Kombinatorika məsələlərinin həlli

Gülşən Mehman qızı Məmmədzadə
Azərbaycan Dövlət Pedaqoji Universiteti
E-mail: gulsenm321@gmail.com

Rəyçilər: p.ü.f.d., dos. N.B. Nəsirov,
p.ü.f.d., dos. T.M. Əliyeva

Açar sözlər: aranjeman, birləşmə, çoxluq, kombinezon, faktorial
Ключевые слова: расположение, сочетание, множественное число, комбинезон, факториал
Key words: arrangement, combination, plural, overalls, factorial

Son onilliklərdə şagirdlərin ümumi elmi və dünyagörüşünün formalaşması hamıya məlumdur. Bu günün şagirdi müasir texnika və texnologiyadakı mövcud dəyişiklikləri, baş verən prosesləri görür və dərk edir. Bu, bir daha özünü təhsil sahəsində də göstərir.

Məlumdur ki, birləşmələr nəzəriyyəsi, onun elementləri, əvvəllər on birinci sinifdə tədris olunurdusa, hazırda müasir riyaziyyatda kurikulumuna əsasən bu anlayış doqquzuncu sinifdə tədris olunur. Burada çoxluqlar cəbri, permutasiyalar, aranjeman, kombinezonlar, riyazi induksiya metodu və onun birləşmələrlə bağlı məsələlərə tətbiqləri öyrədilir. Burada əsas məqsəd müasir riyaziyyatın əsas bölmələrindən biri olan kombinatorika haqqında anlayış verib, bəzi kombinator məsələlərin həlli nəticəsində permutasiya, aranjeman, kombinezon anlayışlarını daxil etməkdir.

Məlumdur ki, verilmiş xassəli elementlərin seçilməsi, lazım olan müxtəlif kombinasiyaların hesablanması, bu elementlərin müəyyən nizamla düzülməsi və s. kimi məsələlər kombinatorika məsələləri adlanır. Hazırki məktəb riyaziyyat dərsliklərində kombinatorika məsələlərinə xüsusi yer ayrılmışdır. Burada məqsəd kombinatorika elementlərinə tərif vermək, onların xassələrini şərh etmək deyil, onların tətbiqi ilə həll edilən məsələ nümunələrinə baxmaq və onların həlli yolunu göstərməkdir. Lakin qısa da olsa birləşmələrin tərifi, onların hesablanması düsturlarına bir daha nəzər yetirmək məqsədəuyğun hesab edilir. Bir çox məsələlərdə çoxluğa daxil olan elementlərin düzülüşünə görə mümkün variantların sayının tapılması tələb olunur. Belə ki, verilmiş məlum sayda elementlərdən hər birində bir elementlərdən bir dəfə istifadə etməklə neçə müxtəlif alt qruplar yaratmaq olar? Buradakı bu düzülüş permutasiya adlanır. Başqa sözlə yalnız elementlərinin düzülüşü ilə fərqlənən müxtəlif nizamlanmış çoxluqlar baxılan çoxluğun permutasiyaları (yerdəyişməsi) adlanır və $P_n=n!$ düsturu ilə hesablanır.

Müasir dərsliklərdə aranjemanların işarələnməsi dəyişdirilmiş, lakin müəllim onun mahiyyətinin dəyişmədiyini şagirdlərə izah etməlidir. Ənənəvi dərslərdə A_n^k, hazırki dərsliklərdə nPk kimi işarələnmişdir. Elementlərin hansı ardıcıllıqla, düzülüşlə seçilməsi tələb edilmədikdə seçimlər kombinezon adlanır.

Kombinezonlar yalnız bir-birindən elementlərlə fərqlənirlər. n elementli çoxluğun k elementli kombinezonları C_n^k kimi işarə edilir. Hazırki dərsliklərdə bu nCk kimi işarələmədən istifadə olunur. $C_n^k = \frac{A_n^k}{P_k}$ yaxud $nCk = \frac{nPk}{k!}$ işarələmələrdən istifadə edilir.

