Parametr daxil olan irrasional bərabərsizliyin həlli

Qurban İsa oğlu Əliyev
riyaziyyat üzrə fəlsəfə doktoru,
Azərbaycan Dövlət Pedaqoji Universitetinin dosenti
E-mail: qurban1919@ mail.ru

Rəyçilər: p.ü.f.d., dos. S.S. Həmidov,
t.ü.f.d., dos. A.M. Quliyev

Açar sözlər: parametr, məsələ, irrasional bərabərsizlik, bacarıq, məntiq, vərdişlər
Ключевые слова: параметр, проблема, иррациональное неравенство, умение, логика, привычки
Key words: parameter, problem, irrational inequality, skill, logic, habits

Parametrli irrasional bərabərsizliklərin həlli, elementar riyaziyyatın ən çətin bölmələrindən biri hesab olunur. Bu onunla əlaqədardır ki, orta məktəblərdə müəyyən tip məsələ və misalların həllində şagirdlərin bacarıq və vərdişlərini inkişaf etdirmək üçün çalışırlar ki, cəbri ifadələrin çevrilməsi texnikasından tez-tez istifadə etsinlər. Parametr daxil olan tapşırıqların həlli isə adətən məntiqi düşüncə, hər tərəfli və tam şəkildə təhlil edilməsi bacarığı tələb edir.

Təcrübə göstərir ki, parametr daxil olan məsələ və misalların həll üsulunu mənimsəyən şagirdlər, başqa misal və məsələlərin həllini də kifayət qədər uğurla yerinə yetirir.

Parametr daxil olan bərabərsizliklərə aid olan məsələ və misallarda çox vaxt iki cür məsələlərin qoyuluşu olur:

1) Parametrin hər bir qiymətində verilən irrasional bərabərsizliyin bütün həllərini tapın.

2) Parametrin verilmiş qiymətlərində irrasional bərabərsizliyin bütün həllərini tapın.

Parametr daxil olan irrasional bərabərsizliklərin həll üsuluna, metoduna xüsusi misallar vasitəsi ilə baxaq.

1. a parametrin hər bir mümkün qiymətlərində aşağıdakı irrasional bərabərsizliyi həll edin.

$$\sqrt{x-a} + \sqrt{2a-x} + \sqrt{a-1} + \sqrt{3-a} > 0 \qquad (1)$$

Həlli :

Parametrin təyin oblastı

$$\begin{cases} a-1 \ge 0 \\ 3-a \ge 0 \end{cases}, \Leftrightarrow \begin{cases} a \ge 1 \\ a \le 3 \end{cases}, \Leftrightarrow a \in [1;3].$$

(1) bərabərsizliyi aşağıdakı bərabərsizliklər sistemi ilə eyni güclüdür, belə ki

$$\begin{cases} x-a \ge 0 \\ 2a-x \ge 0 \end{cases}, \Leftrightarrow \begin{cases} x \ge a \\ x \le 2a \end{cases}, \Leftrightarrow x \in [a;2a].$$

Əgər $a \in [1;3]$ olarsa, onda (1) irrasional bərabərsizliyin həllər çoxluğu $[a;2a]$ parçasını dolduracaqdır.

Cavab: $a \in [1;3]$ olarsa, $x \in [a;2a]$ olar.

2. a parametrinin müxtəlif qiymətlərində irrasional bərabərsizliyini həll edin:

$$\sqrt{x+a} < a - \sqrt{x} \qquad (2)$$

Həlli :

İrrasional bərabərsizliyinin həllini analiz etmək üçün (2) –ni aşağıdakı şəkildə yazaq

$\sqrt{x+a} + \sqrt{x} < a$, (*) buradan aydın olur ki,

$$a + x \geq 0, \qquad x \geq 0, \qquad a > 0.$$

$\sqrt{x+a} < a - \sqrt{x} \Leftrightarrow \sqrt{x+a} + \sqrt{x} < a$ və (*) hər iki tərəfi müsbət olduğu üçün (2)-nin hər iki tərəfini kvadrata yüksəltsək alarıq

$$\begin{cases} a + x \geq 0, \\ x \geq 0, \\ a > 0, \\ x + a < a^2 + x - 2a\sqrt{x} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0, \\ x \geq 0, \\ a < a^2 - 2a\sqrt{x} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a > 0, \\ x \geq 0, \\ 2\sqrt{x} < a - 1 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a > 1, \\ 2\sqrt{x} < a - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 1, \\ 4x < (a-1)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 1, \\ 0 \leq x < \left(\dfrac{a-1}{2}\right)^2 \end{cases}.$$

Cavab:

əgər a >1 onda $x \in [0; \left(\dfrac{a-1}{2}\right)^2]$

əgər a ≤1 onda x∈∅.

3. a parametrinin hansı qiymətlərində irrasional bərabərsizliyinin həlli var?

$$2x + \sqrt{a^2 - x^2} > 0 \qquad (3)$$

Həlli :

1) Əgər a= 0 olarsa, (3) irrasional bərabərsizliyinin həlli yoxdur.

