Orta ixtisas məktəblərində çevirmələr üsulu ilə müstəvi üzərində qurmaların tədrisi texnologiyası

Aytən Nəsib qızı Siracova
Azərbaycan Dövlət Pedaqoji Universiteti
E-mail: aytensiracova@gmail.com

Rəyçilər: p.ü.f.d., dos. T.M. Əliyeva,
r.ü.f.d., dos. A.Q. Cəfərov

Açar sözlər: təhsil, tədris, İKT, tədris texnologiyaları, çevrilmələr, müstəvi fiqurları
Ключевые слова: образование, обучение, ИКТ, технологии обучения, трансформации, плоские фигуры
Key words: education, teaching, ICT, teaching technologies, transformations, plane figures

Həndəsi çevirməni doğru seçə bilməyə görə birincisi onun xassələrini yaxşı bilmək, ikincisi isə tapşırığın şərtini doğru təhlil etməyi bacarmaq lazımdır. Məsələdə ∠-ın tənböləni təqdim edilmişdirsə, bu zaman ox simmetriyasından istifadə etmək fikri baş qaldırır; əvvəlcə tapşırığın bir şərtindən başqa bütün şərtlərini ödəyən axtarılmaqda olan fiqura bənzər fiqur qurmaq mümkün olarsa, bu zaman tapşırığın həlinə homotetiyanın "tətbiq"i barəsində fikir yaranır, məsələ şərtində çevirmənin müvafiq düz xətləri kimi hesab olunan paralel düz xətlər təqdim edilmişdirsə, Bu zaman ox simmetriyası mərkəzi simmetriya, paralel köçürmə, homotetiyanın xassələrini xatırlayıb onlardan hansının müvafiq olması barəsində düşünmək lazımdır.

Məsələyə hansı çevirmənin tətbiq olunmasından asılı olaraq paralel köçürmə, homotetiya, simmetriya və s. həll üsulları mövcuddur. Ayrılıqda paralel köçürmə üzərində dayanaraq ətraflı nəzərdən keçirək:

Paralel köçürmə müstəvinin istənilən bir X nöqtəsinə inikasında:

a) XX şüası təqdim edilmiş istiqamətdə;

b) XX parçası təqdim edilmiş uzunluqda olarsa, müstəvinin özünə belə inikasına paralel köçürmə deyilir. XX şüasının istiqaməti paralel köçürmənin istiqaməti adlanır.

Paralel köçürmənin aşağıdakı xassələrini qeyd edək.

1. Paralel köçürmə yerdəyişmədir. Bu xassədən əldə olunur ki, bu çevrilmədə hər bir fiqur özünə bərabər fiqura inikas edir, yəni paralel köçürmə hərəkətdir.

2. Paralel köçürmədə düz xətin obrazı ona paralel olan düz xətt, şüanın obrazı onunla eyni istiqamətli şüadır.

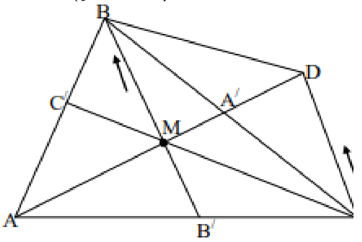
Paralel köçürmənin qurma məsələləri həlinə tətbiqinin mahiyyəti aşağıdakı kimidir: bəzən fiqurun təqdim edilmiş elementləri bir-birindən aralı olduğuna görə onları çertyoja daxil etmək çətin olur. Belə hallarda axtarılmaqda olan fiqurun müəyyən hissəsini ya özünə paralel və yaxud başqa qaydayla elə məsafəyə köçürürlər ki, bu zaman yeni alınmış fiquru bilavasitə qurmaq mümkün olur və yaxud alınan fiqurun qurulması axtarılmaqda olan fiqurun tərtib olunmasından asan olur. Köçürmənin istiqaməti tapşırığın şərtindən asılıdır və bu istiqamət elə seçilməlidir ki, yeni alınan fiqura mümkün olduğu qədər çox verilən daxil ola bilsin. Paralel köçürmədən alınan fiquru qurduqdan sonra əks köçürmə aparmaqla axtarılmaqda olan fiqur qurulur. Paralel köçürməni oxları paralel olan 2 ox simmetriyasının köməyi ilə də icra etmək olar.

Problemin elmi yeniliyi: Bu metodun tətbiqi məsələ həllinin analiz mərhələsini asanlaşdırır. Ondan əsasən çoxbucaqlıların qurulmasında, həmçinin, ən qısa məsafəyə aid məsələlərin həllində istifadə edilir.

