

## Rasional tənlik və bərabərsizliklərin həlli təcrübəsinin mənimsədilməsində tədris tapşırıqlarından istifadə yolları

**Firəduun Nadir oğlu İbrahimov**

*pedaqogika üzrə elmlər doktoru, professor,*

*ADPU-nun Şəki filiali*

**E-mail:** Fireddun\_ibrahimov@mail.ru

**Aysel Beybala qızı İmanova**

*riyaziyyat üzrə fəlsəfə doktoru,*

*ADPU-nun Şəki filiali, baş müəllim*

**E-mail:** a.imanova81@list.ru

**Rəyçilər:** r.ü.e.d., dos. R.A. Rasuloov,  
r.ü.f.d. V. Ə. Abdurahmanov

**Açar sözlər:** metodik sistem, tədris fəaliyyəti, tədris situasiyası, tədris tapşırıqları, idrakın hərəkət forması, interaktiv metodlar, didaktik xarakterli idrak məsələsi, rasioanal bərabərsizliklər

**Ключевые слова:** методическая система, учебная деятельность, учебная ситуация, обучающие задания, форма движения познания, интерактивные методы, дидактическая когнитивная проблема, рациональное уравнение, рациональное неравенство

**Key words:** methodical system, teaching activities, teaching situation, teaching tasks, the form of movement of cognition, interactive methods, didactic cognitive problem, rational equation, rational inequality

*Tədqiqat işində əldə olunmuş materiallara əsaslanan interpretasiya.* Məlum olduğu kimi, interaktiv metodlarla aparılan dərslərdə öyrənənlərin fəaliyyəti dərslərin əsas məqsədinin yerinə yetirilməsinə yönəldilir və müəllim əvvəlcədən dərslərin planını işləyir (əsasən interaktiv tapşırıqlar hazırlayır), öyrənənlər isə interaktiv tapşırıqlar əsasında nəzərdə tutulan materialı (bəşər təcrübəsinin zəruri hissəsi kimi seçilmiş, yenidən işlənərək sistemə salınmış materialı) öyrənirlər. İnteraktiv tapşırıqlar adı tapşırıqlardan onunla fərqlənir ki, bu halda öyrənənlər nəinki öyrənilmiş materialı möhkəmləndirir, eyni zamanda yeni metodları öyrənir, yeni bilik, bacarıq və vərdislər qazanırlar.

Elmi mənbələrdə vurğulanır ki, şagirdlərin yaradıcılıq qabiliyyətlərini inkişaf etdirən belə interaktiv tapşırıqların hazırlanması zamanı aşağıdakı kriteriyaların ödənilməsi təmin olunmalıdır: tapşırıqın tək cə birmənalı və bir mürəkkəb həllinin və cavabının olmaması; öyrənənlər üçün praktik və yararlı olması; əsasən, öyrənənlərin həyatı bacarıqları ilə bağlı olması; öyrənənlərdə marağın yaradılması; maksimal təlim məqsədlərinə xidmət etməsi (3, s. 188).

Məlumdur ki, “metodik sistem” anlayışı müəyyən komponentlərin qarşılıqlı əlaqələri zəminində formalaşdırılır və bunun birbaşa mənası “bu və ya digər fənnin tədrisi metodikası” deməkdir. Bu anlayışın təhlilinə dayanaraq iddia etmək olar ki, metodik sistemin minimum sayda olan komponentləri bunlardır: məqsəd, məzmun, vasitələr, metodlar, təşkilat formaları. Metodik sistemin sxeminə daxil olan komponentlərə belə şərh verməyi məqbul sayırıq: *məqsəd*-sistem yaradıcı hərəkəti modeldir, reallaşdıqda gözlənilən nəticə hasil olur; *məzmun*-məqsəd əsasında bəşər təcrübəsindən ayrılmış, yenidən işlənərək sistem halına gətirilmiş, idraki hərəkət halını alaraq və təhsilalanın şəxsi keyfiyyətinə transformasiya olunan komponentdir;

*vasitə*-təhsilalanın idraki fəaliyyətə qoşulmasına yardımcı olan, tədris situasiyası kimi dərk olunan və tədris əməliyyatlarına əsas yaradan imkandaşıyıcı funksiyaya malik komponentdir; *metod*-məzmunun öyrənmənin idrakında hərəkət formasıdır; *forma*-məzmun və metodun idraki hərəkətin mövcudluq üsuludur.

Komponentlər sırasında məxsusi yeri olan vasitə sual, məsələ, təmrin və sözlə əyaniliyin (informasiya daşıyıcılarının) müxtəlif uzlaşmaları halında formulə olunur. Arzuolunan hal budur ki, vasitə komponentinin əsas forması olan tapşırıq (adətən sual, məsələ, çalışma qismində şagird qarşısında qoyulur) şagirdi tədris situasiyasına salmış olsun, başqa sözlə, tapşırıq şagird tərəfindən idrak tələbatının təmin olunma obyektini kimi qəbul edilsin.

