УДК 628.16.

ИССЛЕДОВАНИЕ СИСТЕМЫ С РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ С ЭЛАСТИЧНЫМИ ЭЛЕМЕНТАМИ И ГАЗОМ В ОДНОРОДНОМ ПОЛЕ

АЛЕКБЕРОВ Ш.Ш.

Бакинский Государственный Университет
shahin8@rambler.ru

В работеисследованысовершенные работы и сумма действующих сил поддействием силы F=F(h) в системах с несвязанными элементами и распределенными параметрамив однородном постоянном полес энергетической точки зрения и проведено сравнениесредних значений действующих сил для идеальных случаев.

Ключевые слова: работа, цилиндр, поле, жидкость, сила, давление.

Введение. В настоящее время в разных областях науки и техники, а также для исследования Солнца и звезд, ядра Земли, глубинных слоев морей и океанов имеет большое научно-практическое значение изучение физических процессов, связанных с течением вещества в жидком состоянии [1-3], в системах с несвязанными элементами и распределенными параметрами в однородном постоянном полес энергетической точки зрения.

Постановка задачи:В работе рассматривались совершенные работы и сумма действующих сил под действием силы F=F(h) в системах с несвязанными элементами и распределенными параметрами в однородном постоянном полес энергетической точки зрения и проведено их сравнение, а также сравнениесуммыдействующих сил для идеальных случаев, т.е. без учета силы трения.

Теоретическая часть: Предположим, что имеем однородное постоянное потенциальное поле с интенсивностью g (гравитационное поле Земли) и рабочеетело со специальной конструкцией, масса которогозависит от координаты в этом поле. Данноерабочеетело может быть полымцилиндромс объемом V_0 и поперечным сечением S, который подвешен в вертикальном положении с помощью пружины с коэффициентом упругости kв некоторой точкекрепления. Внутри цилиндра имеется газ под давлением P_0. На стенке цилиндра имеется отверстие для сообщения с эластичным трубопроводом жидкостью с плотностью ρ, свободный уровень которого соответствует началу координат. Если не учитывать массу данной конструкции, тона уровне жидкости на рабочее тело, соответственно и на рассматриваемую точку крепления, никакая сила не действует, так как давление жидкости на газ отсутствует.

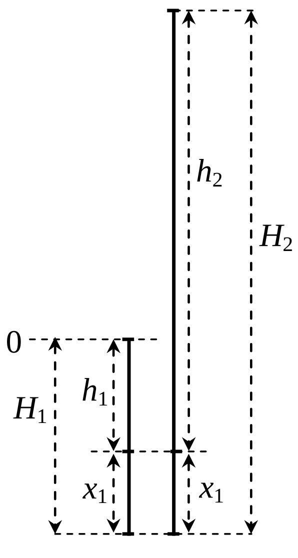

Рис.

При перемещении точки крепления относительно уровня жидкостина глубину h вне жидкости на газ будет действовать сила давления жидкости, и соответственно газбудет сжиматься до объема Vи часть цилиндра заполнится жидкостью. Следовательно, цилиндр опустится ниже на расстояние x относительно точки крепления, растягивая пружину с коэффициентом упругости k.

Сила тяжести, действующая на цилиндр, т.е. на часть, заполненную жидкостью:

$$F = Mg \tag{1}$$

Сила упругости, действующая на пружину с коэффициентом упругости k, и следовательно, на точку крепления:

$$F = kx \tag{2}$$

В этом случае, уравновешенное положение рабочего тела (цилиндра) определяется выражением

$$kx = Mg \tag{3}$$

С учетом

$$M = \rho \Delta V \tag{4}$$

ΔV определяется как

$$\Delta V = V_0 - V \tag{5}$$

Здесь, V – объем сжатого газа и определяется выражением

$$V = \frac{P_0 V_0}{P} \tag{6}$$

Здесь, –давления газа и жидкости, определяется выражением

$$P = P_0 + \rho g(h + x + \Delta l) \tag{7}$$

Для упрощения предположим, что $\Delta l \ll h,\ \ \Delta l \ll x$. Тогда

$$P = P_0 + \rho g(h + x) \tag{8}$$

Или

$$P = P_0 + \rho gh + \rho gx \tag{9}$$

Учитывая (9) в (6)

$$V = \frac{P_0 V_0}{P_0 + \rho gh + \rho gx} \tag{10}$$

Учитывая (10) в (5)

$$\Delta V = V_0 - V = V_0 - \frac{P_0 V_0}{P_0 + \rho gh + \rho gx} = \frac{V_0 \rho g(h + x)}{P_0 + \rho gh + \rho gx} \tag{11}$$

