Kəsr rasional ifadələrin eyniliklə çevrilməsinin öyrədilməsi metodikası

Ramella Aqil qızı Qasımova
Azərbaycan Dövlət Pedaqoji Universiteti
E-mail: ramella_qasimova@gmail.com

Rəyçilər: p.ü.f.d., dos. N.B. Nəsirov,
r.ü.f.d., dos. A.Q. Cəfərov

Açar sözlər: rasional, eynilik, dəyişəni olan ifadə, qiymət, kəsr, surət, məxrəc
Ключевые слова: рациональные, идентичность, выражение содержащее переменную, цена, дробь , числитель, знаменатель
Key words: rational, identity, expression containing a variable, value, fraction, numerator, denominator

Kəsr rasional ifadələrin çevrilməsində şagirdlər ən zəruri bilikləri mənimsəməlidir. Bu biliklər şagirdlərə artıq məlumdur. Bunlar aşağıdakılardan ibarətdir: birhədlilər, çoxhədlilər, birhədli ilə çoxhədli hasilinin standart şəklə gətirilməsi, iki çoxhədli hasilinin standart şəklə gətirilməsi, ortaq vuruğun mötərizə xaricinə çıxarılması, müxtəsər vurma eynilikləri, çoxhədlinin kökü, çoxhədlinin vuruqlara ayrılması və s. Şagird bu anlayışları dərindən mənimsəməli və onlara aid verilmiş əməliyyatların yerinə yetirilməsindən bilik, bacarıq və vərdişlərə yiyələnməlidirlər. Çünki bu biliklərə yiyələnmədən, kəsr rasional ifadələr üzərində çevrilmələr aparmaq mümkün deyildir.

Məlumdur ki, rasional ifadələrdə dəyişəni olan rasional ifadəyə bölmə əməliyyatı iştirak etmirsə belə ifadələr tam rasional ifadələr adlanır. Əgər rasional ifadələrdə əksinə, dəyişəni olan rasional ifadəyə bölmə əməliyyatı iştirak edirsə, onda belə ifadələr kəsr rasional ifadələr adlanır. Məsələn: $\frac{4-3y+y^2}{y^{2-4}}$, $\frac{ab+b+c}{a}-\frac{1}{c}$, $\frac{\frac{2}{x}+\frac{3}{y}}{5}$

və s kəsr rasional ifadələrdir. Digər tərəfdən onu da qeyd edək ki, elə ifadələr vardır ki, məsələn, $\frac{5x^2-y^2+5}{7}$ ifadəsi kəsr rasional ifadə deyildir. Əgər bu ifadəni məxrəcləri eyni olan kəsrlərin cəmi şəklində yazsaq və alınmış ifadəni çoxhədlinin standart şəklində yazsaq

$\frac{5x^2-y^2+5}{7}=\frac{5}{7}x^2-\frac{1}{7}y^2+\frac{5}{7}$ alarıq.

Deməli, bütün rasional ifadələr çoxluğunun da yeni bir alt çoxluğunu ayıra bilərik ki, bu alt çoxluq kəsr rasional ifadələrin çoxluğudur. Birdəyişənli kəsr rasional ifadəni $\frac{P(x)}{Q(x)}$ -işarə etməyi şərtləşək. Burada $P(x)$- kəsrin surəti, $Q(x)$- isə kəsrin məxrəcidir.

Kəsr rasional ifadələrin eyniliklə çevrilməsində ən əsas məsələlərdən biri verilmiş ifadənin biri surət və məxrəci tam rasional ifadə olan kəsr şəklində gətirilməsidir. Belə çevrilmə həmişə mümkündür.

Birdəyişənli kəsr rasional ifadənin təyin oblastı dəyişənin bu ifadəni mənalı edən bütün qiymətləri çoxluğuna deyilir. Məsələn, $\frac{1+2y+y^2}{y^2-4}$ ifadəsinin təyin oblastı -2 və 2-dən başqa bütün həqiqi ədədlər çoxluğudur. Əgər verilən ifadənin təyin oblastını Y ilə işarə etsək, onda

$Y=[-\infty;-2]\cup[-2;2]\cup[2;+\infty]$ olar.

Dəyişənin kəsr rasional cəbri ifadəni mənalı edən qiymətlərinə dəyişənin mümkün qiymətləri deyilir. Dəyişənin bütün mümkün qiymətlər çoxluğuna kəsr rasional cəbri ifadənin təyin oblastı deyilir.

Tərif: $\frac{P(x)}{Q(x)}$ cəbri kəsrində, surətdəki və məxrəcdəki çoxhədlilərin heç bir ortaq böləni yoxdursa, onda həmin kəsr ixtisar olunmayan kəsr adlanır.

İki çoxhədlinin əmsallarından başqa ortaq böləni yoxdusa, onlara qarşılıqlı sadə çoxhədlilər deyilir. Deməli, ixtisar olunmayan kəsrin surət və məxrəci qarşılıqlı sadədir.