Aparığımız tədqiqatlar nəticəsində belə qənaətə gəlmişik ki, real və ya virtual məkanda (laməkanda) fənlərin (məxsusi olaraq riyaziyyatın və informatikanın) tədrisi sistemə aid edilən komponentlərin funksiyaları (imkandaşıyıcılığının, “imkan-hərəkət-yeni keyfiyyət hərəkəti”ndə payı) kifayət dərəcədə tədqiq edilməmişdir. Qənaətimizə görə, komponentlərarası əlaqələrin tədqiq olunmasının, idarəetmə prosesində sözügedən funksiya və əlaqələrə istinad olunmasının səmərəli və etibarlı yollarından biri “sistem-struktur” yanaşmadan istifadə ediləməsidir.

Bu və ya digər mövzunun tədrisinə və ya hər hansı anlayışın formalaşdırılmasına yönəldilən metodik sistemin optimal variantının işlənilməsi və bu sistemə vasitələr kompleksinə aid edilən tapşırıq növlərinin yanlışığa yol vermədən daxil edilməsi üçün aşağıdakılar diqqət mərkəzinə çəkilməlidir: fənnin (riyaziyyatın, informatikanın və digərlərinin) tədrisi prosesinin mahiyyəti; fənnin tədrisinin mükəmməl sistemi ilə onun altsistemlərin, həmçinin altsistemlərin öz aralarındakı münasibətlər; fənnin tədrisinin fəlsəfi-metodoloji, məntiqi, psixoloji və didaktik əsasları; fənnin tədrisində özünə yer alan məzmun-struktur və prosesual dəyişikliklər, yeni yanaşmalar; metodik sistemin komponentlərinin sistemin emergent təbiətinə zidd olmayan məxsusi xüsusiyyətləri; şagirdlərin əqli fəaliyyətinin növlərinin (analitik və evristik məntiqlərin) səmərəli nəticələrə səbəb olan uzlaşması (2, s. 5-6).

Bir qədər haşiyə çıxmış olsaq da qeyd edək ki, təlim psixologiyasında XX əsrin ortalarına-dək “şagirdlərin təlim fəaliyyəti” anlayışı əmələ gəlib bərqərar olmuşdu. Məktəb təcrübəsində də bu anlayış özünə yer almışdı. Keçən əsrin 60-70 ci illərində, bir tərəfdən, yeni pedaqoji təfəkkürün bərqərar olması, digər tərəfdən, fəaliyyət konsepsiyası sahəsində əldə edilmiş uğurlar bu məsələlərə yeni baxışdan yanaşmaq imkanı verdi və pedaqoji psixologiyada “tədris fəaliyyəti” anlayışı yarandı.

Tədris fəaliyyəti anlayışı ilə bağlı prof. Ə.Ə. Əlizadə belə şərh verir: “...Təlim tədris fəaliyyətinin mühüm xarakteristikası olsa da, onun bütün tərəflərini əhatə etmir. Təlim, sözün geniş mənasında, yeni bilik, bacarıq və vərdişlərin mənimsənilməsinə nəzərdə tutur. Halbuki mənimsəmə və tədris fəaliyyəti mahiyyətcə müxtəlif hadisələrdir. Mənimsəmə təkcə təlim prosesinin deyil, hər bir fəaliyyət sahəsinin, məsələn, oyunun və ya əməyin ayrılmaz tərəfidir. Tədris fəaliyyəti isə fəaliyyətin bir növüdür, şəxsiyyətin sosial aktivliyinin özünəməxsus formasıdır” (1, s. 150).

Elkonin D.V., Davıdov V.V. və başqalarının tədris fəaliyyəti konsepsiyası tədris fəaliyyətinin strukturunda onun aşağıdakı tərkib hissələrini fərqləndirir: 1) tədris situasiyası (və ya tapşırıqları); 2) tədris əməliyyatları; 3) nəzarət; 4) qiymət.

Xüsusi olaraq vurğulayaq ki, psixoloqlar tədris fəaliyyətinin tədris tapşırıqlarının həlləndən başlamasını iddia etməkdə haqlıdırlar. Onlar göstərir ki, tədris tapşırığının mahiyyəti tapşırıq anlamında əks olunsa da, xarakteri “tədris” anlamı ilə bağlıdır. Tədris tapşırıqları hər hansı bir elmi, hərbi, idman və s. tapşırıqlardan bir önəmli xüsusiyyəti ilə seçilir: Tədris tapşırı-

rıqları şagirdlərin özlərinin tədris fəaliyyətində müxtəlif problemlərin və konkret praktik məsələlərin ümumi həll üsullarını (prinsipləri, qanunauyğunluqları) kəşf etməsini, mənimsəməsini nəzərdə tutur.

Əslində, tədris tapşırıqlarını irəli sürməklə müəllim şagirdləri özünəməxsus tədris situasiyasına daxil edir: bu situasiyada onlar bütün xüsusi və konkret variantları nəzərə almaqla tədris tapşırıqlarının ümumi həll üsullarının məzmunu ilə tanış olurlar, müvafiq bilik, bacarıq və vərdislərə yiyələnirlər.

