudan da, (1) hərəkət tənliyini belə yazmaq:

$$Vdt = \frac{\beta x(N-x)dt - dx}{x}$$

Bunu məqsəd funksiyasında istifadə etməklə aşağıdakı əyrizətli inteqralı alarıq:

$$J_{\Gamma} = \int_{\Gamma} - \left\{ [cx + k\beta(N-x)]e^{-\beta t} dt - \left(\frac{k}{x} e^{-\rho t}\right) dx \right\} \quad (4)$$

Burada Γ - ilə (x, t) fəzasında x_0 - la x_T - ni birləşdirən trayektoriya işarə edilib. Tutaq ki, Γ_1 və Γ_2 bu nöqtələri birləşdirən iki digər əyridir və R - lə onların etdiyi oblast işarə olunub. Qrin teoreminə görə:

$$J_{\Gamma_1-\Gamma_2} = J_{\Gamma_1} - J_{\Gamma_2} = \iint_R - \left[\frac{k\rho}{x} - c + k\beta \right] e^{-\rho t} dt dx \quad (5)$$

İnteqralaltı ifadəni sıfıra bərabər etməklə tapırıq:

$$x = \frac{\rho}{\frac{c}{k} - \beta} = \frac{\rho}{\theta} \quad (6)$$

Burada $\theta = \frac{c}{k} - \beta$

Yeganə x^s idarəetmə funksiyası belə tapılır:

$$x^s = \begin{cases} \frac{\rho}{\theta}, & 0 < \frac{\rho}{\theta} < N \\ N, & \text{qalan hallarda} \end{cases} \quad (7)$$

ρ və β sabitlərinin qiymətlərindən asılı olaraq müxtəlif halları araşdırmaq olar.

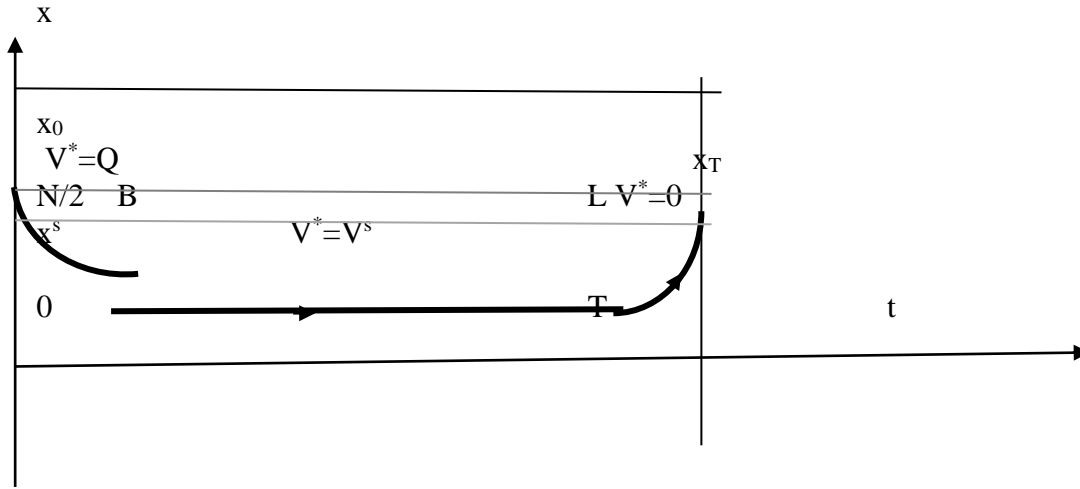
Əgər $\frac{\rho}{\theta} > 0$ olarsa, $\theta > 0$ olar, yəni $\frac{c}{k} > \beta$

$\frac{\rho}{\theta} < 0$ olarsa, göstərmək olar ki, $x^s = N$ olacaq.

