

## KİÇİK VƏ ORTA SAHİBkarlığın İNKİŞAFİNİN İQTİSADI İNKİŞAF AŞASLARI TƏSİRİNİN QİYMƏTLƏNDİRİLMƏSİNİN METODOLOJİ ƏSASLARI

Samir Zakir oğlu ORUCOV,  
ADA Universiteti,  
soruyov@ada.edu.az

### Xülasə

Kiçik, orta sahibkarlıq və iqtisadi inkişaf arasında səbəbiyyət əlaqəsinin qıymalndırılması zamanı endogenlik probleminin meydana galması regressiya nəticəsində alınan əmsalların obyekтивlik və ardıcılıq xassələrinə xələl getirir. Ekonometrik nəzriyyədə bu cür endogenlik probleminin həll edilməsi üçün instrumental dayışan regressiyaların geniş istifadə edilir. Azərbaycan dölinde olan ədəbiyyatda instrumental dayışan regressiyaların mənşəsi əsaslıdır. Bu səbəbdən də cari işin məqsədi ham ekonometrik nəzriyyət ilə bağlı olan azərbaycandilli ədəbiyyatın zənginləşdirilməsi və ham da, məxsusi olaraq KOS və iqtisadi inkişaf arasında səbəbiyyət əlaqəsinin tapılması məsələsinə instrumental dayışan regressiyaların tətbiqinin geniş izahının verilməsidir.

Açar sözlər: Kiçik və orta sahibkarlıq, endogenlik problemi, instrumental dayışan regressiyası, iqtisadi inkişaf, yanışma.

### GİRİŞ

Kiçik və orta sahibkarlığın inkişafının iqtisadi inkişafına təsirinin qıymalndırılmasının metodologiya asasları

KOS-ların böyüməsinin iqtisadi inkişaf üzrində təsirlərinin olub-olmamasını araşdırma üçün instrumental dayışan regressiyalarından istifadə olunur və Bek və digər həmmüdüllilər (2005) bu metodologiyadan cari problemlər tətbiqinən gözəl nümunələrinən birini yaratmışlar [1].

Azərbaycandilli ədəbiyyatda ekonometrik metodologiyaya aid məlumatların azlılı səbəbdən instrumental dayışan regressiyaları haqqında nəzəri izah məqsədşüyündür, çünki bu, ham göləcək elmi işlər üçün, ham da azərbaycandilli ədəbiyyatın zənginləşdirilməsi üçün müthürlü əhəmiyyət kəsb edir bilar. Bundan başqa, KOS sektorunun böyüməsinin ÜDM-ə təsirinin ölçüləmisi zamanı qarşılaşdığımız ikitaraflı səbəbiyyət əlaqəsinin varlığından endogenlik probleminin həlliində instrumental dayışan regressiyaların önəməni nəzara alaraq bi-haqqda da müfəssəl malumat vermək istərdik.

Ümumiyyətə, regressiya tənliklərinin qurulmasının aşağıdakı 3 məqsədi olar bilar [2]:

1) Məlumatların və onlar arasında xətti əlaqələrin daha müfəssəl və qrafik şəkildə göstərilməsi. Məsələn, ÜDM-in artım tempi və KOS sektorunun böyümə tempi haqqında məlumatların olımızdə olduğundan fərqli edik. Birinci dayışanın ikinci dayışan üzrində regressiya tənlikini qurşaq alıncasə əmsal bu iki dayışan arasında xətti əlaqənin olub - olmamasını göstərəcəkdir. Lakin, əmsalın statistik əhəmiyyəti olub-olmaması heç də KOS-nun böyüməsi və ÜDM-in artması arasında səbəbiyyət əlaqəsinin olmasına göstərə bilmez. Çünki, bütün xətti əlaqələr səbəbiyyət əlaqəsi demək deyildir.

Böyük ehtimalla, ÜDM-in artması KOS sektoruna təsir edir və KOS sahəsinin böyüməsi də öz növbəsində ÜDM-ə təsir edir. Məhz bu səbəbdən ki, ÜDM-in artım tempinin KOS sektorunun böyüməsi üzrində olan regressiya tənlikindən aldığımız əmsal hər iki effekti özündə etihad edir. Lakin, təbii ki, biza KOS-ın ekzogenələrə (ÜDM-dən asılı olmadan) böyüməsi zamanı ÜDM-in necə dayışması maraqlıdır. Əgər məqsədimiz sababiyət əlaqəsi yox, sərf məlumatların daha müfəssəl və qrafik şəkildə göstərilməsi və dayışanlar arasında xətti əlaqənin meydana çıxarılmasındasında, bu zaman sababiyət əlaqə haqqında narəhat olmaga etihad yoxdur, lakin, alman repressiya əmsalının sababiyət əlaqəsi kimi interpretasiya edilməməsinə də diqqət etməliyik;

2) Proqnozlaşdırma ("data mining"). Fərqli edik ki, ÜDM-in artımının onunla möntiqi əlaqədən olmayan bir sıra dayışanlarla proqnozlaşdırmağa çalışırıq və müəyyən sabablıqlardan proqnozumuzu keyfiyyətlə alırmı. Əgər son məqsədimiz ÜDM-in artımını hər hansı əsasla proqnozlaşdırmaqda, bu zaman qurdurğumuz regressiya tənlikini iqtisadi möntiqi əsaslanmasa belə, biza keyfiyyəti proqnozlar verirən bù cür regressiya tənlikindən istifadə edə bilər. Lakin, bu cür regressiya tənlikindən alınan əmsalların sababiyət əlaqəsinə göstərən parametrlər kimi şəhər edilməsi təbii ki, qəbul edilməzdir;

3) Sababiyət əlaqəsinin meydana çıxarılması. Fərqli edik ki, yalnız bir dayışanın digər dayışan üzrində sababiyət əlaqəsi vardır, yəni B dayışanın də qıymət dəyişmələri A dayışanın də ekzogen dəyişməkləri sabablıdan bərədir. Bu zaman B dayışanının A dayışanı üzrində regressiya tənlikini müəyyən şartlar daxilində biza sababiyət əlaqəsi verəcəkdir. Məsələn, havanın temperaturuna və dondurma istehlakı arasında müəyyən əlaqə vardır. Təbii ki, dondurma istehlakının artmasının əsas göstəricilərindən biri havanın temperaturudur, lakin əksinə olaraq, dondurma istehlakının artmasının havanın temperaturunu artırmasının fərqli etmək möntiqi uyğun deyildir. Əgər dondurma istehlakının havanın temperaturu üzrində xətti proyeksiyasını (regressiya tənlikini) qurşaq alınan əmsal havanın temperaturunun 1 selsi artmasının dondurma istehlakının neçə vəhid artması göstərəcəkdir. Bu cür birtərəfli əlaqəyə malik regressiya tənliklərindən sababiyət əlaqəsinə göstərən əmsalların alınması asandır. Maraqlı məsələ budur ki, ekonometrika elminin inkişafı ikitaraflı əlaqəyə ("bidirectional relationship") malik dayışanlar arasında sababiyət əlaqəsinin meydana çıxarılmasını da mümkün etmişdir. Öncə qeyd etdiyim kimi, KOS sektorunun böyüməsi çox güman ki, ÜDM-in artımına təsir göstərir və öz növbəsində, ÜDM-in artımı da KOS-sektorunun böyüməsinin göstəricilərindən biridir. Burada əlaqə ikitaraflı olduğunu ÜDM-in KOS sektorun üzrində regressiyası tənlikindən alınan əmsal hər iki əlaqəni özündə etihad edəcəkdir. Lakin, biza maraqlı olan məsələ sərf KOS sektorunun ekzogen (ÜDM-dən asılı olmadan) böyüməsinin ÜDM-in artımına olan təsirinin izola edilməsidir. Bunun üçün da, müasir ekonometrika elmi bir surə üsullar hazırlamışdır.