Tədris tapşırıqlarının özünəməxsus xüsusiyyətləri çoxdur, lakin belə bir cəhət aydındır: onları həll etmək üçün şagirdlər zəruri tədris əməliyyatlarına yiyələnməlidirlər. Tədris əməliyyatları müxtəlifdir. Onlardan bir çoxu ümumi xarakter daşıyır, bəzi tədris əməliyyatları da vardır ki, daha çox müəyyən tədris materiallarının mənimsənilməsi üçün səciyyəvidir. Xüsusi hallarda tətbiq olunan tədris əməliyyatlarını da fərqləndirmək mümkündür. Fikri proseslər-təhlil, tərkib, müqayisə, ümumiləşdirmə və s. həmişə müəyyən fənninin məzmununa tətbiq olunmaqla həyata keçirilir və buna görə də onlar müxtəlif fənn üzrə əməliyyatlar (məsələn, həndəsə əməliyyatları) kimi meydana çıxır.

Vurğulamaq gərəkdir ki, tədris fəaliyyətinin formalaşmasında nəzarətin də yeri tutumludur. Burada iki cəhət qeyd olunmalıdır: 1) Şagird icra etdiyi tədris əməliyyatlarını və onların nəticəsini öz fəaliyyətinin məqsədilə tutuşdurur, öz səhvlərini müəyyən edir və aradan qaldırır. Odur ki, şagirdlərin diqqətini həmişə bu cəhət-tədris əməliyyatlarının nəticələrinə cəlb etmək, onlara tədris əməliyyatlarını fikrən planlaşdırmağı, ilk növbədə, daxili planda həyata keçirməyi və nəticələrini təhlil etməyi öyrətmək lazımdır. 2) Nəzarət təsirli olanda şagirdin tədris fəaliyyəti onun iradəsinin təzahürü kimi həyata keçirilir. Bu şəraitdə nəzarət tədris əməliyyatının ətrafında çevrilir, refleksiya əsasında səmərəli inkişaf etməyə başlayır. Nəzarət tədris fəaliyyətinin tərkib hissəsi kimi mühüm əhəmiyyətə malik olan qiymətləndirmə ilə bilavasitə bağlıdır.

Nəzarət prosesində son nəticəni və nəticənin əldə edilməsi üsullarının səmərəli və adekvat olmasına daha çox diqqət yetirilməlidir. Nəzarət prosesində tədris fəaliyyətinin son nəticəsi deyil, ayrı-ayrı tədris əməliyyatlarının nəticəsi araşdırılır. Halbuki qiymətləndirmə prosesində tədris fəaliyyətinin son nəticəsi təhlil olunur, onun tədris fəaliyyətinin məqsədinə nə dərəcədə uyğun olması müəyyən edilir.

Bəzi müəlliflər tədris fəaliyyətini yeni təhsil texnologiyası kimi nəzərdən keçirirlər. Tədris fəaliyyətinin təhsil texnologiyası kimi nəzərdən keçirilməsi fənlərin tədris metodikasının inkişafında yeni mərhələ açır. Təlim prosesinin optimallaşdırılması yolunda bu, görünür, ən önəmli addım olacaqdır (1, s. 151-154).

Biz bu mövqeyi təqdir edirik. Qənaətimizə görə, tədris fəaliyyəti (tədris tapşırıqlarına dayanan fəaliyyət-təhsil texnologiyası) təfəkkürün formalaşmasına təsir etməklə hafizənin inkişafında keyfiyyətə yeni mərhələnin yaranmasını şərtləndirir.

Məlum olduğu kimi, hafizə əslində eyni dərəcədə zəruri olan iki hissədən ibarətdir (P. Lindsey, D. Normannın mövqeyinə görə belədir). Onlardan birincisi, informasiya bazası və ya məlumatlar bankıdır (*data base*). Yaddasaxlama sisteminin topladığı informasiya real surətdə birinci hissədə, başlıca olaraq deklarativ və prosedura hafizəsində saxlanılır.

Məlumdur ki, bilikləri epistemoloji baxımdan “nə” və “necə” dixotomiyasında iki əsas növə bölünür. “Nə”yə aid biliklər (faktlar, prinsiplər, münasibətlər və s.) deklarativ hafizədə, “necə”yə aid biliklər (riyazi tapşırıqları necə həll etmək, suala necə cavab vermək, EHM üçün proqramı necə yazmaq və ya nəyisə necə idarə etmək) isə prosedura hafizəsində əks olunur.

Hadisələr, predmetlər haqqındakı məlumatları, eləcə də onların arasındakı qarşılıqlı əlaqə-

lərin bütün mürəkkəb şəbəkəsini yazmaq və qoruyub saxlamaq funksiyası sözügedən hissəyə aid olunur. Hafizənin ikinci hissəsi, əməliyyatların interpretasiyası mexanizmdən və ya informasiya bazasında hifz olunan məlumatlarla əməliyyat aparən sistemdən ibarətdir. Gələn məlumatların qiymətləndirilməsi, yeni məlumatların yadda saxlanması, suallara verilən cavablar, məsələləri həll etmək, danışmaq, fikirləşmək və gündəlik fəaliyyətə rəhbərlik etmək üçün zəruri olan informasiyanın saxlanması ondan ibarətdir.