Учитывая (11) в (4)

$$M = \rho \Delta V = \rho \frac{V_0 \rho g(h+x)}{P_0+\rho gh+\rho gx} = \frac{V_0 \rho^2 g(h+x)}{P_0+\rho gh+\rho gx} \tag{12}$$

Учитывая (12) в (3)

$$kx = Mg = \frac{V_0 \rho^2 g(h+x)}{P_0+\rho gh+\rho gx} g = \frac{V_0 \rho^2 g^2(h+x)}{P_0+\rho gh+\rho gx} \tag{13}$$

$$\rho gkx^2 - \left(V_0\rho^2 g^2 - k(\rho gh + P_0)\right)x - V_0\rho^2 g^2 h = 0 \tag{14}$$

$$D = \left(V_0\rho^2 g^2 - k(\rho gh + P_0)\right)^2 + 4kV_0\rho^3 g^3 h \tag{15}$$

$$x(1) = \frac{\left(V_0\rho^2 g^2 - k(\rho gh+P_0)\right) - \sqrt{\left(V_0\rho^2 g^2 - k(\rho gh+P_0)\right)^2 + 4kV_0\rho^3 g^3 h}}{2\rho gk} \text{(не удовлетворяет)} \tag{16}$$

$$x = x(2) = \frac{\left(V_0\rho^2 g^2 - k(\rho gh+P_0)\right) + \sqrt{\left(V_0\rho^2 g^2 - k(\rho gh+P_0)\right)^2 + 4kV_0\rho^3 g^3 h}}{2\rho gk} \tag{17}$$

Из выражения (17) видно, что при реальных значенияхV_0, ρ, g, k, h и P_0 удовлетворяется

$$\left(V_0\rho^2 g^2 - k(\rho gh + P_0)\right)^2 \ll 4kV_0\rho^3 g^3 h \tag{18}$$

Таким образом, не учитывая члены $\left(V_0\rho^2 g^2 - k(\rho gh + P_0)\right)$ и $\left(V_0\rho^2 g^2 - k(\rho gh + P_0)\right)^2$ в выражении (17), получим:

$$x = x(2) = \frac{\sqrt{4kV_0\rho^3 g^3 h}}{2\rho gk} = \frac{2\rho g\sqrt{kV_0\rho gh}}{2\rho gk} = \frac{\sqrt{kV_0\rho gh}}{k} \tag{19}$$

или

$$x = x(2) = \frac{\sqrt{kV_0\rho gh}}{k} = \frac{\sqrt{V_0\rho gh}}{\sqrt{k}} = \sqrt{\frac{V_0\rho gh}{k}} \tag{20}$$

Учитывая (19) в (2)

$$F = kx = k \cdot \frac{\sqrt{kV_0\rho gh}}{k} = \sqrt{kV_0\rho gh} \tag{21}$$

Совершенная под действием силы, определяемой по (21), работа:

$$A = \int F dh = \int \sqrt{kV_0\rho g h}\, dh = \sqrt{kV_0\rho g} \int \sqrt{h}\, dh = \sqrt{kV_0\rho g}\, \frac{2}{3} h^{\frac{3}{2}} = \frac{2\sqrt{kV_0\rho g h^3}}{3} \quad (22)$$

Таким образом, для жидкости с плотностью ρ_1 и высотой h_1, по выражению (22)

$$A_1 = \frac{2\sqrt{kV_0\rho_1 g h_1^3}}{3} \quad (23)$$

Аналогично, для жидкости плотностью сρ_2 и высотой h_2

$$A_2 = \frac{2\sqrt{kV_0\rho_2 g h_2^3}}{3} \quad (24)$$

Эффективность этой системы

$$\varepsilon = \frac{A_2}{A_1} = \frac{\frac{2}{3}\cdot\sqrt{kV_0\rho_2 g h_2^3}}{\frac{2}{3}\cdot\sqrt{kV_0\rho_1 g h_1^3}} = \frac{\sqrt{\rho_2 h_2^3}}{\sqrt{\rho_1 h_1^3}} = \sqrt{\frac{\rho_2 h_2^3}{\rho_1 h_1^3}} \quad (25)$$

