

## 10-cu sinfin riyaziyyat təlimində ekstremumun tətbiqi ilə məsələ həllinin texnologiyası

Musa Tapdıq oğlu Rzayev

Azərbaycan Dövlət Pedaqoji Universitetinin  
baş müəllimi

E-mail: Musa.rzayev.73@mail.ru

Şəbnəm Ağası qızı İskəndərova

Azərbaycan Dövlət Pedaqoji Universiteti

**Rəyçilər:** p.ü.f.d., dos. N.B. Nəsirov,  
r.ü.f.d., dos. A.Q. Cəfərov

**Açar sözlər:** təhsil, təlim, bilik, islahat, törəmə, limit, kəmiyyət, böhran nöqtəsi, funksiya, maksimum və minimum, situasiya, təyin oblastı, qiymətlər oblastı, ekstremum, riyaziyyat, qiymətləndirmə, elm, məsələ

**Ключевые слова:** образование, обучение, знания, реформа, производная, предел, количество, точка кризиса, функция, максимум и минимум, ситуация, область определения, ценовая область, крайность, математика, оценка, наука, проблема

**Key words:** education, training, knowledge, reform, derivative, limit, quantity, crisis point, function, maximum and minimum, situation, domain of determination, domain of values, limit, mathematics, evaluation, science, problem

Məktəbdə təhsil yalnız şagirdlərə yalnız biliklər sistemi verməklə kifayətlənməməli, həm də onların düşünmə tərzinin yüksək səviyyəyə çatmasına, yaradıcılıq fəallığının artmasına xidmət etməlidir. Bunun həyata keçirilməsi üçün riyaziyyat dərslərində ekstremumun tətbiqi ilə məsələ həlli bacarığını inkişaf etdirmək lazımdır. Metodik ədəbiyyatların təhlili göstərir ki, bu işin düzgün təşkili şagirdlərin bilik səviyyəsini yüksəldir, mənimsəmə qabiliyyətini artırır, onları fəallaşdırır.

Orta məktəb riyaziyyat kursunun əsas məqsədlərindən biri konkret obyektlər arasındakı funksional asılılığın tətbiq edilməsi vərdişinin yaradılmasıdır. Bu vərdişlərin yaranması üçün hər məsələnin həlli zamanı müəyyən ekstremum aparılması zəruridir.

Gündəlik həyatımızda iqtisadiyyatın, sənayenin, tibbin və s. sahələr üzrə problemlərin həllində optimallaşdırma məsələləri böyük əhəmiyyət kəsb edir. Burada müxtəlif dəyişənlərin daxil olduğu real situasiyanın analitik riyazi modelini müəyyən etmək riyaziyyat təlimində qarşıya qoyulan əsas məsələlərdən biridir. Asılı dəyişənin maksimum və ya minimum olmasını təmin edən sərbəst dəyişənin (verilən şərtlər daxilində) optimal qiymətlərini tapmaq çox müraciət edilən vacib problemlərdir.

Bir çox riyazi məsələlərin həlli də belə məsələlərə nümunə ola bilər. Məsələn, “İki ədədin fərqi 20-yə bərabərdir. Bu ədədləri elə seçin ki, onların hasili ən böyük olsun”. Göründüyü kimi burada sərbəst dəyişən iki ədədin bir-birindən asılılığı şərti verilmişdir. Burada dəyişən iki ədədi  $x$  və  $y$  kimi işarə etsək, onlar arasında bir asılılığın verildiyini də görürük, bu ədədlərin biri digərindən 20 vahid böyükdür. Deməli, optimallaşdırma məsələsinə uyğun funksiyanın analitik şəkli  $f(x) = x(x + 20)$  kimi olmalıdır.

Optimallaşdırma məsələlərinin həll edilməsi planı isə aşağıdakı kimi verilə bilər:

- Məsələnin şərtində hansı məlumatlar verilmişdir?