Qeyd olunanları nəzərə alaraq, regressiya tənliklərin kontekstində sababiyət əlaqəsinin meydana çıxarılmasına mane olan halların, yəni regressiya əmsallarının obyekтивliyinə xələl götərən halların qısa xülasəsini vermek istərdim. Ümumiyyətə, regressiya əmsallarının obyekтивliyinə ("unbiasedness") və ya ardıcılığına ("consistency") mane olan halların ümumi adı elmi ədəbiyyatda "endogenlik yanılmaşı" ("endogeneity bias") adlanır [3; 6]. Endogenlik yanılmaşının meydana götürən hallar aşağıdakılardan kimi iddir:

- 1) nümunə seçimi yanılmaşı ("sample selection bias");
- 2) tərs sababiyət və ya ikitaraflı sababiyət;
- 3) ölçü xətaları;

4) xaric edilmiş dəyişən xətası.

Cari məqalədə yalnız ikitərəfi sabəbiyyət noticasında emmə gələn endogenlik yarımalarının həll edilməsi və məqsəd məvafiq olan sabəbiyyət əlaqəsinini meydana çıxarılmamasına diqqəti yönlədəcək, çünki endogenlik yanılmasına səbəb olan digər həllar cari işin məqsədi deyildir.

Yuxarıda qeyd olunanın nəzərə alaraq, ikitərəfi sabəbiyyət əlaqəsinin mövcud olduğu hallarda biza lazımlı olan sabəbiyyət əlaqəsinin meydana çıxarılmış üsullarını müzakirə etmək istərdik. Qeyd etdiyimiz kimi, instrumental dəyişən regressiyaları bütün cür endogenlik problemlərinin, eləcə də ikitərəfi sabəbiyyət problemlərinin həlliində önməli rol oynayır. Təsəvvür edək ki,  $Y$ ,  $X$  və  $Z$  dəyişənlərimiz vərdir.  $Y$  və  $X$  arasında ikitərəfi sabəbiyyət əlaqəsi vardır, yəni  $X$ -dan olan dəyişikliklər  $Y$ -da olan dəyişmələr və  $Y$ -in zəminəndən  $X$ -da olan dəyişmələrlə bəlavasito sabəb olur. Dolayılı ilə,  $X$  və  $Y$  arasında ikitərəfi məntiqi alaqa vardır. Daha iqtisadi bir örnək kimi, məsələn  $və$  ÜDM-i və yaxud da cari işin əsas mənzusu olan KOS və ÜDM məsələni qeyd etmək olar. Bundan başqa, mövcud  $Z$  dəyişəni haqqında aşağıdakılardan fərqli edək:

1)  $Z$  dəyişəni  $X$  və  $Y$ -ə münasibətdə ekzogendir yəni,  $X$  və  $Y$ -də olan dəyişmələr  $Z$  üzərində heç bir təsirə malik deyildir;

2)  $Z$  dəyişəninin  $X$  üzərində birtərəfi sabəbiyyət təsiri vardır, yəni,  $Z$  dəyişənindən olan dəyişikliklər  $X$ -in dəyişməsindən sabəb olur, lakin  $X$ -in dəyişməsi məntiqi olaraq  $Z$  üzərində heç bir təsirə malik deyildir. Məsələn, yağıntının etməli ( $Z$ ) və çatır ( $X$ ) dəyişənləri bù cümləyə misal olıb.

*İkitərəfi sabəbiyyət əlaqəsinin yaradıldığı endogenlik probleminin riyazi nümunəsi.* Ümumiyyətlə, geniş mənənəd endogenlik yanılmasa dedikdə, Qaus-Markov forzivşalarından biri olan izahədi dəyişən  $x$  xatalar arasında xətti əlaqənin olmaması forzivşosunun pozulması başa düşür. Bütün endogenlik problemi alınan regressiya əmsallarının obyektivliyi və ardıcılığının pozur. Bunun isbatı üçün təsəvvür edək ki, sadə regressiya təhliliyim vardır:

$$Y_t = \alpha + \beta X_t + \epsilon_t \quad (1)$$

Burada,  $\beta$  əmsalının nümunədən  $\alpha$  kiçik kvadratlar əsaslı ilə hesablanması aşağıdakı düstura dayanır (Daha geniş məlumat üçün istinadlar: [7]):

$$\hat{\beta} = \text{cov}(X_t, Y_t) / \text{var}(X_t) \quad (2)$$

Alınan əmsalın "Böyük Əddətlər Qanunu"na əsaslanan ardıcılılıq xassəsi  $\text{cov}(X_t, \epsilon_t)$  ifadəsindən asılıdır:

$$\hat{\beta} \rightarrow \beta + \text{cov}(X_t, \epsilon_t) / \text{var}(X_t) \quad (3)$$

Burada nümunədən aldığımız əmsalın həqiqi  $\beta$  əmsalına yaxınlaşması üçün ikinci ifadən sıfırı yaxınlaşması garidir. Məhz bu sabobandır ki, Qaus-Markov şartlarından bəri  $\text{cov}(X_t, \epsilon_t) = 0$  kimi ifadə olunmuşdur. İkitərəfi sabəbiyyət əlaqəsinin nədən endogenliyi sabob olduğunu, yəni nadən xata payı və izahədi dəyişən arasında xətti əlaqənin sıfırından fərqli olmasına gətirib çıxardığını aşarıdır. Fərəz edək ki,  $X$  və  $Y$  dəyişəni ikitərəfi sabəbiyyət əlaqəsinə malikdir. Bu zaman iki dəyişən arasındakı əlaqənin xəttılılığını nəzərə alsaq, onlar arasındaki münasibəti sistem tənlik halında ifadə etmək olar:

$$Y = \alpha_1 Y + \beta_1 Z_1 + \epsilon_1 \quad (4)$$

$$X = \alpha_2 Y + \beta_2 Z_2 + \epsilon_2 \quad (5)$$

Burada,  $Y$  dəyişəni ÜDM-in artım tempisi,  $X$  dəyişəni KOS sektorunun böyüməsi,  $Z_1$  və  $Z_2$  dəyişənləri hənsi ekzogen dəyişənlər,  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ ,  $\beta_1$  və  $\beta_2$  əlaqənin hesablanmasıdır,  $\epsilon_1$  və  $\epsilon_2$  isə xata paylardır. Biza maraqlı olan (4)-da birinci təhliliyin hesablanmasıdır, yəni KOS sektorunun inkişafının ÜDM-in artım tempına göstərdiyi təsirdir. Birinci təhliliyin ən kiçik kvadratlar əsaslı ilə həll etməyimizin doğru olmamasına görətmiş üçün sistem tənliklərdən geniş istifadə olunan avazetmə əsulundan istifadə edək, yəni 2-ci təhlidə X-in düsturunun 1-ci təhlidində X-in yerinə qoşaq:

$$Y = \alpha_1(\alpha_2 Y + \beta_2 Z_2 + \epsilon_2) + \beta_1 Z_1 + \epsilon_1 \quad (6)$$