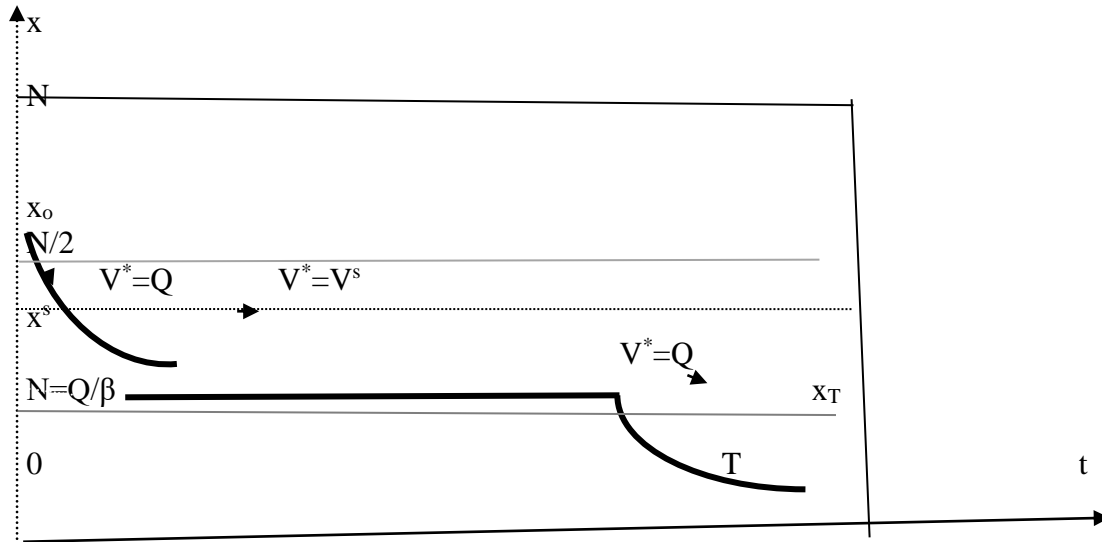
Əgər $x_T = x^s$ olarsa optimal idarəetmə funksiyası belə olar:

$$V^*[x(t)] = \begin{cases} Q, & x(t) > x^s \\ V^s, & x(t) = x^s \\ 0, & x(t) < x^s \end{cases} \quad (8)$$

$x_0 > x^s$ olduğunu və T və Q ədədlərinin kifayət qədər böyük ədəd olduğunu fərz etsək $x_T \neq x^s$ halı üçün optimal trayektoriyalar şəkillərdə göstərildiyi kimi olacaq.



Şəkil -1



Şəkil 2

Məqalənin aktualığı. İqtisadi-sosial proseslərin təhlili, müxtəlif parametrlərin təyin edilməsi çox saylı variantlar içərisindən ən əlverişlisinin seçilməsi, proqnozlaşdırma kimi aktual problemlərin riyazi modelləşdirmə ilə əlaqədardır.

Məqalənin elmi yeniliyi. Modelləşdirmənin və o cümlədən də riyazi modelləşdirmənin elmi tədqiqatlarda geniş tətbiqi son zamanlarda hesablama texnikasının sürətli inkişafı ilə əlaqədardır. Modelləşdirmə elə bir tədqiqat üsuludur ki, eksperimentlər modeldə aparılır, alınan nəticələr isə əslinə aid edilir.

Məqalənin praktik əhəmiyyəti və tətbiqi. Elə iqtisadi məsələlər var ki, riyazi modelləşdirməni tətbiq etmədən həll etmək mümkün deyil. Beləliklə, riyazi modelləşdirmənin və riyazi üsulların iqtisadiyyatda getdikcə daha geniş tətbiq olunacağı və yeni hesablama alqoritmlərindən, mükəmməl ədədi üsullardan istifadə ediləcəyi zəruridir.

Ədəbiyyat

1. Моисеев Н.Н. Численные методы в теории оптимальных систем. М.: Наука, 1971.
2. Табак Д., Куо Б. Методы оптимизации. Оптимальное управление и математическое программирование. М.: Наука, 1975.
3. İsgəndərov A.D., Həsənli Y.H., Sadıqova A.T. Optimallaşdırma üsullarının iqtisadi məsələlərə tətbiqi. Bakı: Çaşıoğlu, 2012.
4. Bağırov M.H., Osmanov Y.Q. İqtisadi riyazi modellər və üsullar. Bakı: Çaşıoğlu, 2001.
5. Musayev A.F., Qəhrəmanov A.Q. İqtisadiyyatda riyazi modelləşdirmə və proqnozlaşdırma, Bakı, 1999.

Т.М. Аббасов, Г.Р. Ибрагимов

Модель борьбы с эпидемическими заболеваниями

Резюме

Анализ экономических и социальных процессов, определение различных параметров, выбор наиболее подходящих среди множества вариантов, актуальных проблем прогнозирования тесно связано с математическим моделированием.

В результате применения математического моделирования поставленная модель борьбы с эпидемическими заболеваниями и дальнейший анализ взаимосвязанных социально-экономических процессов, взаимодействия экономических факторов, изменений условий развития, приводящих к количественным и качественным изменениям, и аналогичных задач требует более глубокого исследования.

Т.М. Abbasov, Q.R. Ibrahimov

Epidemic Disease Control Model

Summary

Analysis of economic and social processes, determination of various parameters, selection of the most suitable among many options, mathematical modeling of current problems such as forecasting.

The model of epidemic disease control as a result of the application of mathematical modeling and the analysis of related socio-economic processes, the interaction of economic factors, the changes in development conditions leading to quantitative and qualitative changes, and similar issues are studied in more depth.

Redaksiyaya daxil olub: 12.06.2020