

UOT

С.А. ТАГИЕВА

ГДУ

УСТОЙЧИВОСТЬ ПРИЗМАТИЧЕСКИХ СТЕРЖНЕЙ С УЧЕТОМ ОСТАТОЧНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ И СОПРОТИВЛЕНИЯ УПРУГОГО ОСНОВАНИЯ

Как известно, что в процессе нагружения и эксплуатации конструкции изменяются не только силовые воздействия, но и сама конструкция, в материалах её происходит те или иные изменения [1]. Это может быть при развитии пластических деформаций, местных или общих искривлений, потеря устойчивости отдельными элементами. В случаях, когда стержни лежать на упругом основании, расчет на устойчивость играет первостепенную роль [2, 3].

В настоящей работе предполагается, что призматический стержень имеющий самоуравновешенное по сечению остаточные (начальные) напряжения $\sigma^0(z)$, находится под действием центрально приложенной сжимающей силой P . Начальные напряжения должны удовлетворять следующие условия

$$\int_F \sigma^0(z) dz = 0; \quad \int_F \sigma^0(z) z dz = 0 \quad (1)$$

Здесь: F – площадь поперечного сечения стержня. Принимаем, что материал стержня является несжимаемым и линейно упрочняющимся (рис. 1) и лежит на двух константном основании постели типа Пастернака [3].

Распределение напряжений по сечению будет следующим образом:
в областях упругих деформаций

$$\sigma_1 = E\varepsilon + \sigma_s f_1(z) \quad \text{при } z \in F_1 \quad (2)$$

в областях пластических деформаций

$$\sigma = -\lambda\sigma_s + E(1-\lambda)\varepsilon \quad z \in F_2 \quad (3)$$

где: F_1 и F_2 – соответственно области упругих и пластически x областей по сечению стержня; λ – коэффициент линейного упрочнения; E – модуль упругости; σ_s – предел текучести, ε_s – соответствует к значению пределу текучести.

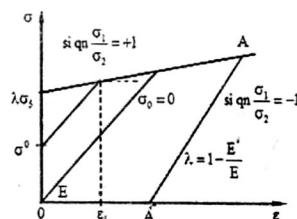


Рис. 1. Распределение напряжений по сечению.

Границы упругих и пластических областей определяется из условия непрерывности напряжений

$$\begin{aligned} f(\bar{z}_o) &= -\lambda(1+\bar{\varepsilon}) \\ \bar{z}_o &= z_o \cdot h^{-1}; \quad \bar{\varepsilon} = \varepsilon \cdot \varepsilon_s^{-1} \end{aligned} \quad (4)$$

В докритическом состоянии между P_o и ε существует следующий связь:

В возмущенном состоянии распределение напряжений будет:
в областях разгрузки и упругих деформаций (\bar{F}_1)

$$\delta\sigma = E\delta\varepsilon \quad \bar{z}\epsilon(\bar{F}_1) \quad (5)$$

в областях активных деформаций

$$\delta\sigma = E(1-\lambda)\delta\varepsilon \quad \bar{z}\epsilon(\bar{F}_2)$$

Здесь также, гипотеза Кирхгофа Лява сохраняет свою силу и в данном случае. Тогда (5) записывается в следующем виде

$$\delta\sigma = E(l+z\chi) \quad \text{где } z\epsilon(\bar{F}_1) \quad (6)$$

$$\delta\sigma = E(1-\lambda)(l+z\chi) \quad \text{где } \bar{z}\epsilon(\bar{F}_2)$$

Задача решается на основании концепции Кармана, в которой гласит, что при потери устойчивости нагрузка не меняется, т.е. $\delta P = 0$:

Система уравнений равновесия в данном случае с учетом сопротивления среды записывается в следующем виде: (Например для стержня прямоугольного поперечного сечения)

$$\delta P = 0 \quad (7)$$

$$\delta M = -w \cdot P + K_1 bw - K_2 b \frac{d^2 w}{dx^2}$$

Здесь: K_1 – основной коэффициент; K_2 – второй коэффициент постели; χ – кривизна; w – прогиб

Составим первое уравнение (7), причем следует учесть, что на границе догорузки и разгрузки имеет место

$$\varepsilon + z_o\chi = 0 \quad \text{или } \varepsilon = -z_o\chi \quad (8)$$

и соотношения (6) принимает следующий вид

$$\delta\sigma = E\chi(z-z_o) \quad \text{при } z\epsilon(\bar{F}_1) \quad (9)$$

$$\delta\sigma = E(1-\lambda)\chi(z-z_o) \quad \text{при } \bar{z}\epsilon(\bar{F}_2)$$

Используя (9) можно написать $\delta P = 0$

$$\int_{h_1}^h (z-z_o) dz + (1-\lambda) \int_{h_2}^{h_1} (z-z_o) dz = 0$$

или же

$$z_o = \frac{\int_{h_1}^h z dz + (1-\lambda) \int_{h_2}^{h_1} z dz}{\int_{h_1}^h dz + \int_{h_2}^{h_1} dz} = A_1 \quad (10)$$

Выражение момента будет

$$\begin{aligned} \frac{\delta M}{bh^2\chi} &= \frac{1}{h_1} (\bar{z}_o - z_o) \bar{z} d\bar{z} + \\ &+ (1-\lambda) \frac{1}{h_2} (\bar{E} - z_o) \bar{z} d\bar{z} \end{aligned}$$