Verilən regressiya təhliliyin hesablaşdırılmış zaman avtomatik olaraq Qaus-Markov'un izahədi dəyişən xata payı arasında xətti əlaqənin 0 olmasına təsib edən forzivşəni pozmus olur, çünki, izahədi dəyişəniniz mörtərizəvi vərmiş  $(\alpha_2 Y + \beta_2 Z_2 + \epsilon_2)$  ifadəsindən və burada olan  $Y$  dəyişəni (4)-ə əsasən  $\epsilon_1$  ilə xətti əlaqədərdir, çünki qeyd olunan təhliliyin  $Y$  dəyişəni  $\epsilon_1$  dəyişəninin xətti (additiv) funksiyasıdır və onlar arasında xətti əlaqənin sıfır olması mümkünən deyildir. Beləliklə də, isbat etdik ki, ikitərəfi sabəbiyyət əlaqəsinin mövcud olduğu hallarda Qaus-Markovun məvafiq forzivşəsi pozulur və bu da endogenlik problemini yaradır. Öz növbəsində endogenlik problemi (3)-da göstərilədiyi kimi əmsalların obyektiv və an azindan ardıcılı hesablaşdırmasına problem yaradır.

Qeyd olunanları nəzərə alaraq,  $X$  dəyişəninin  $Y$  üzərində təsirinin ölçüləməsi məsələsinə nəzarə salıq. Sadələrə məntiqi aşağıdakı regressiya təhliliyin qurulmasına deyir:

$$Y_t = \alpha + \beta X_t + \epsilon_t \quad (7)$$

Yuxarıda təhlidəki  $\epsilon_t$  xata payını,  $\alpha$  və  $\beta$  isə hesablaşdırılmış əmsalları göstərir. Tabii ki, bizim üçün maraqlı olan əmsal  $\beta$  əmsalıdır, çünki, bu təktərəfi sabəbiyyət əlaqəsinin olduğu hallarda  $X$ -in 1 vahid dəyişidiyi zaman  $Y$ -in ortalaması olaraq neçə vahid dəyişəsininin göstəricisidir. Lakin,  $X$  və  $Y$  dəyişənləri arasında ikitərəfi sabəbiyyət əlaqəsi olduğunu nəzərə alaraq  $\beta$  əmsalının  $X$ -in  $Y$  üzərində bəlavasito təsirini ölçmədiyinə əmin ola bilərik. Instrumental dəyişən regressiya  $Z$  dəyişəninin istifadəsindən əsaslanaraq  $X$ -in  $Y$  üzərində bəlavasito təsirinin ölçüləməsi növbəsindədir. Bunu isbat etmək üçün yuxarıda  $Z$  dəyişəni  $Z$  dəyişəni haqqında olan forzivşalarımızın riyazi şəkildə belə olacaqdır:

- 1) Forzivşə 1.  $\text{cov}(Z_t, \epsilon_t) = 0$ . Instrumental dəyişənin təcrid forzivşiyası;
- 2) Forzivşə 2.  $\text{cov}(Z_t, X_t) \neq 0$ . Instrumental dəyişənin uyğunluq şartı.

Instrumental dəyişən regressiya metoduna görə, ilk öncə köməkçi regressiya ("auxiliary regression") təhliliy qurulmalıdır və regressiya əmsali hesablanmalıdır:

$$X_t = \gamma_0 + \gamma_1 Z_t + \eta_t \quad (8)$$

Bundan sonra  $X$  dəyişəninin (8)-ə əsasən proqnozlaşdırılan qiymətləri tapılmalıdır.  $X$  dəyişəninin proqnozlaşdırılan qiymətlərini  $\hat{X}$  ilə işarə etsək, o zaman aşağıdakı düstur sonuncunun  $Z$  dəyişəni ilə ifadəsinə göstərər:

$$\hat{X}_t = \gamma_0 + \gamma_1 Z_t \quad (9)$$

Bundan sonra,  $X$  deyişəninən əvəzinə  $\hat{X}_i$  deyişənin qoşaq və lazımi əmsali hesablayaqlı:

$$Y_i = \alpha + \beta \hat{X}_i + \omega_i \quad (10)$$

Cari yerdiyisməni etdikdən sonra  $\beta$  əmsalını obyektiv və ya an azından ardıcıl şəkildə hesablamaq mümkündür. Biliirki, (10)-da verənn nümunə alternativini ( $\hat{\beta}$ ) hesablamaq üçün aşağıdakı düsturadır istifadə etməliyik (burada instrumental dayışın regressiyasından istifadə etdiyimizə görə əmsalı  $\hat{\beta}^{IV}$  kimi işarə edək):

$$\hat{\beta}^{IV} = \frac{\text{cov}(\hat{X}_i Y_i)}{\text{var}(\hat{X}_i)} \quad (11)$$

Cari düsturda  $\hat{X}_i$  deyişəninən sonuncunun (9)-da verilən düsturu ilə əvəz edək:

$$\hat{\beta}^{IV} = \frac{\text{cov}(y_0 + r_1 Z_i Y_i)}{\text{var}(y_0 + r_1 Z_i)} = \frac{r_1 \text{cov}(Z_i Y_i)}{r_1^2 \text{var}(Z_i)} \quad (12)$$

Bundan sonra  $Y$  dayışəni onun (1)-da verilən düsturu ilə əvəzlayək və  $Z$  dayışəni ilə bağlı irəli sürdüyümüz Fərziyyə 1-i ( $\text{cov}(Z_i, \epsilon_i) = 0$ ) diqqətdə saxlayaqlı:

$$\hat{\beta}^{IV} = \frac{\text{cov}(Z_i, \alpha + \beta X_i + \epsilon)}{r_1 \text{var}(Z_i)} = \frac{\beta \text{cov}(Z_i, X_i)}{r_1 \text{var}(Z_i)} + \frac{\text{cov}(Z_i, \epsilon_i)}{r_1 \text{var}(Z_i)} \quad (13)$$

Burada, qeyd olunan  $\frac{\text{cov}(Z_i, \epsilon_i)}{r_1 \text{var}(Z_i)}$  ifadəsi əslində köməkçi regressiya olan (8)-da  $Y_1$  əmsalınınən on kiçik kvadratlar üsuluna əsasən hesablanmış düsturudur. (11)-da əks olunan  $\frac{\text{cov}(Z_i, X_i)}{r_1 \text{var}(Z_i)}$  ifadəsi isə Böyük Ədədlər qanununa əsasən nümunədəki müşahidələrin sayı artıraq sıfır meyil edir. Bu səbəbdən da, Böyük Ədədlər Qanununu əsas götürürsək, hesabladığımız  $\beta$ -nın əslində  $X$ -in  $Y$  üzərində sabobiyət əlaqəsinə göstərən həqiqi (ana kütü)  $\beta$ -sına meyil etdiyini görə bilərik:

$$\hat{\beta}^{IV} \rightarrow \frac{\beta \text{cov}(Z_i, X_i)}{r_1 \text{var}(Z_i)} + \frac{\text{cov}(Z_i, \epsilon_i)}{r_1 \text{var}(Z_i)} \rightarrow \frac{\beta r_1}{r_1} + \frac{0}{r_1 \text{var}(Z_i)} \rightarrow \beta \quad (14)$$