Surəti və məxrəci vuruqların hasili şəklində yazaq:

$$P(x)=p_1p_2...p_n; \quad Q(x)=q_1q_2....q_m$$

Bu hasillərdə ortaq vuruq yoxdur, çünki əks halda kəsr ixtisar olunan olardı. Əgər hasillərdə ortaq vuruq yoxdursa, deməli, kəsr ixtisar olunmayandır. Kəsrlərin ixtisarı qaydası bu xassəyə əsaslanır: kəsrin surət və məxrəcini onların ortaq böləninə bölmək olar.

Cəbri kəsrləri ixtisar etdikdə, ümumiyyətlə, alınan cəbri kəsrin təyin oblastı verilmiş kəsrin təyin oblastından fərqli olur. Məsələn,

$$\frac{x^3-y^3}{x^2-y^2} \text{ və } \frac{x^2+xy+y^2}{x+y} \text{ kəsrlərinə diqqət yetirək.}$$

Birinci kəsr $x\neq y, x\neq -y$ halları müstəsna olmaqla, ixtiyari x və y ədədləri üçün təyin olunub.

İkinci kəsr isə yalnız $x\neq y$ halı müstəsna olmaqla ixtiyari x və y ədədləri üçün təyin olunub. İkinci kəsrin təyin olunma oblastı daha genişdir. Ona görə də birinci kəsrin təyin oblastında bunlar eyni ifadələrdir.

$\frac{x+1}{x}$ kəsrində $\frac{x^3-1}{x^2-x}$ kəsrinə eyniliklə $x\neq 0, x\neq 1$ olduqda eyniliklə bərabərdir.

$Q(x)$ və $Q_1(x)$ – ortaq vuruğu olmayan çoxhədlilər olduqda adətən, verilmiş kəsri ixtisar etdikdən sonra alınan ixtisar olunmayan kəsrin təyin oblastını verilmiş kəsrin də təyin oblastı kimi qəbul edirlər.

Verilmiş bir neçə cəbri kəsrin hər birinin məxrəcinə bölünən çoxhədliyə bu kəsrlərin ortaq məxrəci deyilir. Məsələn, $\frac{x+1}{x-1}$ və $\frac{x}{x-2}$ kəsrləri üçün $(x-1)(x-2)$; $2(x-1)(x-2)$; $x(x-1)(x-2)$ və s. çoxhədlilərinin hər biri ortaq məxrəc ola bilər.

İstənilən digər ortaq məxrəclərin böləndüyü ortaq məxrəcə ən kiçik ortaq məxrəc deyilir. Deməli, göstərdiyimiz misalda $(x-1)(x-2)=x^2-3x+2$ çoxhədlisi ən kiçik ortaq məxrəc olacaqdır.

Qeyd: Bir çox hallarda kəsrlərin məxrəclərindəki ifadələrin hasilindən daha sadə ortaq məxrəc tapmaq mümkün olur. Belə ki, məxrəcləri müxtəlif olan kəsrlər üçün ən sadə ortaq məxrəc taparkən əvvəlcə hər bir kəsrin məxrəcini vuruqlara ayırmaq lazımdır.

$Q(x)\neq 0,\ Q_1(x)\neq 0$ olduğu x-lər üçün $\frac{P(x)}{Q(x)}$ və $\frac{P_1(x)}{Q_1(x)}$ kəsrlərinin cəmi, hasili, fərqi, qisməti və qüvvəti aşağıdakı şəkildə təyin edilir.

$$\frac{P(x)}{Q(x)}+\frac{P_1(x)}{Q_1(x)}=\frac{P(x)Q_1(x)+Q(x)P_1(x)}{Q(x)Q_1(x)}$$

$$\frac{P(x)}{Q(x)}\cdot\frac{P_1(x)}{Q_1(x)}=\frac{P(x)\cdot P_1(x)}{Q(x)\cdot Q_1(x)}$$

$$\frac{P(x)}{Q(x)}-\frac{P_1(x)}{Q_1(x)}=\frac{P(x)Q_1(x)-Q(x)P_1(x)}{Q(x)Q_1(x)}$$

$$\frac{P(x)}{Q(x)}:\frac{P_1(x)}{Q_1(x)}=\frac{P(x)\cdot Q_1(x)}{Q(x)\cdot P_1(x)}$$

$$\left[\frac{P(x)}{Q(x)}\right]^n=\frac{[P(x)]^n}{[Q(x)]^n}$$

Rasional ifadələr üzərində əməllərə aid aşağıdakı nümunələrə baxaq.

Nümunə 1: $x+1-\frac{1}{x+3}\cdot\frac{x^2-9}{x}$.