Для двух не смешивающихся жидкостей, с плотностями ρ_1и ρ_2, высотами H_1и H_2, уравновешенных по некоей границе за счет давления:

$$\rho_1 g H_1 = \rho_2 g H_2 \quad (26)$$

$$H_2 = \frac{\rho_1}{\rho_2} H_1 \quad (27)$$

или

$$H_2 = aH_1 \quad (28)$$

где

$$a = \frac{\rho_1}{\rho_2} \quad (29)$$

$$\rho_1 = a\rho_2 \quad (30)$$

И

$$H_1 = h_1 + x_1 \quad (31)$$

$$H_2 = h_2 + x_1 \quad (32)$$

$$h_1 = H_1 - x_1 \quad (33)$$

$$h_2 = H_2 - x_1 \quad (34)$$

Учитывая (30) в (25)

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{\rho_2 h_2^3}{\rho_1 h_1^3}} = \sqrt{\frac{\rho_2 h_2^3}{a\rho_2 h_1^3}} = \frac{1}{\sqrt{a}}\sqrt{\frac{h_2^3}{h_1^3}} \quad (35)$$

Учитывая (34) в (35)

$$\varepsilon = \frac{1}{\sqrt{a}}\sqrt{\frac{h_2^3}{h_1^3}} = \frac{1}{\sqrt{a}}\sqrt{\frac{(H_2-x_1)^3}{h_1^3}} \tag{36}$$

Учитывая (28) в (36)

$$\varepsilon = \frac{1}{\sqrt{a}}\sqrt{\frac{(aH_1-x_1)^3}{h_1^3}} \tag{37}$$

Учитывая (31) в (37)

$$\varepsilon = \frac{1}{\sqrt{a}}\sqrt{\frac{(a(h_1+x_1)-x_1)^3}{h_1^3}} = \frac{1}{\sqrt{a}}\sqrt{\frac{(ah_1+ax_1-x_1)^3}{h_1^3}} = \frac{1}{\sqrt{a}}\left(a+\frac{ax_1}{h_1}-\frac{x_1}{h_1}\right)^{\frac{3}{2}} \tag{38}$$

Напишем выражение (20) для ρ_1 и h_1, в виде

$$x_1 = \sqrt{\frac{V_0\rho_1 g h_1}{k}} \tag{39}$$

или

$$x_1 = b\sqrt{h_1} \tag{40}$$

где

$$b = \sqrt{\frac{V_0\rho_1 g}{k}} \tag{41}$$

Учитывая (40) в (38)

$$\varepsilon = \frac{1}{\sqrt{a}}\left(a+\frac{ab\sqrt{h_1}}{h_1}-\frac{b\sqrt{h_1}}{h_1}\right)^{\frac{3}{2}} = \frac{\sqrt{a^3}}{\sqrt{a}}\left(1+\frac{b}{\sqrt{h_1}}-\frac{b}{a\sqrt{h_1}}\right)^{\frac{3}{2}} = a\left(1+\frac{b}{\sqrt{h_1}}\left(1-\frac{1}{a}\right)\right)^{\frac{3}{2}} \tag{42}$$

При значениях $a \gg 1$

$$\varepsilon = a\left(1+\frac{b}{\sqrt{h_1}}\right)^{\frac{3}{2}} \tag{43}$$

Средние значениядля действующей силы $F(\rho_1)$ найдем из отношения совершенной работы к пути, пройденному под действием этой силы, т.е. соответственно, A_1 кh_1. Таким образом, для силы $F(\rho_1)$

$$F(\rho_1) = \frac{A_1}{h_1} = \frac{\frac{2\sqrt{kV_0\rho_1 g h_1^3}}{3}}{h_1} = \frac{2\sqrt{kV_0\rho_1 g h_1^3}}{3h_1} = \frac{2\sqrt{kV_0\rho_1 g h_1}}{3} \tag{44}$$

Аналогично, для действующей силы $F(\rho_1)$

$$F(\rho_2) = \frac{A_2}{h_2} = \frac{\frac{2\sqrt{kV_0\rho_2 g h_2^3}}{3}}{h_2} = \frac{2\sqrt{kV_0\rho_2 g h_2^3}}{3h_2} = \frac{2\sqrt{kV_0\rho_2 g h_2}}{3} \tag{45}$$