Bələliklə isbat etdi ki, instrumental dayışın regressiyasından istifadə etməklə biz ikitoraklı sabobiyət əlaqəsinin meydana çıxardığı endogenlik yanılışının qarşısını alı bilərik. Yuxarıda qeyd etdiyimiz isbat an kiçik kvadratlar üsulunun istifadəsinə dayanır. Eyni məsələnin momentlər metodunun tətbiqi ilə isbat etmək olar. Momentlər metodunun mahiyyəti bundan ibarətdir ki, ana kütlödə ödəniləcək məhdudiyyətləri nümunə məlumatlarına tətbiq edərək lazım olan regressiya əmsallarını hesablayır. Cari halda  $Z$  dayışının üzərində 2 məhdudiyyət vardır ki, bunlar da qeyd olunan 2 fərziyyədən ibarətdir. Fərziyyə 1-də nəzərdə tutulan məhdudiyyəti (1)-in üzərində tətbiq etmək üçün sonuncunun hər bir həddini  $Z$  ilə vurub riyazi gözləməsinə götürək və riyazi gözləmənin xətti operator olduğunu nəzərə alaraq əmsalları mətarizədən kənara çıxarıq. Bundan başqa nəzərə alaq ki, xəttə payının riyazi gözləməsi sıfırdır, yəni  $E(\epsilon_i) = 0$ :

$$Y_i = \alpha + \beta X_i + \epsilon_i \rightarrow$$

$$Z_i Y_i = \alpha Z_i + \beta Z_i X_i + Z_i \epsilon_i \rightarrow$$

$$E(Z_i Y_i) = \alpha E(Z_i) + \beta E(Z_i X_i) + E(Z_i \epsilon_i) \rightarrow$$

$$\begin{aligned} E(Z_i Y_i) - E(Z_i)E(Y_i) &= \\ &= \alpha E(Z_i) - \alpha E(Z_i) + \beta(E(Z_i X_i) - E(Z_i)E(X_i)) + E(Z_i \epsilon_i) \rightarrow \\ &= E(Z_i \epsilon_i) \rightarrow \\ \text{cov}(Z_i, Y_i) &= \text{bcov}(Z_i, X_i) \rightarrow \\ \hat{\beta}^{IV} &= \frac{\text{cov}(Z_i, Y_i)}{\text{cov}(Z_i, X_i)} \end{aligned} \quad (15)$$

Maraqlı massələ budur ki, an kiçik kvadratlar üsulu və momentlər metodu ilə aldığımdır  $\hat{\beta}$  düsturları ilə baxışdır bir-birindən fərqlənlərlər, lakin biliirki, bunların ikisi də eyni olmalıdır. İndi isə, galin isbat edək ki, həm momentlər metodu həm də an kiçik kvadratlar üsulunun instrumental dayışın regressiyasına tətbiqi əmsallar üçün eyni düstur verir. Bunun üçün (13)-a diqqət edək və nəzərə alaq ki, ikinci ifadə 0-a bərabərdir və birinci ifadə  $\hat{\beta}^{IV} = \frac{\text{cov}(X_i, Z_i)}{\text{var}(Z_i)}$  bərabərliyi doğrudur. Bu zaman:

$$E(\hat{\beta}^{IV}) = \frac{\text{cov}(Z_i, \alpha + \beta X_i + \epsilon)}{r_1 \text{var}(Z_i)} = \frac{\beta \text{cov}(Z_i, X_i)}{r_1 \text{var}(Z_i)} = \frac{\beta \text{cov}(X_i, Z_i)}{\text{cov}(X_i, Z_i) \text{var}(Z_i)} = \beta \quad (16)$$

Gördüyümüz kimi, ham an kiçik kvadratlar üsulu, ham da momentlər metodu əmsalı üçün eyni cavabları verir. Yegana fərqli bundan ibarətdir ki, an kiçik kvadratlar üsulunda 2 regressiya həyata keçirir, momentlər metodunda isə yalnız bir (transformasiya olunmus) regressiya hesablanır. Dolayılı ilə, momentlər metodu daha əlverişli və qıсадır. Məsələ bundan ibarətdir ki, bəzi hallarda instrumental dayışın regressiyalarının əmsallarını heç (15)-da verilən kimi asan həll etmək olmur. Bu məsələ, 1 endogen dayışın üçün 1-dən çox instrumental moveud olduğunu hallardır.

Burada qeyd etməli olduğumuz ən öncüli massələ instrumental dayışın Fərziyyə 1-də göstərilən uyğunluq şartıdır. Bu şərtə əsasən,  $X$  və  $Z$  dayışlarının xətti əlaqəsi 0-dan fərqli olmalıdır. (15)-a diqqət etsək görərkə,  $\max_{\alpha, \beta} \text{cov}(X_i, Z_i)$  ifadəsi yer alır. Uyğunluq fərziyyəsinə əsasən, instrumental dayışın regressiyasının qurulması üçün sonuncu ifadə sıfırdan fərqli olmalıdır. Öks halda,  $\beta$  əmsalının limiti sonsuzluğa meyil edir. Bundan başqa, qeyd etməliyik ki, xətti əlaqənin 0-dan fərqli olmasından əlavə, bu cür əlaqənin güclü olması instrumental dayışın regressiyaları üçün önemlidir. Kötəkçi regressiyada (1-ci mərhələ regressiyası) olan güclü xətti əlaqə alındığımız əmsalların variasiyasını azaldır. Bütün bu deyilənləri matrişlər vasitəsilə dənə asan və müfəssal isbat etmək olar. (1)-də qeyd olunan regressiya tonliyimizi matriş formasında yazaq:

$$Y_{n+1} = X_{[n+1]} \beta_{[k+1]} + \epsilon_{[n+1]} \quad (17)$$

Bundan sonra, (8)-i də matriş formasında yazaq:

$$X_{[n+1]} = Z_{[n+1]} \Gamma_{[k+1]} + \eta_{[n+1]} \quad (18)$$

Bu zaman  $\beta$  və  $\Gamma$  əmsalların vektoru üçün an kiçik kvadratlar üsulunun düsturu müvafiq olaraq aşağıdakı kimi olar:

$$\beta = (X^T X)^{-1} X^T Y \quad (19)$$

$$\Gamma = (Z^T Z)^{-1} Z^T X \quad (20)$$

$X$ -in (18) vasitəsilə proqnozlaşdırılan qiymətləri aşağıdakı kimi olar:

$$\hat{X} = ZT = Z(Z^T Z)^{-1} Z^T X = ZX \quad (21)$$

(21)-də H matrişi idempotent matrikdir. Bu matriş elmi ədəbiyyatda proyeksiya matriisi də adlanır. Mahiyyət etibar ilə X dayışının H proyeksiyası matriş ilə vurudqda alman dayışın X-in Z üzündən proyeksiyasını (X-in Z tarafından proqnozlaşdırılan qiymətlərinin, yəni  $\hat{X}$ ) göstərir. Instrumental dayışının mahiyyətinə uyğun olaraq proqnozlaşdırılan  $\hat{X}$  dayışının, yəni (21)-də (22)-da verilən düstur yerləşdirik:

$$\begin{aligned}\beta^{IV} &= (\hat{X}^T \hat{X})^{-1} \hat{X}^T Y = ((Z(Z^T Z)^{-1} Z^T X)^T (Z(Z^T Z)^{-1} Z^T X))^{-1} (Z(Z^T Z)^{-1} Z^T X)^T Y = \\ &= (X^T H^T H X)^{-1} X^T H^T Y \end{aligned} \quad (22)$$