Məlumatların interpretasiya mexanizminə xüsusi əhəmiyyət verilməlidir. Hafizə mənə ölçülərinə əsaslanır. Yadda saxlayan sistemdə təcrübə materialları deyil, bu materialların mənası yazılır. İnsan yaddasaxlamadan çox anlamağa çalışır.

Tədris tapşırıqlarının düzgün tətbiqi (tədris situasiyasının mövcudluğu) hafizə ilə təfəkkürün əlaqəli inkişafına şərait yaradır, əqli fəaliyyətin analitik və evristik növlərinin vahidin tərəfləri qismində çıxış etməsini şərtləndirir. Bu əlaqənin gözlənilməsi zərurətdir. Təfəkkür hafizəyə dayanır və eyni zamanda hafizəni qidalandırır. Məhz bu əlaqənin arzuolunan səviyyədə reallaşması üçün tədris tapşırıqları (idarəetmə və məhsuldarlıq baxımdan daha üstün funksional tapşırıq növü-sual, məsələ şəklində formulə edilərək) tətbiq olunmalıdır.

Fikrimizcə, burada vermiş olduğumuz nəzəri mülahizələri özündə saxlayan interpretasiya yetərlidir. Odur ki, tədqiqat işinin təqdim olunan nəzəri məğzinə aid mülahizələri konkret hala gətirən “Rasional tənlik və bərabərsizliklərin həlli” mövzusunda fokuslana bilərik.

Məlum olduğu kimi, kök altında məchulu olan tənliklər irrasional tənliklər adlanır. İrrasional tənliklərin əsasən həll üsulları aşağıdakılardır: 1.Hər iki tərəfi eyni dərəcədə qüvvətə yüksəltmə üsulu; 2.Yeni dəyişən daxiletmək üsulu. Bəzi hallarda irrasional tənlikləri həll etmək üçün süni üsullar da tətbiq edilir (5, s. 139-142).

Elə irrasional tənliklər var ki, onun hər tərəfini seçilmiş müəyyən funksiya vurduqda, onu daha tez həll etmək olur. Məsələn,  $\sqrt{x + \sqrt{x-2}} + \sqrt{x - \sqrt{x-2}} = 2$  tənliyini həll edərkən onun hər tərəfini sol tərəfin qoşmasına vurmaq məsləhətdir. Lakin bu halda kənar kök alınma biləcəyini nəzərə alaraq mütləq araşdırma aparmaq lazımdır. Bəzi irrasional tənliklər yeni məchul daxil etməklə həll olunur. Məsələn,  $\sqrt{a+x} + \sqrt[3]{b-x} = c$  tənliyini həll etmək üçün  $\sqrt{a+x} = u$ ,  $\sqrt[3]{b-x} = v$  qəbul edib, verilənlərə ekvivalent olan aşağıdakı tənliklər sistemini yazmaq olar: 
$$\begin{cases} u + v = c, (u \geq 0) \\ u^2 + v^3 = a + b. \end{cases}$$
 Birinci tənlikdən  $u$  (və ya  $v$ ) tapılaraq ikinci tənlikdə yazıla bilər. Beləliklə,  $v$  (və ya  $u$ ) təyin edilir. Nəticədə əvəzləmədən istifadə etməklə həll tapılır (4, s. 55-62).

İrrasional tənlikləri birinci üsulla həll edərkən ya elə etmək lazımdır ki, hər sonrakı mərhələdə alınan tənlik əvvəlki ilə eynigüclü olsun, ya da heç bir məhdudiyət qoyulmadan verilmiş tənliyi həll edib alınan kökləri yoxlamaq lazımdır. Ümumiyyətlə şagirdə aydın olmalıdır ki, tənliyin hər tərəfini tək dərəcədə qüvvətə yüksəltdikdə onunla ekvivalent olan tənlik, cüt dərəcədə qüvvətə yüksəltdikdə isə alınan həllə nəzərə alınmayan verilən tənliyin hər iki tərəfinin işarəsi eyni olduqda ekvivalent, əks halda ekvivalent olmayan tənlik alınır. İrrasional tənliklərin həlli zamanı cüt dərəcəli köklər iştirak edərsə, onların hesabi qiyməti götürülür. Tək dərəcəli kökün işarəsi kökaltı ifadənin işarəsi ilə eyni olur.  $\sqrt{f(x)} = \sqrt{g(x)}$ ,  $\sqrt{f(x)} \pm \sqrt{\varphi(x)} = g(x)$ ,  $\sqrt[3]{f(x)} \pm \sqrt[3]{\varphi(x)} = g(x)$ ,  $\sqrt{ax+b} \pm \sqrt{cx+d} = \sqrt{px+q}$  şəklində tənlikləri həll edərkən çox halda radikalın “yox” edilməsindən istifadə olunur. Bunun üçün tənliyin hər tərə-

fi bir və ya bir neçə dəfə elə qüvvətə yüksəldilir ki, alınan tənlik rasiyal olsun. Tənliklərin bu üsulla həlli zamanı istifadə edilən aşağıdakı çevirmələr, onun təyin oblastının genişlənməsinə səbəb olur:

$$\sqrt{A} = \sqrt{B} \rightarrow A = B, \quad A = B \rightarrow A^2 = B^2, \quad \sqrt{A} \cdot \sqrt{B} = C \rightarrow \sqrt{AB} = C,$$

$$\frac{\sqrt{A}}{\sqrt{B}} = C \rightarrow \sqrt{\frac{A}{B}} = C, \quad (\sqrt{A})^2 = C \rightarrow |A| = C.$$

Bu çevirmələr zamanı alınan tənliklər, ümumiyyətlə verilən tənliklə ekvivalent olmadığından, həll etdikdən sonra yoxlama aparılmalıdır (4, s. 181-189).