- Sabit kəmiyyətlər hansılardır?
- Dəyişən kəmiyyətlər hansılardır? Bu kəmiyyətlərin qiymətləri haqqında məsələdə hər hansı məlumat varmı? Onlar mənfi, çox böyük, çox kiçik ola bilərlərmi?
- Verilən sabit kəmiyyətlə dəyişənlər arasında hansı əlaqə mövcuddur? Bu əlaqəni sözlə ifadə edin.

Məsələnin şərtində nəyi tapmaq tələb edilir?

- Qiyməti axtarılan asılı dəyişənlə məsələdə verilən sərbəst dəyişən kəmiyyət arasındakı analitik asılılığı necə ifadə etməliyəm?

• Bu asılılığı funksiya şəklində yazmaq üçün bütün dəyişənləri tələb edilən dəyişənlə ifadə edin. Bu zaman tələb edilən kəmiyyətin ala biləcəyi qiymətləri qeyd etməyi unutmayın.

Funksiya hansı intervalda diferensiallandı?

- Funksiyanın törəməsini tapın.
- Funksiyanın böhran nöqtələrini tapın.
- Böhran nöqtələrinin funksiyanın şərtlərinə uyğun təyin oblastına aid olub-olmadığını yoxlayın.

• Böhran nöqtələrinin maksimum və ya minimum olduğunu müəyyənəldirin.

Mövzuya uyğun məsələnin qoyuluşu və həlli isə aşağıdakı nümunədəki kimi ola bilər :

**Məsələnin qoyuluşu:** Minimum zaman sərfi. Rəsul qayıqla eni 1 km olan su hövzəsinin sağ sahilindəki  $A$  nöqtəsindən digər sol sahilində yerləşən  $B$  nöqtəsinə çatmalıdır. Bunun üçün o aşağıdakı yollardan birini seçə bilər.

- 1)  $A$  nöqtəsindən  $C$  nöqtəsinə qayıqla keçdikdən sonra piyada  $B$  nöqtəsinə gələ bilər.
- 2)  $A$  nöqtəsindən  $B$  nöqtəsinə birbaşa qayıqla gələ bilər.
- 3)  $A$  nöqtəsindən  $B$  və  $C$  nöqtələri arasında yerləşən hər hansı  $D$  nöqtəsinə qayıqla gəlib,  $D$ -dən  $B$ -yə yenə piyada gələ bilər.

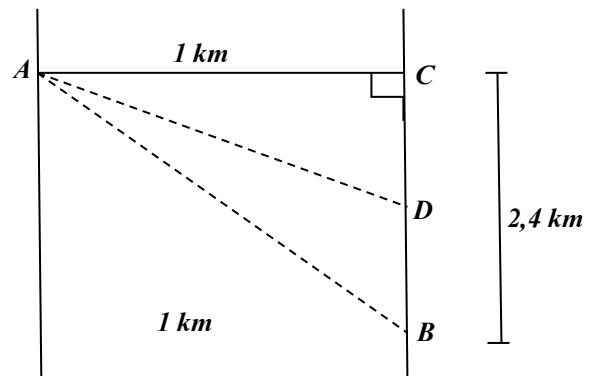
Rəsul qayıqla saatda 3 km və piyada saatda 5 km yol qət edərsə, hansı yolu seçsə,  $B$  nöqtəsinə daha tez çatar?