H matrişinin idempotent olduğunu nəzərə alaraq aşağıdakı nöticəni alımlıq:

$$\beta^{IV} = (X^T H X)^{-1} X^T H Y = (X^T Z (Z^T Z)^{-1} Z^T X)^{-1} X^T Z (Z^T Z)^{-1} Z^T Y \quad (23)$$

Burada,  $X^T Z$  matrişi simmetri və kvadratikdir. Bu o hallarda mümkinlərdür ki, endogen dayışların sayı instrumentların sayına bərabərdir. Buna elmi ədəbiyyatda təliyin tam identifikasiyası olunmuş ("just identified") hali deyilir. Simmetrik və kvadratik xassasını nəzərə alsaq (24)-ü aşağıdakı kimi yaza bilərik:

$$\beta^{IV} = (Z^T X)^{-1} (Z^T Z)^{-1} (X^T Z) (Z^T Z)^{-1} Z^T Y = (Z^T X)^{-1} Z^T Y \quad (24)$$

Diqqətlə fikir versək görək ki, əslində sonuncu düstur yuxarıda verilən (15) ilə eyniyät təşkil edir. Sadəcə sonuncu düstur matriş formasında yazılmışdır. Matriş cəbrindən istifadən üstün cəhəti odu ki, bu halda ümumişləşdirən aparmaq və cabri manipulasiyalar etmək asandır. İndi isə galin, instrumental dayışın regressiyasından aldığımız əmsalın variasiyasını tapaq və nəzərə alaq ki, yeganə stoxastik element  $\epsilon$  -dur:

$$Var(\beta^{IV}) = Var((Z^T X)^{-1} Z^T Y) = E[(Z^T X)^{-1} Z^T \epsilon \epsilon^T Z (X^T Z)^{-1}] \quad (25)$$

Xötərlərin homoskedastiklilik xassasını (Qaus-Markov şartlarından irlər görər) nəzərə alarsaq sonuncu düstur aşağıdakı kimi sadələşdirən (Xota paylarının variasiya kovariasiya matrişini  $\Omega$  ilə, variasiyasını isə  $\sigma^2$  ilə işarə edək):

$$Var(\beta^{IV}) = (Z^T X)^{-1} Z^T \Omega Z (X^T Z)^{-1} = \sigma^2 (Z^T X)^{-1} Z^T Z (X^T Z)^{-1} \quad (26)$$

Yuxarıdakı düsturdan göründüyü kimi, X və Z dayışlarının xətti əlaqəsi və regressiya əmsalının variasiyası bir-biri ilə tərs mütənasibdir. Yəni, X və Z dayışları arasında korrelasiya nə qədər güclü olarsa instrumental dayışın regressiya təliyinin əmsalının variasiyası da o qədər az olar ki, bu da müsbət bir cəhətdir. Tam tərsinə, agar X və Z dayışları arasında korrelasiya 0-a yaxındırsa bu zaman əmsalın variasiyası sənsovluğa meyil edir ki, bu da statistik əhəmiyyətlişlik məsələlərinin yoxlanmasını mümkünəzdir. Bununla da, isbat etdi ki, həqiqətindən instrumental dayışın regressiyalarında instrumental dayışının üzərinə qoymuşuz hər iki məhdudiyyət (uyğunluq və tacrid şərtləri) önməlidir.

Yuxarıda qeyd etdiyimiz kimi, endogen dayışların sayı instrumentların sayına bərabər olduğu zaman instrumental dayışın regressiyasının əmsalını (25) vəsaitəsilə əsaslıqla hesablaya bilərik. Bas 1 endogen dayış üçün 1-dən çox instrument olduğunu hallarda nə etməliyik? Bu zaman instrumental dayışın regressiyasının müəyyən modifikasiyasını həyata keçiririk. Bu elmi ədəbiyyatda 2

mərhələli ol kiçik kvadratlar əsaslı adlanır ("2 stage least squares"). Təsəvvür edək ki, X və Y dayışının vərdir və onlar arasında 2 tərəflü sabitbiyət əlaqası vərdir. Biza X dayışının Y dayışını üzərində olan təsirini izolyasiya etmək məraqlıdır. Yəni, biza (17)-də qeyd olunan regressiya təliyini qurmaq və əmsal hesablamam məraqlıdır. Bundan əlavə fərqli edək ki, X dayışının üçün K adad instrumentalımız vərdir. Bu zaman X dayışının Y dayışını üzərində təsirini ölçmək üçün hər bir instrumento aşağıdakı 2 məhdudiyyət şərti qoyular və bu şərtlərin yerinə yetirilməsi lazımlı olan əmsalın obyektiv və ya an azindan arcidələ hesablanması üçün yetərlidir:

1) Fürziyyə 1.  $\text{cov}(Z_{ij}, \epsilon_j) = 0, \forall j \in 1, 2, 3 \dots K$ . Instrumental dayışların tacrid farzıyyası ("exclusion restriction");

2) Fürziyyə 2.  $\text{cov}(Z_{ij}, X_k) \neq 0 \forall j \in 1, 2, 3 \dots K$ . Instrumental dayışların uyğunluq şərti ("relevance condition").

Hər bir instrument üçün qeyd olunan iki şərtin ödənilməsi X-in Y üzərində təsirinin obyektiv və ya an azindan arcidələ ölçülmesi üçün kifayətdir. Bunun üçün ilk öncə kəməkçi regressiya təliyi qurulur. Bu təhlükədə asılı dayışın endogen olan X dayışdır, izahətli dayışları isə X-in yuxarıdaqı şərtlərə cavab verən bütün instrumentallardır. Burada da, müfəssəllik və əmumiləşdirmə üçün matriş cəbrindən istifadə edək:

$$X_{[n+1]} = Z_{[n+1]} \Gamma_{[K+1]} + \eta_{[n+1]} \quad (27)$$

Burada, n - müşahidələrin sayı, K - isə instrumentlərin sayı ifadə edir.  $\eta = nx_1$  ölçülü xəttai payı vektorudur.  $\Gamma = Kx_1$  ölçülü əmsallar vektorudur ki, onu an kiçik kvadratlar əsaslı hesablamayılıq. Z -  $nK$  ölçülü instrument matriśidir, Z - isə  $nK$  ölçülü endogen dayışın vektorudur. Əsas regressiyam isə (18)-da qeyd olunan kimidir ki əmsalların hesablanması müvafiq olaraq (18) və (19)-da verilənlərə eyni olduğu üçün təskərən qeyd etməyi lazımlı.  $\beta^{IV}$  üçün düsturlar da eyni olaraq qalır. Yeganə fərqli ondan ibarətdir ki, burada 2-mərhələlə əsaslı istifadə etdiyimizi və endogen dayışların sayının instrumentlərdən az olduğunu göstərmək üçün lazımlı olan əmsalı  $\beta^{2SLS}$  adlandıracıq. Digər fərqli isə ondan ibarətdir ki,  $\beta^{2SLS}$  - in düstur (25)-da verilən kimi sadələşdirilə bilmir, cümlə instrumentlərin isə endogen dayışların sayından azdır və bu səbəbdən da,  $Z^T X$  matrişı kvadratik deyildir və məhz buna görə da aşağıdakı barabarsızlıq doğrudur:

$$(Z^T X)^{-1} \rightarrow (X^T Z (Z^T Z)^{-1} Z^T X)^{-1} \neq (Z^T X)^{-1} (Z^T Z)^{-1} (X^T Z)^{-1} \quad (28)$$

Bundan əlavə qeyd etmək lazımdır ki,  $\beta^{2SLS}$  əmsalının variasiyası da daha mürəkkəb forma alacaqdır, lakin, matriş cəbri ilə bunu göstərmək kifayət qədər asandır:

$$\beta^{2SLS} = (X^T H X)^{-1} X^T H Y = (X^T Z (Z^T Z)^{-1} Z^T X)^{-1} X^T Z (Z^T Z)^{-1} Z^T Y \rightarrow$$

$$\begin{aligned}Var(\beta^{2SLS}) &= (X^T H X)^{-1} X^T H \epsilon \epsilon^T H X (X^T H X)^{-1} = \\ &= (X^T H X)^{-1} X^T H \Omega H X (X^T H X)^{-1} \end{aligned} \quad (29)$$

Burada, Xota paylarının variasiya-kovariasiya matrişini  $\Omega$  ilə işarə edilmişdir. Əgər xota paylarının homoskedastik olduğunu (Qaus-Markov şartlarından biri) fərqli etsək, H matrişinin idempotent olduğunu nəzərə alsaq və xota paylarının variasiyasını  $\sigma^2$  ilə işarə etsək düstur da asanlaşacaqdır. Yادımıza salaq ki, H matrişi idempotent matriśidir ( $H = (Z^T Z)^{-1} Z^T$ ). Bu matriş elmi ədəbiyyatda proyeksiya matrişı də adlanır. Mahiyyət etibar ilə X dayışının H proyeksiyası matriş ilə vurudqda

alınan dayışın  $X$ -in  $Z$  üzərində proyeksiyasını ( $X$ -in  $Z$  tərəfindən proqnozlaşdırılan qiymətlərini, yəni  $\hat{X}$ ) göstərir:

$$\begin{aligned} \text{Var}(\beta^{OLS}) &= (X^T H X)^{-1} X^T H D H X (X^T H X)^{-1} = \sigma^2 (X^T H X)^{-1} = \\ &= \sigma^2 (X^T Z (Z^T Z)^{-1} Z^T X)^{-1} \end{aligned} \quad (30)$$

Təbi ki, instrumental dayışın regressiyalarının kökündə instrumentlərlə bağlı irəli sürdüyüümüz fərziyyoların doğruluğu dayanır. Bu fərziyyoların doğru olmaması instrumental dayışın regressiyalarından aldığımız əmsalların etibarlılığını və düzgün statistik nticacixarmanın şübhə altına alır. Cari işin növbəti hissəsində fərziyyələrlə bağlı hipotet testlərini öhata edəcəyik.

### Instrumental Dayışın regressiyalarında Fərziyyələrin doğruluğunun yoxlanmasının üçün hipotet testləri

*Dayışının endogen olub-olmamasının yoxlanması üçün hipotet testləri.* Instrumental dayışın regressiyalarından aldığımız əmsallar öncə göstərilən 2 fərziyyənin doğruluğu şəraitində hesablayıcı üçün optimal olan obyektivlik və ardıcılık xassolarına malikdirlər və bunları yuxarıda müvafiq olaraq göstərmişik. Bundan əlavə qeyd etmişik ki, endogenlik probleminin mövcud olduğu hallarda sadəcə ən kiçik kvadratlar metodunun tətbiqi qeyri-obyektiv və qeyri-ardıcıl əmsalların meydana çıxmamasına səbəb olur (3)-da olduğunu kimi. Endogenlik probleminin mövcud olmadığı hallarda instrumental dayışın regressiyasının qurulması fərziyyoların tömən olunduğu şəraitdə yənə də obyektiv və ardıcıl əmsalların alınmasına gətirib çıxarı. O zaman sual olunur ki, niyə həmisi instrumental dayışın regressiyalarından istifadə etmir? İlk öncə fərziyyələrə verən instrumentlərin tapılması hədə asan məsələ deyildir. Bundan başqa, müvafiq düstürlərdə göstərdiyimiz kimi, instrumental dayışın regressiyalarından alınan əmsalların variasiyalarının da böyük olmasını görə bilərik. Müqayisə üçün qeyd edək ki, homoskedastilik şartı və digər Quass-Markov şartlarının tömən olunduğu şəraitində ən kiçik kvadratlar əsülu ilə alınan əmsalların əmsalşdırıcı və bütün digər xətti hesablayıcılarında ən kiçik variasiya məlikidirlər ( $\text{var}(\beta) = \sigma^2 (X^T X)^{-1}$ ). Qeyd olunanları nəzara təqribi, əsasən instrumentlaşdırırmış olduğumuz dayışının endogen olub-olmamasının yoxlanılması vacib məsələdir. Bunun üçün 2 test mövcuddur:

- 1) Hausman testi [8];
- 2) Durbin-Vu-Hausman testi [9], [10].

Hausman testinin mahiyyəti iki alternativ hesablayıcının bir-birindən statistik olaraq fərqli olub-olmamasına asanlıdır. Hausman testinin instrumental dayışın regressiyası kontekstində sıfır və alternativ hipotetləri aşağıdakı kimidir:

$$H_0: \beta^{IV} - \beta^{OLS} = 0, \text{ Har iki hesablayıcı ardıcıldır, lakin } \beta^{IV} \text{ əmsalşdırıcıdır;}$$

$$H_A: \beta^{IV} - \beta^{OLS} \neq 0, \text{ yalnız } \beta^{IV} \text{ ardıcıldır.}$$

Burada  $\beta^{IV}$  -instrumental dayışın regressiyasından alınan əmsal vektorudur,  $\beta^{OLS}$  - isə ən kiçik kvadratlar əsülu ilə alınan əmsal vektorudur. Vektorlar üzündə hipotet testimini aparılmışının adəsən əsasən kvadratik formannın variasiyanın təri ilə çəkilməsindən ibarətdir və biliirki, müəyyən şərtlər daxilində bùr test statistiki  $\chi^2$ -yoxlanmasına malik olacaqdır;

$$H = (\beta^{IV} - \beta^{OLS})^T [\text{var}(\beta^{IV} - \beta^{OLS})]^{-1} (\beta^{IV} - \beta^{OLS}) \sim \chi_k^2$$