Bir neçə məsələni nəzərdən keçirək.

Məsələ 1. ma, mb, mc medianlarına əsasən üçbucaq tərtib edin.

Analiz. Belə düşünək ki, ABC axtarılmaqda olan üçbucaq, M isə medianların kəsişmə nöqtəsidir. AA\`=ma, BB\`=mb, CC\`=mc (şəkil 1).



Şəkil 1.

MB vektoru ilə müəyyən olan paralel köçürməni nəzərdən keçirək. Bu köçürmədə CC\` medianın MC parçası BD parçasına, C nöqtəsi D nöqtəsinə inikas edir. Bu zaman MBD üçbucağının tərəfləri axtarılmaqda olan ABC üçbucağının medianları ilə

$MB = \frac{2}{3}m_b, MD = \frac{2}{3}m_a, BD = \frac{2}{3}m_c$ kimi ifadə edilir.

Qurma. ma, mb, mc medianları verildiyinə görə üç tərəfinə əsasən MBD üçbucağını tərtib edirik. Sonra bu üçbucağın BD tərəfini → BM vektoru ilə paralel köçürüb C nöqtəsini tərtib edirik. BM və CM parçaları üzərində müvafiq medianları ayıraraq B\` və C\` nöqtələrini tərtib edirik. BC\` və CB\` düz xətlərinin kəsişməsindən axtarılmaqda olan üçbucağın A təpə nöqtəsini tərtib edirik.

İsbatı. MBD üçbucağından istifadə edib qurduğumuz ABC üçbucağında BA\`=A\`C olduğuna görə AA\` parçası mediandır. BB\` və CC\` parçaları da M nöqtəsində kəsişib 2:1 nisbətində bölündüyünə görə mediandır (qurmaya görə). BB\` və CC\` medianlarının uzunluqları müvafiq olaraq mb və mc-yə bərabərdir. AA\` medianına gəldikdə:

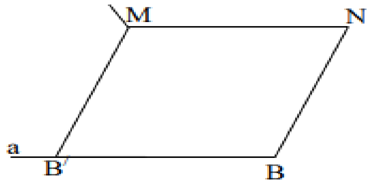
$\frac{1}{3}AA' = MA' = \frac{1}{3}m_a$ olur. Ona əsasən AA\`=ma alırıq

Araşdırma. Yalnız $\frac{2}{3}m_a, \frac{2}{3}m_b, \frac{2}{3}m_c$ parçalarından üçbucaq qurmaq mümkün olduğu zaman tapşırığın həlli mövcuddur. Göstərmək olar ki, bu həll yeganədir.

Məsələ 2. a düz xəti və onun müxtəlif tərəflərində A və B nöqtələri verilmişdir. a düz xəti üzərində təqdim edilmiş L parçasına bərabər MN parçasını elə ayırın ki, AMNB sınıq xətinin uzunluğu ən kiçik olsun.

Analiz. MN parçasının uzunluğu sabit olduğuna görə tapşırığın şərti ilə AM və BN parçaları cəminin ən kiçik olması tələbi eynigüclüdür.

Məsələ 3. a düz xəti üzərində M (və yaxud N) nöqtəsinin tapılmasından ibarətdir. AM və BN parçalarına görə BN parçasını → NM vektoru ilə köçürmək (şəkil 2). Bu zaman N nöqtəsi M-ə, B nöqtəsi isə B\`-ə inikas olunar. BN=B\`M olduğuna görə M nöqtəsinin elə vəziyyətini tapmaq lazımdır ki, uc nöqtələri təqdim edilmiş nöqtələrdə olan B\`MA sınıq xətinin uzunluğu ən kiçik olsun. Məlumdur ki, bu o zaman ola bilər ki, B\`, M və A\` nöqtələri bir düz xətt üzərində yerləşsin.



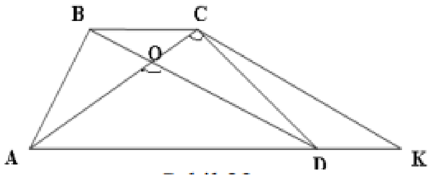
Şəkil 2.

Qurma. a düz xətinə paralel olan BC düz xətini çəkək və onun üzərində təqdim edilmiş L parçasına bərabər olan BB` parçasını ayıraq. AB` düz xətini tərtib edirik. AB` düz xəti a düz xətini axtarılmaqda olan M nöqtəsində kəsir.

