

## Epidemiya modellərinin bəzi parametrlərinin statistik təhlili

**Rəna Ağamir qızı Əmirova**

*Azərbaycan Texniki Universitetinin dosenti*

**E-mail:** renamath@mail.ru

**Savana Novruz qızı Zalova**

*Azərbaycan Texniki Universiteti*

**Günəl Fəxrəddin qızı Babanlı**

*Azərbaycan Texniki Universitetinin dissertantı*

**E-mail:** bh.1000gun@gmail.com

**Rəyçilər:** r.ü.f.d. M.M. İslamov,  
r.ü.f.d. N.L. Əliyev

**Açar sözlər:** epidemiyanın riyazi modeli, xarici risklər, parametrlərin qiymətləndirilməsi

**Ключевые слова:** математическая модель эпидемии, внешние риски, оценка параметров

**Key words:** mathematical model of the epidemic, external risks, evaluation of parameters

Tibbi cəhətdən vacib və sosial əhəmiyyətli proseslərin modelləşdirilməsi üzrə araşdırmalar mühüm əhəmiyyət kəsb edir. Son illərdə isə iqtisadi vəziyyətin mürəkkəbləşməsi ilə əlaqədar olaraq, iqtisadiyyat və sosial sahədə maliyyə vəsaitlərindən, o cümlədən profilaktik tədbirlərdən daha səmərəli istifadə olunması tələb olunur.

1. Epidemiyanın yayılma dinamikasının model və vasitələri. Epidemik vəziyyətin inkişafının təhlili və proqnozlaşdırılması üçün verilmiş regionda praktiki istifadə üçün SİR modeli mövcuddur:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dS}{dt} = -\lambda iS \\ \frac{di}{dt} = \lambda iS - \mu i \\ \frac{dR}{dt} = \mu i \\ S(0) = S_0, i(0) = i_0, R(0) = R_0 \\ S(t) + I(t) + R(t) = N \end{array} \right.$$

Bu modeldə, əhali 3 qrupa ayrılır ( s- həssas (Susceptible), I – yoluxmuş (Infectious) və R – immuniteti olan (Removed):  $N = s + i + r$ , harada N – ümumi əhali).

Kiçik sapmalar zamanı yoluxma hər bir t anında

$$\exp[(\lambda - \mu)t]$$

qanunu ilə inkişaf edir. Epidemiyanın yaranması və onun gələcək inkişafı bu modeldə yeganə parametr

$$r = \frac{\lambda}{\mu}$$

tərəfindən idarə olunur.

Regionda epidemiya vəziyyəti insanların xəstəlik statusundan asılı olaraq baxılan qruplara bölünməsinə səciyyələndirir. Qrupların sayının dəyişməsinin dinamikası, kontaktların tezliyi (bir xəstədən yoluxmanın intensivliyi) və sağalmanın intensivliyi – xəstəliyin həcmi, əks orta müddəti kimi əsas parametrləri olan qeyri-xətti diferensial tənliklərin sistemi ilə təsvir olunur.

Epidemik vəziyyətin modelləşdirilməsi üzrə müasir işləri nəzərə alan SİR-modellərin müxtəlif modifikasiyaları nəzərdən keçirilir, məsələn, müvafiq prosesləri təsvir edən latent xəstələnmə, ölüm, peyvənd və s. kimi giriş verilənləri, tənliklərə yeni dəyişənlər və parametrlər şəklində daxil edilir.

Epidemiya vəziyyətinin inkişafı bu model parametrləri fonunda, hava şəraitindən və digər amillərdən asılı olaraq dəyişə bilər. İşin əsasını epidemiya vəziyyətinin modeli təşkil edir. Bu model deterministik klassik əsasda qırılmışdır. SİR-modellər, xarici yoluxma təsirini nəzərə almağa imkan verir. Bunun üçün yeni parametr –  $A$  xarici risklərin aqressivliyi, yəni vahid zamanda (həftə ərzində) xarici mənbələrdən yoluxmanın orta sayı daxil edilir. Qeyd etmək lazımdır ki, epidemiya prosesinin inkişafı populyasiya immunitetinin səviyyəsi ilə əhəmiyyətli dərəcədə müəyyən edilir. Tibbi işçilərin əhali arasında, eləcə də kütləvi informasiya vasitələrində həyata keçirdikləri izahat işi mühüm rol oynayır. Fərdi profilaktik tədbirlər vasitəsilə infeksiyanın qarşısını almaq üçün müxtəlif məlumatlar verilir. Belə tədbirlərə vitaminlərin qəbulu, qoruyucu maskaların tətbiqi, düzgün rejim və həmçinin vaksinasıya aiddir.

Epidemik vəziyyət modelini qurarkən, bu faktorlar daha bir yeni parametri –  $r$  (profilaktik tədbirlər nəticəsində həftəlik immuniteti əldə edən insanların orta sayı) nəzərə alır [2].

1. Xəstələrin sayının dinamikasının statistik analizi. Bu halda xəstələrin sayının dinamikası rekurrent nisbətlərlə təsvir olunur:

$$(*) \begin{cases} \bar{v}_t = \left(1 - \frac{R_t}{N}\right) (I_t \lambda + A) \\ I_{t+1} = I_t(1 - \mu) + \bar{v}_t \\ R_{t+1} = R_t(1 - \gamma) + \bar{v}_t + r \end{cases}$$

Burada  $t$  - vahid zamanda (həftədə) xəstələnlərin orta sayı,  $R_t$ -bu infeksiyaya qarşı immunitetə malik olanların sayı,  $N$  – müşahidə olunan regionda həsas insanların ümumi sayı,  $I_t$  – cari həftənin əvvəlində xəstələrin sayı,  $\lambda$  – yoluxma intensivliyi,  $\mu$  - bir xəstənin bərpa intensivliyi,  $\gamma$  - xəstənin immunitetinin itki dərəcəsidir. Epidemiya vəziyyətinin modelləşdirilməsi zamanı nəzərə almaq lazımdır ki, rekurrent parametrlərə (\*) daxil olan bəzi parametrlərin dəyərləri eynidir, yəni epidemiya vəziyyətinin inkişafının müxtəlif mərhələlərində dəyişə bilər, digərləri isə daimi miqdarda ola bilər.