*Misal.*  $\sqrt{x-1} + \sqrt{2x+6} = 6$  tənliyini həll edək.

*Həlli.* MMQS-ni, yəni TTQ-ni tapaq.

$$\begin{cases} x-1 \geq 0 \\ 2x+6 \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x \geq 1 \\ x \geq -3 \end{cases}$$

Buradan  $x \geq 1$  alırıq.  $x \geq 1$  şərti ilə tənliyin hər iki tərəfini kvadrata yüksəldək. Onda alırıq:  $x-1 + 2\sqrt{(x-1)(2x+6)} + 2x+6 = 36$ .

Sonra alınan tənliyi  $2\sqrt{(x-1)(2x+6)} = -3x+31$  şəklində yazaq. Burada  $-3x+31 \geq 0$ ,  $x \leq 10\frac{1}{3}$  olmalıdır. Digər tərəfdən  $x \geq 1$  – dir. Onda  $1 \leq x \leq 10\frac{1}{3}$ . Bu şərtlə sonuncu tənliyin hər iki tərəfini yenə kvadrata yüksəldərək sadələşdirib  $x^2 - 202x + 985 = 0$  tənliyini alırıq. Bu kvadrat tənliyi həll edərək  $x_1 = 5$ ,  $x_2 = 197$ . Tapdığımız köklərdən yalnız  $x_1 = 5$   $1 \leq x \leq 10\frac{1}{3}$  şərtini ödəyir. Deməli verilmiş tənliyin kökü 5-dir.

*Misal.*  $\sqrt{2x-4} - \sqrt{x+5} = 1$  tənliyini həll edək.

*Həlli.*

$$\sqrt{2x-4} - \sqrt{x+5} = 1 \Leftrightarrow \sqrt{2x-4} = 1 + \sqrt{x+5} \Leftrightarrow (\sqrt{2x-4})^2 =$$

$$(1 + \sqrt{x+5})^2 \Leftrightarrow 2x-4 = 1 + 2\sqrt{x+5} + x+5 \Leftrightarrow 2\sqrt{x+5} = x-10 \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x-10 \geq 0 \\ 4(x+5) = (x-10)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 10 \\ x^2 - 24x + 80 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 10 \\ \begin{cases} x_1=4 \\ x_2=20 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow x = 20.$$

(6, s. 113).

Şagirdlərin diqqətinə onu da çatdırmaq faydalıdır ki, tənliyin təyin oblastını tapmaq onun özünün həllindən mürəkkəb olur. Belə halda tənliyin təyin oblastı tapılmadan həll edilir və tapılan köklər yoxlanılır. Burada tədris tapşırığı kimi  $\sqrt{1 - \sqrt{x^4 - x^2}} = x - 1$  tənliyin həllindən faydalanmaq yerinə düşər.

İndi də şagirdlərin rasiyal tənliklərin həlli təcrübəsinin inkişaf etdirilməsi məqsədi ilə icra məqsədi başqa yanaşma tərzini ehtiva edən və onlara tədris tapşırığı olaraq təqdim olunan  $\sqrt{x+1} - \sqrt[3]{2x-6} = 2$  tənliyinin həllinə nəzər salaq.

Həlli.  $\sqrt[3]{2x-6}$  kökünü təkləyib tənliyi  $\sqrt[3]{2x-6} = \sqrt{x+1} - 2$  şəklində yazmaq və hər iki tərəfi kuba yüksəldək:

$$2x - 6 = (x + 1)\sqrt{x+1} - 6(x + 1) + 12\sqrt{x+1} - 8$$

tənliyini alırıq. Bəzi sadələşdirmə apararaq onu  $(x + 13)\sqrt{x+1} = 8(x + 1)$  şəklində yazıb hər iki tərəfi kvadrata yüksəldib  $(x + 13)^2(x + 1) = 64(x + 1) \implies 64(x + 1)^2$  tənliyini alırıq ki, onu da  $(x + 1)(x^2 - 38x + 105) = 0$  şəklində yazmaq olar və buradan  $x + 1 = 0$ ,  $x^2 - 38x + 105 = 0$  tənlikləri alınır. Bu tənlikləri həll edib,  $x_1 = -1, x_2 = 3, x_3 = 35$  alırıq. İndi tapılan kökləri yoxlayaq:

1.  $x_1 = -1$  olduqda

$$\sqrt{x_1 + 1} - \sqrt[3]{2x_1 - 6} = \sqrt{-1 + 1} - \sqrt[3]{-2 - 6} = 0 - \sqrt[3]{-8} = -(-2) = 2, \text{ yəni } x_1 = -1 \text{ tənliyin köküdür.}$$

2.  $x_2 = 3$

olduqda

$$\sqrt{x_2 + 1} - \sqrt[3]{2x_2 - 6} = \sqrt{3 + 1} - \sqrt[3]{6 - 6} = 2 - 0 = 2,$$

yəni  $x_2 = 3$  tənliyin köküdür.