или же

$$\begin{aligned} \frac{\delta M}{bh^2\chi} &= \frac{1}{h_1} \bar{z}^2 d\bar{z} - z_o \frac{1}{h_1} \bar{z} d\bar{z} + \\ &+ (1-\lambda) \frac{1}{h_2} \bar{z}^2 d\bar{z} - (1-\lambda) \frac{1}{h_2} \bar{z} d\bar{z} \end{aligned}$$

или

$$\begin{aligned} \frac{\delta M}{bh^2\chi} &= \frac{1}{h_1} z^2 dz + (1-\lambda) \frac{1}{h_1} \bar{z}^2 d\bar{z} - \\ &- A_1 \left(\frac{1}{h_2} \bar{z} d\bar{z} + (1-\lambda) \frac{1}{h_2} \bar{z} d\bar{z} \right) \end{aligned}$$

Вводим обозначения

$$\begin{aligned} K &= \frac{1}{h_1} z^2 dz + (1-\lambda) \frac{1}{h_1} \bar{z}^2 d\bar{z} - \\ A_1 &\left(\frac{1}{h_2} \bar{z} d\bar{z} + (1-\lambda) \frac{1}{h_2} \bar{z} d\bar{z} \right) \end{aligned} \quad (11)$$

Для определения критического состояния, необходимо определить напряженное состояние докритического состояния стержня

$$\begin{aligned} f(z) &= -1,4z + 0,7 z \in [1] \\ f(z) &= 1,4z + 0,7 z \in [-1,0] \end{aligned}$$

Выражение имеет следующий вид

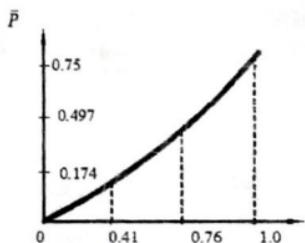
$$\delta M = h^2 K \frac{d^2 w}{dx^2} \quad (12)$$

Учитывая (12) в уравнении (7) получим

$$Edh^2 K_1 \frac{d^2 w}{dx^2} = -Pw + K_1 b - K_2 b \frac{dw^2}{dx^2} \quad (13)$$

или же

$$\begin{aligned} (Edh^2 K + K_2 b) \frac{d^2 w}{dx^2} + (K_1 b + P) &= 0 \\ \frac{d^2 w}{dx^2} - \frac{P - K_1 b}{dh^2 + K_2 b} w &= 0 \end{aligned}$$



Rus 2. Определение напряженного докритического состояния стержня

Вводя обозначение

$$v^2 = \frac{P - K_1 b}{Ebh^2 + K_2 b}$$

Получим

$$\frac{d^2 w}{dx^2} - v^2 w = 0 \quad (14)$$

Решение (14) имеет следующий вид

$$w = A \sin vx + B \cos vx$$

В случае когда концы стержня закреплены шарнирами, то критические нагрузки определяются формулой

$$\frac{P_k - K_1 b}{Ebh^2 K + K_2 b} = \left(\frac{K \pi}{l} \right)^2 \quad (15)$$

Используя соотношения до критического состояния (например табл. 1) можно вычислить K и определить значение P_k . В случае упругих деформаций $K=1$.

ЛИТЕРАТУРА

- Гаджиев В.Д., Москвитин В.В.–О деформации тел при наличии начальных напряжений. Изв. АН Азерб. ССР, сез. ф.т.м.н., 1983, №6, с.18 – 20.
- Синицын А.П. Расчет балок и плит на упругом основании за пределом упругости. М., 1964, 157 с.
- Пастернак П.Л. – Основы нового метода расчета фундаментов на упругом

основании при помощи двух коэффициентов постели. М., 1954, с. 82.

- Ильюшин А.А. – Пластичность. М., 1948, 396 с.

S.A.Tağıyeva

Qalıq gərginlik və elastiki əsasın müqaviməti nəzərə alınmaqla prizmatik çubuqların dayanıqlığı

XÜLASƏ

Məqalədə fərəz olunur ki, en kasiyi boyu dəyişən qalıq gərginliyə malik elastik-plastiki prizmatik çubuq iki sabitlə xarakterizə olunan mühit üzərində yerləşir və mərkəzi sıxılmaya məruz qalır. İşdə Karman konsepsiyasına istinad edərək çubuqların dayanıqlıq məsələsi araşdırılır və gərginliklərin paylanması tədqiq olunur. Məsələnin həlli həm elastiki, həm də plastiki deformasiyalar oblastında nəzərdən keçirilmişdir.

S.A. Tagiyeva

Stability of prismatic rods taking into account residual Stresses and resistance of elastic base

ABSTRACT

The article assumes that elasto-plastic prismatic rods with residual stresses that vary along the cross section are located in two stable media and undergo central compression. This study investigates the stability of the rods using the Karman concept and investigates the distribution of stresses. The solution was considered both in elastic and in the field of plastic deformation.

Məqaləyə AMEA-nın Riyaziyyat və Məxanika İnstitutunun "Dalğa dinamikası" şöbəsinin müdürü, f.-r.e.d., professor C.H. Ağalarov rəy vermişdir.