Əvvəlcə vurmanı yerinə yetirək: $\frac{1}{x+3}\cdot\frac{x^2-9}{x}$. Bunun üçün x^2-9 ikihədlisini müxtəsər vurma düsturunun köməyi ilə vuruqlarına ayıraq: $(x-3)(x+3)$.Yerinə yazib ixtisarları aparsaq alarıq: $\frac{1}{x+3}\cdot\frac{(x-3)(x+3)}{x}=\frac{(x-3)(x+3)}{(x+3)x}=\frac{x-3}{x}$

Alınan nəticəni $x+1$ikihədlisindən çıxaq. $x+1-\frac{x-3}{x}$. Bildiyimiz kimi, burada ən kiçik ortaq məxrəc x-dir.

$$x+1-\frac{x-3}{x}=\frac{x(x+1)-(x-3)}{x}=\frac{x^2+x-x+3}{x}=\frac{x^2+3}{x}.$$

Nümunə 2: $\frac{a+1}{a-3}:\frac{a^2-1}{3a-9}$

Əvvəlcə $\frac{a^2-1}{3a-9}$ kəsirinin surət və məxrəcini vuruqlarına ayıraq. Kəsirin surətinə müxtəsər vurma düsturunu tətbiq etsək alarıq: $(a-1)(a+1)$. Məxrəcdən isə ortaq vuruğu mötərizə xaricinə çıxarsaq $3(a-3)$alırıq. Ayırdığımız vuruqları verilmiş ifadədə yerinə yazaq və kəsrlərin bölünməsi qaydasını tətbiq edək:

$$\frac{a+1}{a-3}:\frac{(a-1)(a+1)}{3(a-3)}=\frac{a+1}{a-3}\cdot\frac{3(a-3)}{(a-1)(a+1)}=\frac{3(a+1)(A-3)}{(a-3)(a-1)(a+1)}$$

Son olaraq kəsrin surət və məxrəcindəki eyni vuruqları ixtisar etsək $\frac{3}{a-1}$ alarıq.

Məqalənin aktuallığı. Kəsr rasional ifadələrin çevrilməsində şagirdlər ən zəruri bilikləri mənimsəməlidir. Bunun üçün onlar bir sıra anlayışları dərindən mənimsəməli, müxtəlif əməliyyatları yerinə yetirilmək üçün müəyyən bilik, bacarıq və vərdişlərə yiyələnməlidirlər. Bu biliklərə yiyələnmədən isə kəsr rasional ifadələr üzərində çevrilmələr aparmaq mümkün deyildir. Məqalənin də aktuallığı onun məhz bu kimi vacib bir məsələyə həse edilməsi ilə bağlıdır.

Məqalənin elmi yeniliyi. Elmi yenilik ondan ibarətdir ki, məqalədə kəsr rasional ifadələr, onlar üzərində əməllər və onların eyniliklə çevrilməsinin metodik şərhi verilmişdir. Kəsr rasional ifadələrin çevrilməsinə dair maraqlı misal nümunələri göstərilmişdir.

Məqalənin praktik əhəmiyyəti və tətbiqi. Məqalədən orta ixtisas və orta ümumtəhsil məktəblərinin müəllimləri, tələbə və magistrantlar istifadə edə bilərlər.

Ədəbiyyat

1. Ümumtəhsil məktəbləri üçün riyaziyyat kurikulumu. Bakı, 2019.
2. Qəhrəmanova N., Kərimov M., Hüseynov İ. Riyaziyyat. (Ümumtəhsil məktəblərinin 8-ci sinif üçün riyaziyyat fənni üzrə dərslik). Bakı, 2019.
3. Мишин В.И. Методика преподавания математики в средней школе: Частная методика. М.,1987.
4. Ağayev B.Ə. Səkkizillik məktəbdə riyaziyyatın tədrisi metodikası. Bakı, Maarif, 1972.

Р.А. Касумова

Методика обучения одновременному преобразованию дробных рациональных выражений

Резюме

Студенты должны овладеть самыми важными знаниями в области преобразования дробных рациональных выражений. Для этого они должны овладеть рядом понятий, приобрести определенные знания, навыки и привычки для выполнения различных операций. Без этого знания невозможно производить преобразования дробных рациональных выражений.

В статье дается рациональное объяснение дробных рациональных выражений, Действий над ними и их превращения в идентичность. Также есть интересные примеры преобразования дробных рациональных выражений.

R.A. Gasumova

Methods of teaching the simultaneous transformation of fractional rational expressions

Summary

Students must master the most important knowledge in the transformation of fractional rational expressions. To do this, they must master a number of concepts, acquire certain knowledge, skills and habits to perform various operations. Without this knowledge, it is impossible to make transformations on fractional rational expressions.

The article gives a methodical explanation of fractional rational expressions, actions on them and their transformation into identity. There are also interesting examples of the conversion of fractional rational expressions.

Redaksiyaya daxil olub: 14.04.2021