Bəzi parametrlərin qiymətləri dəyişdirilmir Bu əsasən  $\mu$  və  $\gamma$  parametrlərinə aiddir, çünki bu parametrlər xəstəliyi bütövlükdə səciyyələndirir. Bu parametrlərin dəyərləri mövcud tibbi məlumat mənbələrindən əldə edilə bilər. Kəskin respirator virus infeksiyası üçün xəstəliyin orta müddəti 14 gündür, yəni 2 həftə, xəstəlik keçirilənlərdən və ya peyvənddən sonra immunitetin saxlanma müddəti orta hesabla 6 həftədən bir ilə qədər və daha çoxdur [2].



Bu işdə 6 ay toxunulmazlığın qorunması müddətinə uyğun bir variant nəzərdən keçirəcəyik, bu təxminən 26 həftədir, yəni  $\gamma = 1 / 26$ . Əsas parametr yoluxma intensivliyi  $\lambda$ , yəni orta bir həftə ərzində bu xəstəliyə yoluxa biləcək insanların sayından ibarətdir.  $\lambda$  parametri, ilk növbədə, əlaqələrin tezliyi ilə müəyyən edilir və həm də patogen xüsusiyyətlərindən, xüsusilə də kontagiyalılıqdan asılıdır.

Əlaqələrin tezliyi əhalinin sıxlığı ilə, həmçinin səviyyəni xarakterizə edən bir sıra sosial və iqtisadi amillərlə müəyyən edilir [ 3].

A və r digər parametr qrupuna aiddir, onları variativ adlandırmaq olar, çünki onların mənalı epidemiya vəziyyətinə girmə mərhələsindən asılıdır, bundan başqa ehtimal etmək olar ki, epidemiya prosesinin mərhələsini məhz onlar müəyyənləşdirir. Modelin parametrlərinin variasiyasının təklif olunan metodunun mahiyyəti ondan ibarətdir ki, epidemiya situasiyasının inkişafının hər bir mərhələsi üçün adekvat modelin qurulması üçün bu parametrlərin qiymətləndirilməsini elə qurmaq lazımdır ki, (\*) münasibətindəki hesablamaların nəticələri real xəstələnmə sayına nəzərən xətası minimal olsun.

**Məqalənin aktuallığı.** Məqalə müəyyən qrupun konkret nümunəsində epidemik vəziyyəti tədqiq etmişdir. Sosial əhəmiyyətli proseslərin modelləşdirilməsi üzrə epidemik vəziyyətin inkişafının təhlili və proqnozlaşdırılması çox aktual məsələdir.

**Məqalənin elmi yeniliyi.** Müşahidələr və mövcud olan nəticələr üzrə modelin parametrlərinin ətraflı mərhələli hesablanması və təhlili alqoritmi verilmişdir. Epidemiya vəziyyətinin qiymətləndirilməsi və ümumi sayının qiymətləndirilməsi ilə epidemiya vəziyyətinin inkişaf proqnozu verilib.

**Məqalənin praktik əhəmiyyəti və tətbiqi.** Məqalədə xarici riskləri nəzərə alan epidemiya vəziyyəti modelinin parametrlərinin hesablanması üsulu və variasiya üsulu ilə statistik analizin aparılması epidemiya vəziyyətində mühüm əhəmiyyət kəsb edir.

## **Ədəbiyyat**

1. Мастихин А.В. Финальные вероятности для марковских процессов эпидемии. Москва: МГТУ им. Н.Э. Баумана; 2011.
2. Боев Б.В. Моделирование развития эпидемии гриппа А(Н1N1) в России в сезон 2009 – 2010 годов.. 2010; 1 (50): 52 – 58.
3. Гришунина Ю.Б., Контаров Н.А., Архарова Г.В., Юминова Н.В. Моделирование эпидемической ситуации с учетом внешних рисков. Эпидемиология и Вакцинопрофилактика. 2014; 5 (78): 61 – 66.

**Р.А. Амирова, С. Н.Залова, Ч.Й. Гафарова**

### **Статистический анализ некоторых параметров моделей эпидемии**

#### **Резюме**

В статье предлагается провести статистический анализ методом вариации и методом расчета параметров модели эпидемической ситуации, учитывающей внешние риски. Дан алгоритм детального поэтапного расчета и анализа параметров модели по наблюдениям и имеющимся результатам. Был дан прогноз развития эпидемической ситуации с оценкой эпидемической ситуации и общей численности. В статье изучена эпидемическая ситуация на конкретном примере определенной группы.

**R.A. Amirova, S.N. Zalova, Ch.Y. Gafarova**

### **Statistical analysis of some parameters of epidemic models**

#### **Summary**

In the article it is proposed to conduct a statistical analysis by calculating the parameters of the epidemic situation model taking into account external risks and by variation method. Detailed step-by-step calculation and analysis algorithm of model parameters on observations and results are given. With the assessment of the epidemic situation and the assessment of the total number, the development forecast of the epidemic situation was given. The article investigated the epidemic situation in a concrete sample of a particular group.

**Redaksiyaya daxil olub: 26.03.2021**