

Orta məktəbdə kvadrat tənliyə gətirilən cəbri tənliklərin həlli metodikası

Bilal Eynulla oğlu Nurməmmədov
Azərbaycan Dövlət Pedaqoji Universiteti
E-mail: nur.bilall123@gmail.com

Rəyçilər: p.ü.f.d., dos. N.B. Nəsirov,
p.ü.f.d., dos. T.M. Əliyeva

Açar sözlər: tənlik, kvadrat, həll, funksiya, məsələ, cəbr

Ключевые слова: уравнение, квадрат, решение, функция, задача, алгебра

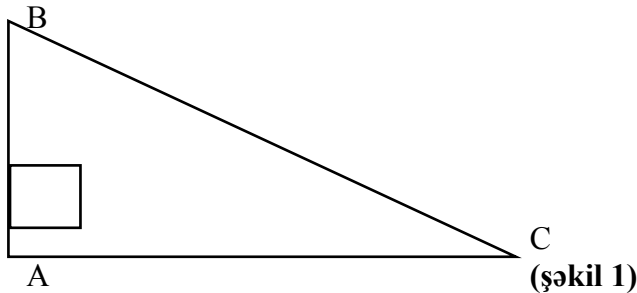
Key words: equation, square, solution, function, problem, algebra

Kvadrat tənlik anlayışı, məktəb riyaziyyat mövzusunda daxil olan cəbri və transendet tənliklər içərisində ən mühümdür. Elə bir tənlik anlayışı, yaxud tənliyin növü yoxdur ki, orada hər hansı növdə həlli kvadrat tənliyə gətirilən tənlik olmasın. İstənilən cəbri və ya transendet tənliklərin həlli üsullarından biri, həmin tənlikdə yəni dəyişən daxil etməklə, həlli kvadrat tənliyə gətirilməsidir. Müasir riyaziyyat kurikulumunda kvadrat tənliklər, onların həlli 8-ci sinifdə bir standart kimi verilir. Və onun tədrisinə təqribən 22 saat, riyaziyyatdan seçmə siniflər üçün isə 37 saat vaxt nəzərdə tutulur. Buraya kvadrat tənliyin tərifini, kvadrat tənliyin növləri, kvadrat tənliyin köklərinin çıxarılması, kvadrat tənliyə gətirilən məsələlər həlli, Viyet teoremi, köklərinə görə kvadrat tənliyin qurulması və s. daxildir. Burada əsas məqsəd kvadrat tənliyin həlli düsturunu bilmək diskriminantın işarəsinə görə tənliyi araşdırmağı bacarmaq, tənliyin kökləri haqqında Viyet teoremini bilmək və onu tətbiq etməyi bacarmaq, köklərinə görə tənliyi qurmağı bacarmaq, şagirdlərlə məsələ qurmağı həll etmək bacarığın yaranmasına, formalaşdırılmasına xüsusi diqqət yetirilməlidir.

Həlli kvadrat tənliyə gətirilən məsələlər içərisində fiziki məzmunlu məsələlərin, xüsusilə hərəkət, məsafə zaman və sürət üçlüyünün verilən və axtarılan kəmiyyət olmaqla tapılmasına aid mətnli məsələlər xüsusi rol oynayır. Bu tip məsələlər həllində şagirdlərin təkcə yalnız kvadrat tənlik həll etmək bacarığı formalaşmış, eyni zamanda onların ümumi dünyagörüşü, fərz təsəvvürü inkişafıdır. Fikrimizi məsələ həlli vasitəsilə şərh edək:

Məsələ 1. Eyni limandan eyni vaxtda eyni hərəkətə başlayan gəmilərdən biri şərqə, digəri isə şimala doğru hərəkətə başladı. Bir saatdan sonra gəmilər öz arasındakı məsafə 40km oldu. Şimala doğru hərəkət edən gəminin sürəti, şərqə hərəkət edən gəminin sürətindən saatda 8 km çoxdur. Hər bir gəminin sürətini tapmaq.

Həlli: Məsələnin həlli üçün gəmilərin hərəkət istiqamətini və onlar arasındakı məsafəni sxematik olaraq aşağıdakı kimi işarə edək.