İsbat. AMB` sınıq xətinin uzunluğu qurmaya əsasən ən kiçikdir. MN=B`B=L olduğuna görə AMNB sınıq xətinin uzunluğu ən kiçikdir.

Araşdırma. Tapşırığın həmişə, həmçinin, yeganə həlli mövcuddur.

Məsələ 4. d1, d2 diaqonalları, onlar arasındakı α ∠-ı və a yan tərəflərdən birinə əsasən trapesiya tərtib edin.



Şəkil 3.

Analiz. Belə düşünək ki, ABCD axtarılmaqda olan trapesiya və AC=d1, BD=d2, ∠AOD=α, CD=a-dır (Şəkil 3). BD parçasını BC vektoru ilə köçürək. Bu zaman B nöqtəsi C-yə, D nöqtəsi isə K-ya inikas edər. Bu zaman ACK üçbucağında AC=d1, CK=d2, ∠ACK=α olar. Beləliklə, məsələ ΔACK-nın qurulmasına gətirilir

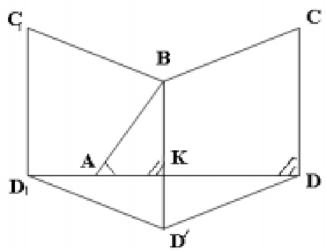
Qurma. ΔACK-nı tərtib edirik. Sonra trapesiyanın D təpəsini AK düz xəti ilə (c; a) çevrəsinin kəsişməsi kimi tərtib edirik. Nəhayət, CK parçasını KD vektoru ilə köçürərək trapesiyanın dördüncü təpə nöqtəsi olan B-ni tərtib edirik.

İsbat. Qurmaya əsasən AC=d1, BD=CK=d2, CD=a-dır. BD||CK olduğuna görə ∠AOD = ∠ACK=α və qurmaya əsasən BC||AK olduğuna görə ABCD axtarılmaqda olan trapesiyadır.

Araşdırma. AK düz xəti ilə (c;a) çevrəsinin kəsişmə nöqtəsindən asılı olaraq tapşırığın 2 və yaxud bir həlli var. Bu düz xətlə çevrə kəsişmədikdə tapşırığın həlli yoxdur.

Məsələ 5. Üç tərəfinə və dördüncü tərəfə bitişik ∠-larına əsasən dördbucaqlı tərtib edin.

Analiz. Belə düşünək ki, ABCD axtarılmaqda olan dördbucaqlı, AB, BC və CD verilən tərəflər, A və D isə verilən ∠- lardır (şəkil 4). CD parçasını → CB vektoru ilə köçürsək o, BD` vəziyyətini alar. Həmçinin BD` düz xətti AD parçasına ∠D=∠BKA∠-ı altında meyl edir. Deməli, ABD sınıq xəti, onun əsasında isə axtarılmaqda olan ABCD dördbucaqlısı qurula bilər.



Şəkil 4.

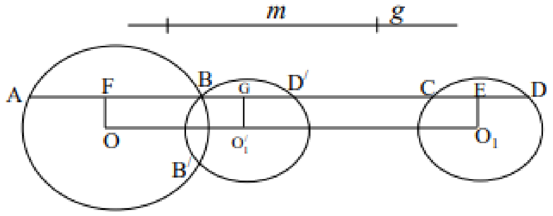
Qurma. ΔABK-nı tərtib edirik. Sonra BK düz xəti üzərində BD`=CD ayırıb D nöqtəsini tərtib edirik. DD`=BC olduğuna görə D nöqtəsini təyin etməyə görə (D`; BC) çevrəsini çəkirik. C təpəsini təyin etməyə görə D`B parçasını DC vəziyyətinə gətirən köçürmə aparaq. ABCD dördbucaqlısı qurulmuş olur.

İsbat. Qurmadan əldə olunur ki, ABCD dördbucaqlısında AB, BC və CD tərəfləri təqdim edilmiş uzunluqda, A və D ∠- ları isə təqdim edilmiş ∠- lara bərabərdir.

Araşdırma. D nöqtəsinin AD düz xətindən məsafəsi təqdim edilmiş BC tərəfindən kiçik olduğu zaman həll mümkündür. Ona görə ki, təkcə bu halda (D; BC) çevrəsi AD düz xətini kəsir. Bu zaman ümumiyyətlə desək, 2D və D1 kəsişmə nöqtələrini alırıq. Bu dördbucaqlılarda A və D ∠- ları təqdim edilmiş ∠- lara bərabər olduğu zaman həmin dördbucaqlılar tapşırığın həlli olur. Qonşu ∠- lara bərabər olduğu zaman isə həll olmur. D nöqtəsi tapşırığın həllinə görə ABCD dördbucaqlısını verir. D1 nöqtəsi isə həll vermir. Belə ki, D1 nöqtəsinə müvafiq ABC1D1 dördbucaqlısında A və D1 ∠- ları təqdim edilmiş ∠- lara bərabər olmayıb onları 180°-yə tamamlayan ∠- lardır.