Отношение среднего значения действующих сил, т.е. $F(\rho_1)$ к $F(\rho_2)$:

$$z = \frac{F(\rho_2)}{F(\rho_1)} = \frac{\frac{2\sqrt{kV_0\rho_2 g h_2}}{3}}{\frac{2\sqrt{kV_0\rho_1 g h_1}}{3}} = \frac{\sqrt{\rho_2 h_2}}{\sqrt{\rho_1 h_1}} \tag{46}$$

Учитывая (30) в (46)

$$z = \frac{F(\rho_2)}{F(\rho_1)} = \frac{\sqrt{\rho_2 h_2}}{\sqrt{\rho_1 h_1}} = \frac{\sqrt{\rho_2 h_2}}{\sqrt{a\rho_2 h_1}} = \frac{\sqrt{h_2}}{\sqrt{a h_1}} \tag{47}$$

Учитывая (34) в (47)

$$z = \frac{F(\rho_2)}{F(\rho_1)} = \frac{\sqrt{h_2}}{\sqrt{a h_1}} = \frac{\sqrt{H_2 - x_1}}{\sqrt{a h_1}} \tag{48}$$

Учитывая (28) в (48)

$$z = \frac{F(\rho_2)}{F(\rho_1)} = \frac{\sqrt{H_2 - x_1}}{\sqrt{a h_1}} = \frac{\sqrt{aH_1 - x_1}}{\sqrt{a h_1}} \tag{49}$$

Учитывая (31) в (49)

$$z = \frac{F(\rho_2)}{F(\rho_1)} = \frac{\sqrt{aH_1 - x_1}}{\sqrt{a h_1}} = \frac{\sqrt{a(h_1 + x_1) - x_1}}{\sqrt{a h_1}} \tag{50}$$

Учитывая (40) в (50)

$$z = \frac{F(\rho_2)}{F(\rho_1)} = \sqrt{\frac{a\left(h_1 + b\sqrt{h_1}\right) - b\sqrt{h_1}}{a h_1}} = \sqrt{1 + \frac{b(a-1)}{a\sqrt{h_1}}} \tag{51}$$

При значениях $a \gg 1$

$$z = \frac{F(\rho_2)}{F(\rho_1)} = \sqrt{1 + \frac{ab}{a\sqrt{h_1}}} = \sqrt{1 + \frac{b}{\sqrt{h_1}}} = \left(1 + \frac{b}{\sqrt{h_1}}\right)^{\frac{1}{2}} \tag{52}$$

Результаты: Эффективность данной системы сильно зависит от параметра b, а также имеет место зависимость от параметра a.

Отношение среднего значения действующих силв данной системе зависит от параметра b.

Результаты, полученные в работе, могут быть полезными для изучения физических процессов, происходящих в системах с однородной средой в неоднородном постоянном поле.

---

1. *Серов И.К., Некучаев В.О.*, Физика жидкостей и газов. Ухта, УГТУ, 2010, 100 с.

2. *Лойцянский Л.Г.,* Механика жидкости и газа. Москва, Дрофа, 2003, 840 с.
3. *Дьячков Е.А., Зорин В.Д., Телица С.Г., Федянов Е.А.,* Определение сил давления жидкости на стенки сосудов (гидростатика в примерах и задачах). Волгоград, изд. ВолгГТУ, 2004, 43 с.

QAZ VƏ ELASTİK ELEMENTLƏRİ OLAN PAYLANMIŞ PARAMETRLİ SİSTEMLƏRİN BİRCİNS SAHƏLƏRDƏ TƏDQİQİ

ƏLƏKBƏROV Ş.Ş.

İşdə qaz və elastic elementləri olan paylanmiş arametrli sistemlər bircins sahələrdə enerji baxımından araşdırılmışdır və F=F(h) qüvvəsinin təsiri altında görülən iş və bu qüvvələrin orta qiymətləri ideal hal üçün müqayisə edilmişdir.

Açarsözlər: iş, silindr, sahə, maye, güc, təzyiq.

STUDY OF A SYSTEM WITH DISTRIBUTED PARAMETERS WITH ELASTIC ELEMENTS AND GAS IN A HOMOGENEOUS FIELD

ALEKBEROV Sh.Sh.

In this paper, investigated perfect works and the sum of acting forces under the action of a force F = F (h) in systems with uncoupled elements and distributed parameters in a uniform constant field are investigated from an energy point of view and compared the average values of acting forces for ideal cases.

Keywords: work, cylinder, field, fluid, force, pressure.