3.  $x_3 = 35$  olduqda

$$\sqrt{x_3 + 1} - \sqrt[3]{2x_3 - 6} = \sqrt{35 + 1} - \sqrt[3]{70 - 6} = 6 - \sqrt[3]{64} = 6 - 4 = 2,$$

yəni  $x_3 = 35$  tənliyin köküdür (4, s. 139-142).

Deməli, verilmiş tənliyin həllər çoxluğu  $\{-1, 3, 35\}$  olur. Burada şagirdlərin diqqətinə çatdırılmalıdır ki, tapılan kökləri yalnız irrasional tənliyə cüt dərəcədə köklər daxil olduqda yoxlamaq lazımdır.

Tədris tapşırığının tətbiqi məqsədləri sırasında yeni dəyişən daxil etməklə irrasional tənliyin həlli üsulunun şagirdlərə mənimsədilməsi də vardır. Belə tədris tapşırığına aşağıda özünə yer alan tənliyin həlli nümunə ola bilər

Misal. Tənliyi həll edin:  $x^3 + x + \sqrt[3]{x^3 + x - 2} = 12$ .

Həlli. MMQ:  $(-\infty, \infty)$  – intervalıdır.  $\sqrt[3]{x^3 + x - 2} = t$  olsun, onda verilən tənlik  $t^3 + t = 10$  və ya  $(t - 2)(t^2 + 2t + 5) = 0$  şəklinə düşər. Bu tənliyin həqiqi həlli  $t = 2$  əvəzləməyə əsasən  $\sqrt[3]{x^3 + x - 2} = 2$ ,  $x^3 + x - 10 = 0$ ,  $(x - 2)(x^2 + 2x + 5) = 0$  alınır. Nəticədə tənliyin həqiqi həlli  $x = 2$  tapılır.

İrrasional bərabərsizliklərin həlli üsullarının mənimsədilməsi məqsədini güdən tədris tapşırıqlarının formulə olunmasında və tətbiqində də məxsusi cəhətlər vardır. Bu məqsədlə tədris tapşırıqlarından istifadə edərkən aşağıdakıları şagirdlərin diqqət mərkəzinə çəkmək vacibdir:

— Bərabərsizliyə daxil olan cüt dərəcəli köklər hesabi köklərdir, yəni cüt dərəcədə kökaltı ifadə mənfi olarsa, kök mənasını itirər, sıfıra bərabər olarsa, kökün qiyməti sıfır olur, kökaltı ifadə müsbət olduqda kökün qiyməti müsbət götürülür;

— Bərabərsizliyə daxil olan bütün tək dərəcəli köklər kökaltı ifadənin istənilən həqiqi qiymətində təyin olunur. Bu halda kök işarəsi kökaltı ifadənin işarəsi ilə eyni olur;

— Tərəfləri mənfi olmayan bərabərsizliyin hər tərəfini işarəni saxlamaqla kvadrata yüksəltəndə onunla eyni güclü bərabərsizlik alınır.

— Bərabərsizliyin hər tərəfini tək dərəcədə qüvvətə yüksəltəndə, onunla eynigüclü olan bərabərsizlik alınır.

İrrasional bərabərsizliklərin həllində rast gəlinə bilən bir sıra xüsusi halları unutmamaq və sözügedən məxsusiliklərin nəzər nöqtələri kimi seçilməsi məqsədi güdən tapşırıqlara da xüsusi yer verilməlidir. Burada vurğulamaq yerinə düşər ki, həmin xüsusi hallara aşağıdakılar aid edilir:

$$1. \sqrt{f(x)} < \varphi(x). \text{ Bu halda verilən bərabərsizlik } \begin{cases} f(x) \geq 0, \\ \varphi(x) > 0, \\ \sqrt{f(x)} < \varphi(x) \end{cases} \text{ bərabərsizliklər}$$

$$\text{sistemi ilə eyni güclüdür. Buradan } \begin{cases} f(x) \geq 0, \\ \varphi(x) > 0, \\ f(x) < (\varphi(x))^2 \end{cases} \text{ yazmaqla alınan bərabərsizliklər sis-}$$

teminin həlli, verilən bərabərsizliyin həlli olur.

2.  $\sqrt{f(x)} > \varphi(x)$ . Buradan  $\varphi(x) \geq 0$  və  $\varphi(x) < 0$  olmaqla iki halı nəzərdən keçirmək lazım gəlir:

$$a) \varphi(x) \geq 0 \text{ olduqda verilən bərabərsizlik } \begin{cases} f(x) \geq 0, \\ \varphi(x) \geq 0, \\ f(x) > (\varphi(x))^2 \end{cases} \text{ bərabərsizliklər sistemi}$$

ilə, b)  $\varphi(x) < 0$  olduqda isə,  $\begin{cases} \varphi(x) < 0, \\ f(x) \geq 0 \end{cases}$  bərabərsizliklər sistemi ilə eynigüclüdür. [4;181-189]

Belə tədris tapşırıqlarına aşağıdakılar nümunə ola bilər.