**Məsələnin həlli:** Tutaq ki, Rəsul əvvəlcə qayıqla müəyyən bir  $D$  nöqtəsinə gəlir, sonra isə piyada  $B$  -yə gəlir.  $CD = x$  qəbul edək. Onda  $DB = 2,4 - x$  olar.  $A$  -dan  $B$  -yə Rəsulun gəlməsi üçün zaman funksiyası qursaq, şərtə görə

$$T(x) = \frac{AD}{3} + \frac{DB}{5} = \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{3} + \frac{2,4 - x}{5} \quad \text{alarıq.}$$

$$\text{Buradan,} \quad T'(x) = \frac{2x}{6\sqrt{x^2 + 1}} - \frac{1}{5} = \frac{5x - 3\sqrt{x^2 + 1}}{3\sqrt{x^2 + 1}}$$

$T'(x) = 0$  tənliyini həll edək:



$x \in (0; 0,75)$  olduqda  $T'(x) < 0$ ,  $x > 0$  olduqda isə  $T'(x) > 0$  olduğundan,  $x_{\min} = 0,75$

Deməli, Rəsul  $C$  nöqtəsindən 0,75 km məsafədə olan  $D$  nöqtəsinə qayıqla gəlib, sonra piyada  $B$  nöqtəsinə getsə, ən tez çatar.

İndi törəmədən istifadə etməklə həmin üsulun əhəmiyyətli dərəcədə sadələşdirilməsindən danışaq.

$y = f(x)$  funksiyası verildikdə,  $\forall x', x'' \in [a, b] \forall 0 < q < 1$  ədədi üçün  $|f(x') - f(x'')| < q|x'' - x'|$  şərti ödənərsə,  $f(x)$  funksiyası  $[a, b]$  parçasını özünə sıxılmış inikas etdirir.

Bu anlayışı həndəsi olaraq izah etmək olar:  $y = f(x)$  funksiyası qrafikin bütün mümkün  $(AB)$  vətərlərinə baxmaq və  $[\operatorname{tg} \alpha]$  ifadəsini yuxarıdan qiymətləndirmək lazımdır, burada  $\alpha$  vətərin absis oxunun müsbət istiqaməti ilə əmələ gətirdiyi bucağı göstərir. Burada fərz edəcəyik ki,  $y = f(x)$ ,  $x \in [a, b]$  funksiyası qrafikin kəsilmə və sınıma nöqtələri yoxdur.

Göstərilən şərtlərin ödənilməsini  $f(x)$  funksiyasından tələb etmək o deməkdir ki, bu funksiya Lanqranj teoreminin şərtlərini ödəməlidir. Teoremin həndəsi izahı XI sinifdə *Cəbr və analizin başlanğıcı* kursunda verildiyindən biz burada onun üzərində dayanmırıq.

Laqranj teoreminə əsasən  $\operatorname{tg} \alpha = f'(c)$ -dir. Deməli,  $[a, b]$  parçasından olan və  $|f'(c)| \leq q$  bərabərsizliyini ödəyən bütün  $c$ -lər üçün və ya başqa sözlə  $\forall x \in [a, b]$  üçün  $|f'(x)| \leq q$  olarsa,  $|\operatorname{tg} \alpha| \leq q$  bərabərsizliyi doğrudur.

Misal 1:  $2^x = 4x$  tənliyinin  $[0, 1]$  parçasında yerləşən kökünü 0,3 qəbul etdikdə yol verilən xətamı hesablayın.

Həlli: Tənliyin  $x = 2^{x-2}$  kimi yazmaq ki,  $f(x) = 2^{x-2}$  qəbul edək və  $f'(x)$ -in tapaq:  $f'(x) = 2^{x-2} \ln 2$

olduqda,  $|f'(x)| < \frac{\ln 2}{2}$ . Burada  $q = \frac{\ln 2}{2}$  qəbul edək. Aydındır ki,  $q < \frac{1}{2}$ -dir. Ona görə

də olduğundan,  $|\bar{x} - x_n| < 2|x_1(n+1) - x_1n|$  düsturu  $n=3$  götürməklə təbiiq edə bilərik:

$$|\bar{x} - 0,31| = |x - x_1n| < 2|x_14 - x_13| < 2 \cdot |0,311 - 0,310| = 0,002$$

Deməli,  $x = 0,31$  götürdükdə yol verilən xəta 0,002-dən kiçik olur. Bütün bu məlumatların sistemlə şagirdlərə öyrədilməsi nəzərdə tutulur. Lakin dərslərdə belə sxem yoxdur. Ona görə təklif edirik ki, dərstdə və ya dərstdən kənar məşğələlərdə belə sistemləşdirmə aparılsın. Digər riyazi məsələlərlə yanaşı ekstremumun təbiiq vasitəsilə məsələ həlli şagirdlərə öyrədilməlidir.