Məsələ 6. (O; R), (O1; r) çevrələri, g düz xəti və m parçası verilmişdir. g düz xətinə paralel elə kəsən çəkin ki, onun təqdim edilmiş çevrələrlə kəsişməsindən alınan vətərlərin uzunluqları cəmi m parçasına bərabər olsun.

Analiz. Belə düşünək ki, AD-axtarılmaqda olan kəsəndir (Şəkil 5).



Şəkil 5.

Yəni AD||g və AB+CD=m-dir. (O; r) çevrəsini → CB vektoru ilə köçürək. Fərz edək ki, bu zaman D nöqtəsi D-ə, O1 mərkəzi O1`-ə, CD vətəri isə (O1`;r) çevrəsinin BD` vətərinə inikas olunacaqdır. Məlumdur ki, AB+BD`=AD`=m olar. O və O` mərkəzlərindən AD kəsəninə müvafiq olaraq OF və O1`G perpendikulyarları endirsək, şəkildən göründüyü kimi,

$$FG = FB + BG = \frac{1}{2}AD' = \frac{1}{2}m = EO_1'$$

olar. Bu da paralel köçürmə vektorunun uzunluğunu müəyyən etməyə imkan verir. Doğrudan da, O1O1` düz xəti təqdim edilmiş g düz xətinə paralel olduğuna görə onu qurmaq olar. E nöqtəsi də O1E perpendikulyarının oturacağı olduğuna görə onu da qurmaq olar. E nöqtəsindən başlayaraq O1O1` düz xəti üzərində $EO_1' = \frac{1}{2}m$ parçasını ayıraraq O1` nöqtəsini alarıq. Beləliklə, köçürmə vektoru məlum olur. O və O1` çevrələrinin B və B` kəsişmə nöqtələri tapşırığın həllini müəyyən edir.

Qurma. O1 nöqtəsindən O1O1`||g çəkib OE⊥O1O1` qurur və onun üzərində $EO_1' = \frac{1}{2}m$ ayırırıq. Bununla köçürülmüş çevrənin O1` mərkəzini tərtib edirik. O1` nöqtəsindən r radiuslu çəkərək (O; R) və (O1`;r) çevrələrinin B və B` kəsişmə nöqtələrini tərtib edirik. B və B` nöqtələrindən g düz xətinə paralel çəkilən kəsənlər axtarılmaqda olan düz xətdir.

İsbat. AB+BD`=AD` olduğundan

$$FG = \frac{AB + BD`}{2} = EO_1' = \frac{m}{2}$$ alırıq

Məlumdur ki, AB+BD`=m=AB+CD (b.i.t.o)

Araşdırma. (O;R) və (O1`;r) çevrələrinin kəsişmə nöqtələri tapşırığın həllidir. Ona əsasən bu çevrələrin hansı şərtlər daxilində kəsişdiyini araşdıraq.

Məlum olduğu kimi, bu şərtləri

R+ r ≥ OO1` və R – r ≤ OO1`

kimi ifadə etmək olar. OE=P işarə edərək ΔOO1`Edən

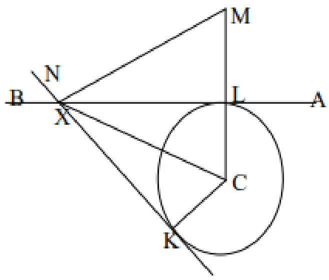
$$OO_1' = \sqrt{P^2 + \left(\frac{m}{2}\right)^2}$$

tapa bilərik. Bu zaman çevrələrin kəsişmə şərtləri

$$R + r \geq \sqrt{P^2 + \left(\frac{m}{2}\right)^2} \quad \text{və} \quad R - r \leq \sqrt{P^2 + \left(\frac{m}{2}\right)^2}$$

şəklində olar. Burada bərabərlik işarəsi çevrələrin toxunduğu hala uyğundur. Bu halda tapşırığın yeganə həlli mövcuddur.