Misal.  $\frac{\sqrt{2x+2}}{x-3} < 1$  bərabərsizliyini həll edək.

$$\begin{aligned} \text{Həlli. } \frac{\sqrt{2x+2}}{x-3} < 1 &\Leftrightarrow \begin{cases} 2x+2 \geq 0 \\ x-3 < 0 \\ 2x+2 \geq 0 \\ x-3 > 0 \\ 2x+2 < (x-3)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -1 \\ x < 3 \\ x \geq -1 \\ x > 3 \\ 2x+2 < x^2-6x+9 \end{cases} \Leftrightarrow \\ \begin{cases} -1 \leq x < 3 \\ x > 3 \\ 2x+2 < x^2-6x+9 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} -1 \leq x < 3 \\ x > 3 \\ x^2-8x+7 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 \leq x < 3 \\ \begin{cases} x > 3 \\ \begin{cases} x < 1 \\ x > 7 \end{cases} \end{cases} \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} -1 \leq x < 3 \\ x > 7 \end{cases} \end{aligned}$$

Buradan da  $[-1; 3[ \cup (7; \infty)$ . [6; 114]

Misal.  $\sqrt{4-x^2} < x+4$ .



$$\text{Həlli.} \begin{cases} 4 - x^2 \geq 0, \\ x + 4 > 0, \\ 4 - x^2 < (x + 4)^2. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 \leq 4. \\ x > -4. \\ 2x^2 + 8x + 12 > 0. \end{cases} \text{Buradan} \begin{cases} -2 \leq x \leq 2, \\ x > -4, \\ x \in (-\infty, \infty). \end{cases}$$

Nəticədə verilən bərabərsizliyin həlli üçün  $[-2; 2]$  nöqtələr çoxluğunu alırıq.

$$\text{Misal.} \sqrt{x^2 - 7x + 12} > 2x - 6.$$

Həlli. Verilən bərabərsizlik aşağıdakı bərabərsizliklər sistemi ilə eynigüclüdür:

$$1) \begin{cases} x^2 - 7x + 12 > 0, \\ 2x - 6 \geq 0, \\ x^2 - 7x + 12 > (2x - 6)^2. \end{cases} \quad 2) \begin{cases} x^2 - 7x + 12 \geq 0, \\ 2x - 6 < 0. \end{cases}$$

Əvvəlcə 1) bərabərsizliklər sistemini həll edək:

$$\begin{cases} (x - 3)(x - 4) > 0, \\ x \geq 3, \\ 3x^2 - 17x + 24 < 0. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x - 3)(x - 4) > 0, \\ x \geq 3, \\ 3(x - \frac{8}{3})(x - 3) < 0. \end{cases}$$

$$\text{Nəticədə} \begin{cases} x < 3 \text{ və } x > 4, \\ x \geq 3, \\ \frac{8}{3} < x < 3 \end{cases} \text{ alınar. Göründüyü kimi, bu bərabərsizliklər sisteminin}$$

həlli yoxdur. İndi 2) bərabərsizliklər sistemini həll edək:

$$\begin{cases} (x - 3)(x - 4) \geq 0, \\ x < 3. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 3 \text{ və } x \geq 4, \\ x < 3. \end{cases}$$

Buradan  $x < 3$  alınır. Deməli, verilən sistemin həlli  $(-\infty, 3)$  intervalının nöqtələr çoxluğu olur.

Nəticə. Tədris tapşırıqlarına hər hansı fənnin mövzular üzrə, o cümlədən “Rasional tənlik və bərabərsizliklərin həlli” mövzusu üzrə formalaşdırılan metodik sistemi açıqdır. Çünki metodik sistemin komponenti olan vasitələr kompleksində tədris tapşırıqları element statusunda ehtiva oluna bilər. Tədris tapşırıqlarının metodik sistemdə yer alması tədris situasiyasının yaranması deməkdir. Sözügedən situasiyada şagirdlər tədris əməliyyatlarının subyekt rolunda çıxış edir, öz fəaliyyətlərini nəzarətdə saxlayır, əməliyyatların gedişini və nəticələri qiymətləndirir. Bu mühit təfəkkürlə hafizənin qarşılıqlı təsirlərini əxz edir, əqli fəaliyyətin analitik və evristik növləri vahid tərəfləri kimi mövcud olur. Beləliklə, təhsilin həyata keçirilməsi prosesində təhsilləndirici, tərbiyələndirici və inkişafetdirici funksiyalar keyfiyyətli şəkildə reallaşmış olur, səmərəli təhsil vermə gerçəkləşir.