Fərz edək ki, hər iki gəmi eyni bir A məntəqəsindən şərqə doğru gedən gəmi AC istiqamətində hərəkət edən gəminin sürətini V ilə işarə etsək, onda məsələnin şərtinə görə şimal AB istiqamətində gedən gəminin sürətini $v+8$ olur. Bu saatdan sonra onlar arasındakı məsafə şəkli əsasən $BC=40$ km olar. Hərəkət trayektoriyaları və aralarındakı məsafənin yerləşdiyi nöqtələr BAC düzbucaqlı üçbucağı əmələ gətirir. Pifaqor teoreminə görə,

$$v^2+(v+8)^2=40^2 \text{ tənliyini alarıq. Tənliyi həll edərək}$$

$$v^2 + v^2 + 16v + 64 = 1600 \text{ sadələşdirsən}$$

$$v^2 + 8v - 768 = 0 \text{ tənliyini alarıq.}$$

Tənliyin kökləri düsturunun tətbiqi edərək $v_1=24$ və $v_2=-32$ alarıq. Sürət mənfi ola bilməz. Deməli şərq istiqamətində hərəkət edən gəminin sürəti 24 km/saat şimal istiqamətində hərəkət edən gəminin sürəti isə $v+8=24+8=32$ km/saat olar. Hərəkətə aid və tərifli məzmunlu aşağıdakı məsələlərin həllini nəzərdən keçirək.

Məsələ 2. 8 oktyabr 1971-cü Bakıda keçirilən XXII beynəlxalq astronabtika konqresinin nümayəndələrindən bir qrupunu təyyarə stansiyasından H.Əliyev adına saraya fasilə ilə bir-birinin ardınca çıxaraq bərabər sürətlə 8 avtobus gətirdi. Hər avtobus bu yola 56 dəq vaxt sərf etdi. Avtobuslar hərəkətə elə başlamışlar ki, onlardan birincisi saraya çatdıqda 8-ci avtobus stansiyadan yola salınmışdır. Saraya çatan avtobuslar dərhal geri dönmür və yenidən stansiyaya yola düşürdü. Stansiyadan 8-ci avtobus yola düşdükdə onunla eyni vaxtda nəzarətçi kimi maşınla yola düşür və t dəqiqədən sonra 7-ci avtobusu ötüb keçir. Nəzarətçi birinci avtobusla görüşərək $(t-s)$ dəqiqədən sonra ikinci avtobusla görüşmüşsə, t -ni və nəzarətçi maşının bütün yolu sərf etdiyi vaxtı tapın.

Həlli: Avtobusun sürəti v_1 km/dəq, nəzarətçi kimin maşınının sürəti v_2 km/dəq olsun. Məsələnin şərtinə əsasən, stansiyadan sonraya qədər məsafə $56v$ kilometrdir. Minik maşının t dəqiqədə getdiyi məsafə ikinci avtobusun $t+8$ dəqiqə getdiyi məsafə qədərdir. Buna görə də $v_1t=(t+8)v_2$ olar. Minik maşını birinci avtobusla görüşdükdə aralarındakı məsafə ilə ikinci avtobus görüşdükdə aralarındakı olan məsafə $8v$ km-ə bərabərdir. Bundan $t-9$ dəqiqə sonra bu avtobus $(t-9)v$ km minik maşını $(t-9)v$ km getmişdir.

Buna da aşağıdakını yaza bilərik:

$$(t-9)v_1 + (t-9)v_2 = 8v$$

$$v_1t = \frac{v}{t+8}$$

$$v_1(t-9) = v(17-t) \text{ tənliklər sistemini alarıq.}$$

Sistemin birinci tənliyini ikinci tənliyə bölsək

$$\frac{t}{t-9} = \frac{t+9}{17-t}$$

alarıq. Buradan sadələşdirmə aparsaq, $t^2-9t-36=0$ kvadrat tənliyi alarıq. Kvadrat tənliyin kökləri düsturunu tətbiq edərək həll etsək, tənliyin müsbət kökü olan $t=12$ alırıq, yəni $t=12$ dəq olar. Stansiyadan saraya qədər olan məsafə $56v$ km və minik maşının sürəti v_1 olduğundan, bu maşını həmin məsafəyə 56 dəq vaxt sərf etmiş olar. Belə ki, $t=12$ olduğundan sistemin

birinci tənliyindən $\frac{v}{v_1} = \frac{t}{t+8} = 3$ olduğunu tapırıq. Buna görə $56x \frac{v}{v_1} = 56x \frac{3}{5} = \frac{68}{5}$ dəq olar.

Başqa sözlə, nəzarətçi minik maşını ilə stansiyadan H.Əliyev adına sonraya qədər məsafəni 33 dəq 36 saniyə müddətində gəlmişdir.

Kvadrat tənliyin özü ilə əlaqəli bəzi məsələləri qəbul edək. Belə ki, bəzi məsələlər həllində bu kimi məsələlərin özü ilə qarşılaşmalı olunur. Bu tip məsələlərdə bir neçəsini qəbul edək.

Məsələ. İsbat edək ki, $ax^2+bx+c=0$ kvadrat tənliyinin diskriminantı sıfıra bərabədirsə onda bərabərliyin sol tərəfi ikihədlinin tam kvadratıdır.