**Məqalənin aktuallığı.** Məktəb riyaziyyat təlimində bir sıra məsələ növləri həll edilir ki, bunlardan biri də ekstremum tətbiqi ilə məsələlərin həllidir. Ekstremum tətbiqi ilə 10-cu sinifdə həll olunan məsələlərin həlli texnologiyası şagirdlərin ümumi bilik, bacarıq və vərdişlərini formalaşdırır.

**Məqalənin elmi yeniliyi.** Elmi məqalədə 10-cu sinfin riyaziyyat təlimində ekstremumun tətbiqi ilə həll olunan məsələlərin həlli texnologiyası nümunələr əsasında işlənmişdir. Bununla yanaşı hansı riyazi məsələlərə ekstremumu tətbiq edilməsi yolları göstərilmişdir.

**Məqalənin praktik əhəmiyyəti və tətbiqi.** Məqalədən orta məktəbin 10-11 sinif şagirdləri, orta ixtisas məktəbinin müəllimləri, tələbələri, magistrantlar və doktorantlar istifadə edə bilərlər.

## Ədəbiyyat

1. Ağayev B., Sadiqov S. və b. Riyaziyyat məsələləri (həlli ilə 1-ci hissə). Azərtədrisnəşr, 1962.
2. Ağayev B., Sadiqov S. və b. Riyaziyyat məsələləri (həlli ilə 2-ci hissə). Bakı: Azərtədrisnəşr, 1962.
3. İbrahimov Ə, Sadiqov S. və b. Çətinlik dərəcəsi yüksək olan riyaziyyat məsələlərinin həlli üzrə praktika. Bakı, 1976.
4. Nuruşov A. Gənc riyaziyyatçılara kömək. Bakı: Maarif, 1975.
5. Nuruşov A. Bəzi çətin tənliklərin həlli. Bakı: Maarif, 1976.
6. Болтянский Б. Г. и др. Лекция и задание по элементарной математике. М.: Наука, 1971.
7. Бортенев Ф.А. Нестандартные задачи по алгебре. М.: Просвещение, 1976.
8. Бабниской И.Л. Задачи математических олимпиад. М.: Наука, 1975.
9. Гусен В.А. и др. Сборник заданий по геометрии для 6-й классов. М.: Просвещение, 1975.
10. Гусен В.А. и др. Внеклассная работа по математике и 6-8 классах. М.: Просвещение, 1977.
11. Герасимова и др. Сборник заданий по геометрии (9-10 классы). М.: Просвещение 1977.
12. Журнал "Математика в школе". М.: Просвещение, 1950-1979.
13. Журнал «Квант». «Наука». М., 1970-1979.

М.Т. Рзаев, Ш.А. Искандерова

## Технология решения задач через экстремумную реализацию в 10 классах

### Резюме

В статье рассматривается решение задачи по экстремуму для учеников 10 классов. В статье решена типовая задача с применением метода экстремума и подчеркнута важность метода обучения.

При проведении исследования по данной теме в статье были полностью выявлены и упомянуты популярные научные статьи.

**M.T. Rzayev, Sh.A. Iskanderova**

**Technology for solving problems through  
extreme implementation in 10 classes**

**Summary**

The article discusses the solution to the extremum problem for students in grade 10. The article solved a typical problem using the extremum method and emphasized the importance of the teaching method.

When conducting research on this topic, popular scientific articles were fully identified and mentioned in the article.

**Redaksiyaya daxil olub: 16.12.2020**