**Məqalənin aktuallığı.** Bu və ya digər mövzunun tədrisinə və ya hər hansı anlayışın formalaşdırılmasına yönəldilən metodik sistemin optimal variantının işlənilməsi və bu sistemə vasitələr kompleksinə aid edilən tapşırıq növlərinin yanlışlığa yol verilmədən daxil edilməsi hər zaman praktik pedaqoqların (ümumtəhsil məktəbi müəllimlərinin) həll etməli olduğu didaktik xarakterli idrak məsələsidir. Bu məsələnin həllindən asılı olaraq nəticə əldə olunur. Təcrübə göstərir ki, bu aspektdən məsələnin həllində yanlışlıqlara yol verilir, şagirdlər tədris fəaliyyətinin fəal subyektinə çevrilməmiş olurlar. Xüsusilə, tədris tapşırıqlarının tətbiqində, şagirdlər tərəfindən tədris əməliyyatlarının müəyyənləşdirilməsində, şagirdlərin özfəaliyyəti-



nə nəzarət etməsində və fəaliyyətlərini qiymətləndirməsində çatışmazlıqlar özünü büruzə verir. Bu arzuolunmaz halların kökündə nəzəri səviyyədə “boşluqların” olması durur. Odur ki, məqalənin mövzusunun aktual olduğunu iddia edirik və tədqiqatın “Rasional tənlik və bərabərsizliklərin həlli” mövzusu üzrə interpretasiyasını məqsədəuyğun sayırıq.

**Məqalənin elmi yeniliyi.** Tədqiqat işində tədris fəaliyyəti fəaliyyətin bir növü, şəxsiyyətin sosial aktivliyinin özünəməxsus forması kimi şərh edilir. Tədris fəaliyyətinin tərkibində tədris tapşırıqları hissə kimi interpretasiya olunur. Bu yanaşmaya dayanılaraq tədris tapşırıqlarının formulə olunmasına texnoloji yanaşmanın elmi şərhə verilir.

**Məqalənin praktik əhəmiyyəti və tətbiqi.** Tədqiqat işi praktik pedaqoqların fəaliyyətində tədris tapşırıqlarının tətbiqi ilə bağlı yol verilə biləcək yanlışlıqların aradan götürülməsi mühiti tənzimlənməsi baxımından xüsusi əhəmiyyət kəsb edir.

## Ədəbiyyat

1. Əlizadə Ə.Ə. Müasir Azərbaycan məktəbinin psixoloji problemləri. Bakı: Pedaqogika, 2004, 432 s.
2. İbrahimov F.N. Riyaziyyatın təlimi haqqında pedaqoji düşüncələr. Bakı: “Mütərcim”, 1999, 226 s.
3. Mehrafov A.O. Müasir təhsilin konseptual problemləri. Bakı: Mütərcim, 2010, 516 s.
4. Məmmədov R.H., Xəlilov H.M., Hüseynov Ş.T. Tənliklər və bərabərsizliklər: Hazırlıq şöbə dinləyiciləri üçün vəsait. Bakı: Maarif, 1991, 376 s.
5. Yaqubov M.H., Yaqubov Ə.H., Kərimli N.A., Bağirov A.H., Ağayev H.N., Vəliyev M.M. Riyaziyyat: Qəbul imtahanlarına hazırlaşanlar, yuxarı sinif şagirdləri və müəllimlər üçün dərs vəsaiti. TQDK-“Abituryent”. Bakı: Şərq-Qərb, 2006, 856 s.
6. Yaqubov M.H., İsmayılov T.X., Ağakışiyev İ.Ə. Riyaziyyat (Məsələ və misallar): Dərs vəsaiti. Bakı: Çarşıoğlu, 201, 544 s.

**Ф.Н. Ибрагимов, А.Б. Иманова**

## Способы использования учебных заданий для освоения опыта решения рациональных уравнений и неравенств

### Резюме

В статье подчеркивается необходимость разработки оптимального варианта методической системы, направленной на формирование какой-либо концепции, на примере обучения «Решение рациональных уравнений и неравенств», и указано, что в работе учителей в указанной системе допущена ошибка при включении типов задач, относящихся к компонентам средств, и причина этого объясняется отсутствием соответствующих теоретических основ.

В исследовательской работе авторы статьи обращают внимание на важность того, чтобы учащиеся становились активными субъектами учебной деятельности и дают лаконичную интерпретацию концепций учебные задачи, обучающие операции, контроль и оценивание. Они также предоставляют основанное на опыте понимание функций возможностей компонентов, включенных в методологическую систему, межкомпонентных

зависимостей, а также важности и диалектики их ожиданий и обеспечивают понимание своих теоретических соображений на основе примеров задач.

**F.N. Ibrahimov, A.B. Imanova**

### **Ways to use teaching tasks in receiving the experience of solving rational equations and inequalities**

#### **Summary**

This article emphasizes the need to develop the optimal version of the methodological system aimed at the formation of any concept on the example of teaching the topic “Solving rational equations and inequalities “ and it is indicated that a mistake is made in the work of teachers in the mentioned system when including task types related to the tool components and the reason for this is explained by the lack of appropriate theoretical foundations.

The authors of this article draw attention to the importance of active participation of students in teaching activities in the research work and provide a concise interpretation of the concepts of teaching tasks, teaching operations, monitoring and evaluation. They also provide experience-based consideration included capacity-carrying functions within the methodological framework, inter-component dependencies as well as the importance of their expectations and dialectics and clarify their theoretical considerations based on task examples.

**Redaksiyaya daxil olub: 25.11.2021**