Məsələ. İsbat edək ki, $ax^2+bx+c=0$ kvadrat tənliyinin ikidən çox həqiqi kökü yoxdur.

Məsələ 3. Telman müalicə vannasını qəbul edərkən belə bir müşahidə aparmışdır. O əvvəlcə isti kranı açmış və onu soyuq kranın vannasını doldurmağı sərf edəcəyi vaxtın üçdə biri qədər axıtmışdır. Sonra əksinə, soyuq kranı açmış və onu da isti kranın vannanı doldurmağa sərf edəcəyi vaxtın üçdə biri qədər axıtmışdır. Bundan sonra vannanın $\frac{1}{2}$ hissəsini doldurmuşdur. O hər iki kranı birlikdə açsa idi, vanna 18 dəqiqə dolardı. Hər kran ayrılıqda vannanı nə qədər vaxta doldurur?

Həlli. Fəzr edək ki, isti kran vannanı X saata doldurur. Onda bu kran saatda vannanın $\frac{10}{3}$

hissəsini doldurur. İsti və soyuq kran birlikdə saatda vannanın $\frac{10}{3}$ hissəsini doldurur. Soyuq

kran saatda vannanın $\frac{10x-3}{3x}$ hissəsini doldurur. Soyuq kran vannanın $\frac{3x}{10x-3}$ saatda doldu-

rar. İsti kran $\frac{3x}{10x-3} \times \frac{1}{3} = \frac{x}{10x-3}$ saat, soyuq kran $\frac{x}{3}$ saat işləmişdir. Birinci kran vannanın

$\frac{1}{10x-3}$ hissəsi qədər su vermişdir. İkinci kran vannanın $\frac{10x-3}{9}$ hissəsi qədər su vermişdir.

Məsələnin şərtinə görə $\frac{1}{10x-3} + \frac{10x-3}{9} = \frac{13}{18}$ olmalıdır. Bu tənliyi sadələşdirsək, $8x^2-10x-3=0$ kvadrat tənliyini alırıq.

Tənliyin kökləri düsturlarını tətbiq edib həll etsək $x_1 = \frac{3}{2}$ $x_2 = -\frac{1}{4}$ alırıq. İkinci kök məsələnin şərtini ödəmir. Deməli isti kran təkə, vannanı 1,5 saata doldurur. Onda soyuq su kranı vannanı $\frac{3x}{10x-3} = \frac{3 \times 1.5}{10 \times 1.5 - 3} = \frac{3}{8}$ saata doldurur.

Məqalənin aktuallığı. Həlli kvadrat tənliyə gətirilən məsələlər içərisində fiziki məzmunlu məsələlərin, xüsusilə hərəkət, məsafə zaman və sürət üçlüyünün verilən və axtarılan kəmiyyət olmaqla tapılmasına aid mətnli məsələlər böyük rol oynayır. Bu tip məsələlərin həllinin şagirdlərin kvadrat tənlik həll etmək bacarığını formalaşmaqla yanaşı, eyni zamanda onların ümumi dünyagörüşünə, fəzr təsəvvürü inkişafına təsirini də nəzərə alsaq, məqalənin nə qədər aktual əhəmiyyət kəsb etdiyini yəqinləşdirə bilərik.

Məqalənin elmi yeniliyi. Məqalədə kvadrat tənliyə gətirilən məsələlərin ümumi həll metodları şərh edilir. Xüsusilə fiziki məzmunlu məsələlərin həllində kvadrat tənliklərin rolu və yerinin əhəmiyyəti göstərilmişdir

Məqalənin praktik əhəmiyyəti və tətbiqi. Məqalədən orta ixtisas və orta ümumtəhsil məktəblərinin müəllimləri, tələbə və magistrantlar istifadə edə bilərlər.

Ədəbiyyat

1. Ümumitəhsil məktəbləri üçün riyaziyyat kurikulumu. Bakı, 2021.
2. N.Qəhrəmanova və b. Riyaziyyat: 8-ci sinif üçün dərslik. Bakı, 2020.
3. Riyaziyyatın orta məktəbdə tədrisi metodikası. M., 1982.

Б.Э. Нурмамедов

Методика решения алгебраических уравнений, сведенных к квадратным уравнениям в средней школе

Резюме

В статье разъясняются общие методы решения задач, приведенных к квадратному уравнению. В частности, показаны роль и место квадратных уравнений в решении задач физического содержания.

B.E. Nurmamadov

Methodology for solving algebraic equations reduced to quadratic equations in high school

Summary

The article explains the general methods of solving problems brought to the quadratic equation. In particular, the role and place of quadratic equations in solving problems of physical content are shown.

Redaksiyaya daxil olub: 27.02.2022