Kombinatorika məsələləri dedikdə permutasiyalar, aranjemanlar və kombinezonlar daxil olan tənlik və bərabərsizliklər, eləcə də müxtəlif məzmunlu mətnli məsələlərin həlli başa düşülür. Tənlik və bərabərsilzliklərin həllində məchul element kombinator işarələr altında verilmiş olur. Qeyd edək ki, bu kimi məsələlərin həllində tənliyin həlli yoxlanılmalıdır. Belə ki, elementlərin sayı mənfi, kəsr ədəd ola bilməz və s.

Bu kimi məsələlərdən bir neçəsinin həllini nəzərdən keçirək:

Tənliyi həll edin: $(x-1)P_2 = xC_1 = 79$

Tənliyi həll etmək üçün aranjeman və kombinezonların düsturlarını nəzərə alsaq,

$$\frac{(x-1)!}{(x-1-2)!} - \frac{x!}{1!(x-1)!} = 79$$

$$\frac{(x-3)!(x-2)(x-1)}{(x-3)!} - \frac{(x-1)!\,x}{(x-1)!} = 79$$

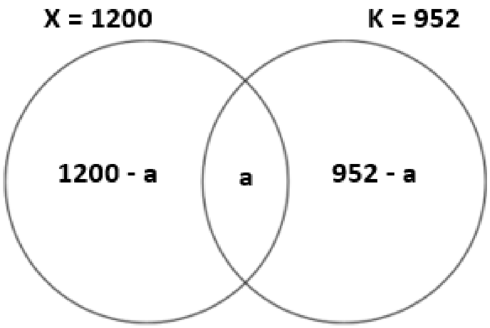
$(x-2)(x-1) - x = 79$ buradan $x^2-4x-77=0$ kvadrat tənliyini alırıq. Tənliyi həll edib $x_1=11$ və $x_2=-4$ alarıq. $x=-4$ kənar kökdür və deməli $x=11$

Bərabərsizliyi həll edin: $2nC_2 - nC_1 - 15<0$

Kombinezonun düsturunu tətbiq etsək $2\cdot\frac{n!}{2!(n-2)!} - \frac{n!}{1!(n-1)!} - 15 < 0$ buradan $2\cdot\frac{(n-2)!(n-1)\cdot n}{2\cdot(n-2)!} - \frac{(n-1)!\cdot n}{(n-1)!} - 15 < 0$ sadələşdirsək $n^2-2n-15<0$ kvatrat bərabərsizliyini alırıq. Həll edib *n€[-3;5]* alırıq. Lakin n elementlərin sayını ·göstərdiyindən araşdırma aparsaq n=4;5 qiymətləri bərabərsizliyin həlli olar.

Məsələ. Məktəbin 1400 şagirdindən 1200-ü xizək sürməyi, 952-si konki sürməyi bacarır. 60-ı isə nə xizək nə konki sürməyi sürməyi bacarır. Neçə şagird həm xizək, həm də konki sürməyi bacarır.

Həlli. Məsələnin asan həlli; Eyler dairələri vasitəsi ilə asanlıqla həll etmək olar. Beləki iki dairə çəkirik.



Birinci dairə xizək sürənlər, ikinci dairə konki sürənlər. Həm konki həm xizək sürənlər dairələrin kəsişməsi olsun və onların sayını a ilə işarə edək. Xizək və konki sürənlərin sayı 1400–60=1340 olar. A sayda xizək və konki sürənlər varsa onda yalnız xizək sürənlərin sayı 1200-a, eləcədə təkcə konki sürənlərin sayı isə 952-a olar. Onların cəmi 1200–a+a+952–a=1340 olar. Bu tənliyi həll etsək a=2152–1340=812 alarıq. Yəni həm konki və həm də xizək sürməyi bacaran şagirdlərin sayı 812-dir.

Məsələ. Ardıcıl düzülmüş 5 stulda 5 nəfər neçə müxtəlif üsulla əyləşə bilər?

Həlli. Məlumdur ki, beş şagirdin müxtəlif üsullarla əyləşməsi P_5 sayda olar. $P_n=n!$, yəni $P_5 = 5!$ Hesablasaq $5!=1\cdot2\cdot3\cdot4\cdot5=120$ olar.

Məsələ. Şagird 4 kitab və 1 jurnalı rəfə elə yanaşı qoymalıdır ki, jurnal ya 1-ci ya da axırıncı gəlsin. Şagird bunları nəzərə alaraq neçə cür düzə bilər?