Hausman göstərməsidir ki, xəta payları identik və sərbəst paylanmasırsa və  $\beta^{OLS}$  həqiqətən də əmsalşdırıcıdır, o zaman:

$$\begin{aligned} \text{var}(\beta^{IV} - \beta^{OLS}) &= \text{var}(\beta^{IV}) + \text{var}(\beta^{OLS}) - 2\text{cov}(\beta^{IV}, \beta^{OLS}) \\ &= \text{var}(\beta^{IV}) - \text{var}(\beta^{OLS}) \rightarrow \end{aligned}$$

$$H = (\beta^{IV} - \beta^{OLS})^T [\text{var}(\beta^{IV}) - \text{var}(\beta^{OLS})]^{-1} (\beta^{IV} - \beta^{OLS}) \sim \chi_k^2$$

Durbin-Vu-Hausman testimini mahiyyəti endogen olmasından şübhələndirdiyimiz dayışının struktur modeldəki xəta payları ilə əlaqadır olub-olmamasının yoxlanmasıdır. Fərəz edək ki, aşağıdakı regressiya tənliyimiz vardır:

$$Y_t = \alpha + \beta X_t + \gamma Z_{1t} + \epsilon_t \quad (31)$$

Təsəvvür edək ki, yuxarıda  $X$  dayışının endogen olması haqqında şübhələrin varlığındır və  $Z_1$  dayışının tamaman ekzogenidir. Bündən başqa, təsəvvür edək ki,  $X$  dayışının üçün istifadə edə biləcəyimiz  $Z_2$  instrumenti vərəd və sonuncu, instrument olmaq üçün bütün lazımi şərtlərə cavab verir. Durbin-Vu-Hausman testi aşağıdakı 2 mərhələnin istifadəsinə əsaslanır:

I) İlk öncə endogen olduğunu ehtimal etdiyimiz  $X$  dayışının (32)-da verilən ekzogen dayışano ( $Z_1$ ) və sonuncuya daxil olmayan digər ekzogen instrumentə qarşı regressiyaların qurulması (regressiyasının) qurulması və bu regressiyadan xəta paylarının proqnoz olunmuş qiymətlərinin ( $\hat{\eta}$ ) ifadə:

$$X_t = \theta_0 + \theta_1 Z_{1t} + \theta_2 Z_{2t} + \eta_t \quad (32)$$

2) Bundan sonra, (32)-da verilən regressiya tənliyinə  $\hat{\eta}$  dayışının daxil edək və onun qarşısındaki əmsalın statistik olaraq sıfır bərabər olub-olmamasını yoxlaysaq:

$$Y_t = \alpha + \beta X_t + \gamma Z_{1t} + \delta \hat{\eta}_t + \epsilon_t$$

Yuxarıdakı tənlikdə  $\delta$  əmsali müəyyən şərtlər daxiliində t paylanmasına malik olacaqdır. Əgər qeyd olunan əmsal statistik olaraq sıfır bərabərdirsa o zaman  $X$  dayışının əsində ekzogen olduğunu və beləliklə də, instrumental dayışın regressiyası sürümünə malik olduğunu qəzəbatın galirik. Əks halda isə,  $X$  dayışının endogen olduğunu və instrumental dayışın regressiyasının qurulmasının vacibliyi haqda qarşıl qəbul edirik.

### Instrumental dayışın uyğunluğunu haqda fərziyyənin yoxlanması üçün hipotet testi.

Onca isbat etdiyimiz kimi, uyğunluq fərziyyəsinin pozulması statistik nticacixarmanın və hər hansı hipotet testimini mümkünkünsüz edir. Bu səbəbdən də cari fərziyyənin yoxlanmasında hipotet testimini aparılması önemlidir. (32)-da göstərilən regressiya modelinin doğruluğunu fərəz edək. Bu zaman  $Z_2$  dayışının instrumentin uyğunluq tolublaryonu cavab verilməsinin yoxlanmasının üçün (33)-da verilən  $\theta_2$  əmsalının statistik olaraq sıfırından fərqli olduğunu yoxlamaq kifayətdir. Cari halda isə,  $X$  dayışının istifadə edilməlidir, cümlə ballı şərtlər daxilində  $\theta_2$  hesablayıcı t-paylanmasına malik olacaqdır. Elmi adəbiyyatda regressiya əmsali (cari halda  $\theta_2$ ) qismi korrelasiya əmsali ("partial correlation coefficient") olaraq da qeyd olunur və bunun mahiyyəti odu ki, sonuncu əmsal  $X$  dayışının  $Z_1$  dayışını ilə olan əlaqəsini tacid etdiyindən sonra  $X$  dayışının  $Z_2$  dayışını ilə mövcud olan xətti əlaqəsini göstərir [2, s. 303], [3, s. 49], [4, s. 402], [5, s. 53], [6, s. 68], [7, s. 276]. Qeyd etdiyimiz kimi, bazan bir endogen dayışın üçün bir neçə instrument dayışını mövcud olur. Bunun daha dəqiq nümayiş

tünlər fərqli edik ki, regressiya modelindəki  $X$  dayışımı üçün  $Z_2, Z_3, Z_4, \dots, Z_k$  instrument dayışmalarımız vardır. Bu zaman(33)-da verilən küməkçi regressiyi aşağıdakı kimi dəyişəcəkdir:

$$X_t = \theta_0 + \theta_1 Z_{1t} + \theta_2 Z_{2t} + \theta_3 Z_{3t} + \theta_4 Z_{4t} + \dots + \theta_k Z_{kt} + \eta_t \quad (33)$$

Bu zaman  $k-1$  ədəd instrument dayışının uyğunluq şartlarına cavab verdiyini yoxlamaq üçün sıfır va alternativ hipotezimizi aşağıdakı şəkildə qururuz:

$$H_0: \theta_2 = \theta_3 = \theta_4 = \dots = \theta_k = 0$$

$H_A$ : Yuxarıdakı əmsallardan ən azı biri sıfır barəbər deyil.

Diqqət etməli olduğumuz məqəm olandan ibarət ki, biz  $\theta_1$  əmsalının statistik əhəmiyyətini yoxlamadıq, çünki sonuncu əsas regressiya tənqidiyimiz olan (32)-nin özüna daxil olan ekzogen dayışının əmsalıdır və  $X$ -in bilavasitə instrumenti deyildir. Bundan başqa, qeyd olunan hipotezin yoxlanmasında F-testindən istifadə edirik.

#### Instrumental dayışının təcrid xəssəsi bölgə fərziyyənin yoxlanması üçün hipotez testi.

Əsas regressiyinin (32)-da göstərilədiyi kimi, küməkçi regressiyinin isə (34)-da göstərilədiyi kimi olduğunu fərza edərsək, instrument dayışan(lor)un xəta payı ilə xətti əlaqədə olmaması (təcrid xəssəsi) aşağıdakı şəkildə ifadə edilir:

$$\text{cov}(Z_{ik}, e_j) = 0, \forall k \in 2,3,4,5, \dots, k$$

Dolayısı ilə hər bir instrumentın əsas regressiyadakı xəta payı ilə xətti əlaqəsi sıfır olmalıdır. Endogen dayışların sayı, instrumentları sayıma tam barəbər olduqda bu fərziyyənin yoxlanması mümkün deyildir. Cari fərziyyənin yoxlanması yalnız instrument sayının endogen dayışlarından çox olduğu hal üçün keçiriləbilir. Bu zaman instrumental dayışan regressiyasını 2 mərhələli ən kiçik kvadratlar əsası adlandırmaq və alınan əmsali  $\beta^{2SLS}$  olaraq işarə edirik. 2 mərhələli ən kiçik kvadratlar əsası kontekstində instrumentlərin təcrid xəssəsinin yoxlanmasına Hansen overidentifikasiya testi deyilir [2, s. 303], [3, s. 49], [4, s. 402], [5, s. 53], [6, s. 68], [7, s. 276].