2) Əgər a ≠ 0 olarsa, onda $\sqrt{a^2 - x^2} > -2x$ bərabərsizliyi aşağıdakı iki sistemin çoxluğu ilə eynigüclüdür:

$$\left[\begin{array}{l}\begin{cases}a^2-x^2>4x^2\\ -2x\geq 0\end{cases}\\ \begin{cases}a^2-x^2\geq 0\\ -2x<0\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}-\dfrac{|a|}{\sqrt{5}}\leq x\leq\dfrac{|a|}{\sqrt{5}}\\ x\leq 0\end{cases}\\ \begin{cases}-|a|\leq x\leq |a|\\ x>0\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}-\dfrac{|a|}{\sqrt{5}}\leq x\leq 0\\ 0<x\leq |a|\end{array}\right. \Leftrightarrow \quad -\frac{|a|}{\sqrt{5}}\leq x\leq |a|\ ,$$

$a \neq 0$

Cavab: Əgər a= 0 olarsa , həll yoxdur.

Əgər $a \neq 0$ olarsa , həll $-\dfrac{|a|}{\sqrt{5}} \leq x \leq |a|$ olar.

4. İrrasional bərabərsizliyinin həll edin:

$$\sqrt{\frac{a-x}{a+x}}+\sqrt{\frac{a+x}{a-x}}\geq 2 \qquad (4)$$

Həlli:

1) Əgər $a \neq 0$ olarsa, (4) irrasional bərabərsizliyinin sol tərəfi müəyyən olmayıbdır.

2) Əgər a <0 olarsa, onda bərabərsizliyin mümkün qiymətlər: x∈(a;–a), əgər a >0 olarsa, onda bərabərsizliyin mümkün qiymətlər: x∈(–a; a) olar.

Yeni dəyişən $t=\sqrt{\dfrac{a-x}{a+x}}$ (t>0) daxil edək. Onda $\sqrt{\dfrac{a+x}{a-x}}=\dfrac{1}{t}$ olar. (4) bərabərsizliyi aşağıdakı görünüşdə yazaq:

$$t+\frac{1}{t}\geq 2 \qquad (5)$$

(5) bərabərsizliyi istənilən t > 0 üçün ödənilir:

$$t+\frac{1}{t}\geq 2\Leftrightarrow t^2-2t+1\geq 0\Leftrightarrow (t-1)^2\geq 0 .$$

Buradan da onu demək olar ki, bərabərsizliyin həlli onun mümkün qiymətlər çoxluğu ilə üst-üstə düşür.

Cavab: Əgər a= 0 olarsa , həll yoxdur ;
əgər a <0 olarsa, x∈(a;–a);
əgər a >0 olarsa, x∈(–a; a).

Məqalənin aktuallığı. Orta məktəb proqramlarında parametr daxil olan irrasional bərabərsizliyin həlli məsələlərinə az yer verilir. Buna görə də məzunlar ali məktəblərə qəbul imtahanlarında və şagirdlər müxtəlif olimpiadalarda bu cür məsələlərin həlli zamanı daha çox çətinliklərlə üzləşirlər. Məqalədə də bu kimi misalların həlli yolları göstərildiyindən onu aktual hesab edə bilərik.

Məqalənin elmi yeniliyi. Elmi yenilik ondan ibarətdir ki, məqalədə parametr daxil olan irrasional bərabərsizliyin həlli yolları konkret misallarla göstərilmişdir.

Məqalənin praktik əhəmiyyəti və tətbiqi. Məqalədən orta ixtisas və orta ümumtəhsil məktəblərinin müəllimləri, tələbə və magistrantlar istifadə edə bilərlər.

Ədəbiyyat

1. Q.İ. Əliyev. Parametr daxil olan irrasional tənliklərin həlli // Təhsildə İKT, 2019, №1, s.127-134.
2. Q.İ. Əliyev. Parametrli kvadrat bərabərsizliklərin öyrədilməsində blok-sxemlərdən istifadə // Bakı Qızlar Universitetinin "Elmi əsərlər"i, 2018, №2, s. 206-210.
2. N. Qəhrəmanova və b. Riyaziyyat: Ümumtəhsil məktəblərinin 10-cu sinfi üçün dərslik. Bakı, 2018.

К.И. Алиев

Решение иррациональных неравенств с параметром

Резюме

В учебных планах средней школы мало внимания уделяется устранению иррационального неравенства, которое включает параметры. Поэтому больше трудностей с решением подобных задач сталкиваются выпускники на вступительных экзаменах в вузы и студенты на различных олимпиадах. В статье также приведены конкретные примеры решений иррациональных неравенств, включающих параметры.

Q.I. Aliyev

Solving irrational inequalities with parameter

Summary

Secondary school curricula pay little attention to solving irrational inequalities, which include parameters. Therefore, graduates face more difficulties in solving such problems in university entrance exams and students in various Olympiads. The article also gives concrete examples of solutions to irrational inequalities that include parameters.

Redaksiyaya daxil olub: 16.03.2021