Həlli. Əgər şagird jurnalı birinci yerə qoysa kitablar 4! üsulla qoyulur. Əgər şagird jurnalı sonuncu yerə qoysa, onda 4 kitab əvvəl qoyulacaq və onlar 4! sayda qoyula bilər. Onda ümumilikdə $2\cdot4!=2\cdot24=48$ sayda yerləşdirmə olur.

Məsələ. "Kəpənək" sözünün hərflərinin yerini dəyişməklə mənalı və ya mənasız düzəldilə biləcək sözlərin sayını tapın.

Həlli. "Kəpənək" sözündə 7 hərf var. Buradakı yerdəyişmələrin sayı 7! olur. Lakin burada k hərfi iki dəfə, ə hərfi isə 3 dəfə iştirak edir. Ona görə burada olan sözlərin sayı $\frac{7!}{2!\cdot3!}$ olur. Bunu hesablayaq $\frac{7!}{2!\cdot3!}=\frac{3!\cdot4\cdot5\cdot6\cdot7}{2\cdot3!}=420$. Yəni 420 söz düzələ bilər.

Məsələ. 6 nəfərdən müxtəlif tərkibdə neçə cür 4 nəfərlik qrup düzəltmək olar?

Həlli. Əgər seçimdə fərq qoyulmursa onda bu qruplar kombinezonlarla hesablanır. Seçimdə xüsusi fərq qoyularsa onda seçim oranjemanla aparılır. Verilmiş məsələdə 6 nəfərdən hər birində 4 nəfər olmaqla seçim olmadan qruplar seçilir. Onda qrupların sayı C_6^4 olar. Kombinezonun hesablanması düsturunu tətbiq etsək $C_6^4=\frac{6!}{4!\cdot(6-4)!}=\frac{6!}{4!\cdot2!}=\frac{4!\cdot5\cdot6}{4!\cdot2}=15$ olar.

Müşahidələr göstərir ki, bu məzmunda kombinator məsələlərini müəllim nə qədər çox həll etdirsə, şagirdlərdə belə məsələ həlli bacarığı daha tez formalaşar.

Məqalənin aktuallığı. Bilirik ki, verilmiş xassəli elementlərin seçilməsi, lazım olan müxtəlif kombinasiyaların hesablanması, bu elementlərin müəyyən nizamla düzülməsi və s. kimi məsələlər kombinatorika məsələləri adlanır. Hazırkı məktəb riyaziyyat dərsliklərində kombinatorika məsələlərinə xüsusi yer ayrılmışdır. Burada məqsəd kombinatorika elementlərinə tərif vermək, onların xassələrini şərh etmək deyil, onların tətbiqi ilə həll edilən məsələ nümunələrinə baxmaq və onların həlli yolunu göstərməkdir. Məqalənin də aktuallığı onun belə bir vacib mövzuya həsr edilməsi ilə bağlıdır.

Məqalənin elmi yeniliyi. Elmi yenilik ondan ibarətdir ki, məqalədə kombinatorika elementləri və onlara aid məsələ həlli metodikasına baxılmışdır. Burada kombinatorikanın tətbiqi ilə tənlik və bərabərsizliklərə, habelə mətnli məsələ həlli nümunəsi verilmişdir.

Məqalənin praktik əhəmiyyəti və tətbiqi. Məqalədən orta ixtisas və orta ümumtəhsil məktəblərinin müəllimləri, tələbə və magistrantlar istifadə edə bilərlər.

Ədəbiyyat

1. Ümumtəhsil məktəbləri üçün riyaziyyat kurikulumu. Bakı, 2021.
2. N. Qəhrəmanova və b. Riyaziyyat: 9-cu sinif üçün dərslik. Bakı, 2021.
3. А. Г. Мордкович. Алгебра и начала анализа. М., 1979.

Г.М. Мамедзаде

Решение комбинаторных задач

Резюме

В статье рассматриваются элементы комбинаторики и методы решения связанных с ними задач. Вот пример уравнений и неравенств с применением комбинаторики, а также решение текстовой задачи.

G.M. Mammadzade

Solving combinatorial problems

Summary

The article discusses the elements of combinatorics and methods of solving problems related to them. Here is an example of equations and inequalities with the application of combinatorics, as well as the solution of a textual problem.

Redaksiyaya daxil olub: 28.02.2022