Hansen testini həyata keçirmək üçün (31)-ə osaslanaraq  $\beta^{2SLS}$  əmsal(alar)ını tapınq və  $\epsilon_i$  dayışanını alıraq. Bundan sonra, xəta paylarının proqnozlaşdırılan qiymətlərinin ( $\hat{\epsilon}_i$ ) (31)-da xəli olan bütün ekzogen izahıcı dayışşılarda və sonuncuya daxil olmayan instrument dayışşılara olan proyeksiyaların (regressiyasını) qururuz. Dolayısı ilə, son mərhələdəki tənlik aşağıdakı şəkildə olacaqdır:

$$\hat{\epsilon}_i = \delta_0 + \delta_1 Z_{1i} + \delta_2 Z_{2i} + \dots + \delta_k Z_{ki} + \omega_i$$

Bundan sonra instrumentlərin təcrid fərziyyəsinin tələblərinə cavab verib-vermədiyini yoxlamaq üçün aşağıdakı şəkildə hipotezləri formalasdırıq:

$$H_0: \delta_2 = \delta_3 = \dots = \delta_k = 0. \text{ (Instrumentlər təcrid xəssəsinə cavab verir);}$$

$H_A$ : Əmsallardan ən azı biri sıfır deyildir, yəni ən azı bir instrument təcrid xəssəsinə cavab verir.

Bu cür hipotezin yoxlanması üçün ya F testindən istifadə edirik və yaxud da, determinasiya əmsalından istifadə edərək bəslə bir statistik qurur:  $n * R^2 \sim \chi^2_{k-j}$ . Burada n – müşahidələrin sayı, k parametrlərin sayı, j isə instrument dayışşılərinin sayıdır.

## NƏTİCƏ

Göründüyü kimi, KOS və iqtisadi inkişaf arasında sabobiyət əlaqəsinin qeymləndirilmə zamanı endogenlik probleminin meydana gəlməsi regressiya natiqosunda alınan əmsalların obyektivlik və ardıcılıq xassalarına xələl gətirir. Ekonometrik nəzəriyyədə bu cür endogenlik problemin hall edilmiş üçün instrumental dayışan regressiyalarından geniş istifadə edilir. Azərbaycan dilində olan ədəbiyyatlarda instrumental dayışan regressiyasının mexanikası və məxsusun da, bu kontekstdə həyata keçirilməsi olan hipotez testləri haqqında məlumat möhduddur. Bu sababdan da cari işin məqsədi ham ekonometrik nəzəriyyə ilə bağlı olan azərbaycanlılı ədəbiyyatın zöngüləndirilməsi və həm da, məxsusi olaraq KOS və iqtisadi inkişaf arasında sabobiyət əlaqəsinin tapılması məsələsinə instrumental dayışan regressiyalarının təbliğinin geniş izahının verilməsidir.

## ƏDƏBİYYAT

1. T. Beck, A.Demircog-Kunt, and R.Levine, "SMEs, Growth, and Poverty," National Bureau of Economic Research, Working Paper 11224, Mar. 2005.
2. J.H.Stock and M. W. Watson, *Introduction to Econometrics*, 3rd edition. Boston: Addison-Wesley, 2010.
3. J.D. Angrist and J.-S.Pischke, *Mostly Harmless Econometrics: An Empiricist's Companion*, 1 edition. Princeton, NJ: Princeton University Press, 2009.
4. C.Brooks, *Introductory Econometrics for Finance*. Cambridge University Press, 2008.
5. D.Gujarati, *Econometrics by Example*. Palgrave Macmillan, 2014.
6. J.M.Wooldridge, *Introductory Econometrics: A Modern Approach*, 5 edition. Mason, OH: Cengage Learning, 2012.
7. A.C.Cameron and P.K.Trivedi, *Microeconomics: Methods and Applications*, Unknown edition. Cambridge ; New York: Cambridge University Press, 2005.
8. J.A. Hausman, "Specification Tests in Econometrics," *Econometrica*, vol. 46, no. 6, pp. 1251–1271, 1978.
9. J.Durbin, "Errors in Variables," *Rev. Inst. Int. Stat. Rev. Int. Stat. Inst.*, vol. 22, no. 1/3, pp. 23–32, 1954.
10. D.-M.Wu, "Alternative Tests of Independence between Stochastic Regressors and Disturbances," *Econometrica*, vol. 41, no. 4, pp. 733–750, 1973.

**МЕТОДОЛОГИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ОЦЕНКИ ВЛИЯНИЯ  
РАЗВИТИЯ МАЛОГО И СРЕДНЕГО БИЗНЕСА НА ЭКОНОМИЧЕСКОЕ  
РАЗВИТИЕ**

Самир Закир оглы ОРУДЖОВ

**Резюме**

Появление проблемы эндогенности в процессе оценивания причинной связи между экономическим развитием и малым и средним предпринимательством отрицательно влияет на объективность и последовательность, полученных в результате регрессии коэффициентов. В эконометрической теории для разрешения такого рода проблем эндогенности широко используются регрессии с инструментальными переменными. В научной литературе на азербайджанском языке наблюдается недостаточное количество информации о методах регрессии с инструментальными переменными, а в частности, тестирования гипотез в данном контексте. В связи с этим, основной целью данной работы является обогащение научной литературы на азербайджанском языке в области эконометрики, а также объяснение принципа применения метода регрессии с инструментальными переменными к изучению причинной связи между экономическим развитием и малым и средним предпринимательством.

**Ключевые слова:** Малое и среднее предпринимательство, проблемы эндогенности, регрессии с инструментальными переменными, экономическое развитие, подход

**METHODOLOGICAL BASIS FOR ASSESSING THE IMPACT OF  
SMALL AND MEDIUM-SIZED BUSINESSES ON ECONOMIC  
DEVELOPMENT**

Samir Zakir ORUCOV

**Abstract**

While assessing causal relationship between Small and medium enterprises (SME) and economic growth endogeneity problem arises which impairs unbiasedness and consistency characteristics of regression coefficients. Instrumental variables regressions are widely used in econometrics while dealing with such kind of endogeneity issues. There is limited information in Azerbaijani literature about the mechanics of instrumental variables regression, and particularly, about the hypothesis tests that should be conducted in this context. Therefore, the main objective of this paper is to enrich econometric literature in Azerbaijani, and to explain the details of establishing causality between SME and economic growth via instrumental variables regression.

**Key words:** Small and Medium Enterprises, endogeneity problem, instrumental variables regression, economic growth, approach