Məsələ 7. AB düz xəti üzərində elə X nöqtəsi tapın ki, onu təqdim edilmiş M və N nöqtələri ilə birləşdirdikdə alınan NXB∠-ı MXA bucağından 2 dəfə böyük olsun (şəkil 7).



Şəkil 6.

Analiz. Belə düşünək ki, X nöqtəsi elə tərtib olunmuşdur ki, ∠NXB=2∠MXA və C nöqtəsi B düz xətinə nəzərən M nöqtəsinə simmetrik nöqtədir. Bu zaman ∠MXL=∠CXL olar və təqdim edilmiş məsələ aşağıdakı məsələyə gətirilər: “AB düz xəti və N, C nöqtələri verilmişdir. AB düz xəti üzərində elə X nöqtəsi tapın ki, ∠NXB=2∠CXA olsun”. Bu yeni məsələni həll etməyə görə NX düz xətini uzadaq. Bu zaman ∠KXL=∠NXB olduğuna görə ∠KXC=∠CXL alınar. Bu isə XC düz xətinin KXL ∠-nın tənböləni olması deməkdir. Beləliklə, axtarılmaqda olan NX düz xəti (C;LC) çevrəsinin toxunanıdır.

Qurma. AB düz xətinə nəzərən təqdim edilmiş M nöqtəsinə simmetrik C nöqtəsini tərtib edək və (C; LC) çevrəsini çəkək. Sonra N nöqtəsindən bu çevrəyə toxunan tərtib edək. Həmin toxunan AB düz xətini axtarılmaqda olan nöqtədə kəsəcəkdir.

İsbat. ΔLXC=ΔCXK olduğuna görə ∠CXL=∠CXK olur. ∠NXB=∠KXL və ∠CXL= ∠MXA olmasından ∠NXB=2∠MXA olduğunu alırıq.

Araşdırma. M və N nöqtələri AB düz xəti üzərində olmadıqda tapşırığın həmişə həlli mövcuddur. Təqdim edilmiş nöqtədən çevrəyə 2 toxunan çəkmək mümkün olduğuna görə tapşırığın dörd həlli mövcuddur. M və N nöqtələri AB düz xətinin müxtəlif tərəflərində olarsa, məsələn, M nöqtəsi C ilə üst-üstə düşərsə, Bu zaman qurma məlumdur.

Məqalənin aktuallığı. Təklif olunan tapşırığın həlinə tətbiq ediləcək həndəsi çevirmənin seçilməsi tələbələrə görə xüsusi çətinlik əmələ gətirir. Məqalə də məhz bu mövzuya həsr edildiyindən onu aktual saymaq olar.

Məqalənin elmi yeniliyi. Elmi yenilik ondan ibarətdir ki, məqalədə orta ixtisas məktəblərində çevirmələr üsulu ilə müstəvi üzərində qurmaların tədrisi texnologiyasının bəzi məsələlərindən söhbət açılır.

Məqalənin praktik əhəmiyyəti və tətbiqi. Məqalədən orta ixtisas və orta ümumtəhsil məktəblərinin müəllimləri, tələbə və magistrantlar istifadə edə bilərlər.

Ədəbiyyat

1. N. Qəhrəmanova, C. Əsgərova. Riyaziyyat. Bakı, 2011.
2. N. Qəhrəmanova, C. Əsgərova, L. Qurbanova. Riyaziyyat - 3. Bakı: Altun kitab, 2010.
3. M.C. Mərdanov, S.S. Mirzəyev, R.H. Həsənov, C.C. Hacıyev. Həndəsə - 10. Bakı: Çaşıoğlu, 2010.
4. M.N. Yaqubov, İ.M. Abdullayev, Ə.H. Yaqubov, N.A. Kərimli, A.H. Bağırov, H.N. Ağayev, M.M. Vəliyev, Riyaziyyat. Bakı, 2006.
5. F. Bünyatova. Konstruktiv təlim: mahiyyət, prinsip, vəzifələr və dərslərdən nümunələr, Bakı, 2008.

А.Н. Сираджова

Технология обучения конструкциям на плоскости путем преобразований в средних специальных школах

Резюме

В статье рассматриваются следующие вопросы:
— Преимущества образовательных технологий;
— Актуальность технологии обучения построению на плоскости методом преобразований в ВУЗе.

A.N. Siracova

Technology of teaching structures on a plane by transformations in secondary special schools

Summary

The article addresses the following issues:
— The advantages of educational technologies;
— The relevance of the technology of teaching construction on a plane by the method of transformations in the university.

Redaksiyaya daxil olub: 08.02.2021