

**ОПТИМИЗАЦИЯ СРЕДНЕГО КАЧЕСТВА ПРОДУКЦИИ В
ЗАДАННЫЙ ПЕРИОД ПРОИЗВОДСТВА С УЧЕТОМ ФУНКЦИИ
РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ФАКТОРА ВОЗМУЩЕНИЯ****НАГИЕВ Г.А.***Институт систем управления АН,
д-р филос. по техн. наукам
hasan.nagiev@gmail.com***АЛИЕВА Ф.А.****Бакинский Государственный Университет
f.aliyevainf@mail.ru**

Рассматривается задача максимизации среднего качества продукции в непрерывном производстве с учетом изменений качества сырья. Отличительным является то, что функцию управления текущей производительностью приходится связывать с параметрами качества сырья при жестко фиксированном объеме продукции в заданный плановый период. Предлагается имитационный алгоритм расчета функции обратной связи, вводимой для обеспечения планового задания используя статистику в виде функции распределения фактора возмущения. Решение компромисса между критериями качества выпускаемой продукции и достижимостью планового задания обеспечивается благодаря предлагающейся конструкции, которая включает весовые коэффициенты максимизации качества и достижимости планового задания.

Ключевые слова: *Стохастическая задача управления качеством, задача с обратной связью, имитационное моделирование*

Введение

Целый ряд задач из практики управления непрерывными производственными процессами со статической моделью качества, включающей фактор возмущения, отличается наличием планового задания на объем выпускаемой продукции к концу периода планирования. Не редки случаи, когда управлением оказывается текущая производительность, связываемая с возмущением (например, с качеством сырья, вводимого в производство) с точки зрения оптимальности качества продукции. Необходимость в достижении планового задания на выпуск продукции и существенность внешнего возмущающего фактора, превращают простейшую задачу позиционного управления качеством по статической модели в задачу стохастического управления [1-3].

Подобного рода задач можно встречать в сфере управления запасами, в сфере задач массового обслуживания при заданных объемах ресурсов и в ряде других задач непрерывного производства.

1. Постановка задачи

Пусть имеем некоторую функцию качества производимой продукции:

$$F = F(x, u), \quad (1)$$

где x - возмущающий фактор с известной функцией распределения $y = \varphi(x)$; u - управление, $u \in U$; $U = \{u : u_1 \leq u \leq u_2; u_1 > 0\}$. Управлением является величина интенсивности производства, например, часовая производительность, на которую ставится интегральное ограничение по планируемому объему выпуска продукции G за период планирования $t \in (0, T]$:

$$\int_0^T u(t) dt = G. \quad (2)$$

Задано также следующее правило управления качеством (1), которого предусматривается применить в текущие моменты времени $t \in (0, T]$:

$$u[x(t), L(t)] \equiv \arg \max_{\tilde{u} \in U} \left\{ F(x(t), \tilde{u}) - L(t) \left(\tilde{u} - \frac{G - \int_0^t u(\tau) d\tau}{T - t} \right)^2 \right\}, \quad (3)$$

где $u[x(t), L(t)]$ - функция управления в соответствии с заданной реализацией возмущения и некоторой функцией $L(t)$; \tilde{u} - варьируемая внутренняя переменная.

Заданное правило (3) - суть выражение метода штрафов [1,2], примененного для совмещения критерий оптимальности качества и достижимости заданного значения интеграла (2) при соответствующих весовых коэффициентах α_0^* , α_1^* , которые также являются заданными и должны быть выдержаны в левом конце интервала $t \in (0, T]$:

$$L(0) = L^* = \frac{\alpha_1^*}{\alpha_0^*} \quad (4)$$

Функция штрафа $L(t) \geq 0$ призвана осуществить управление коэффициентом обратной связи [3,5]. Выбор оптимального варианта этой функции должен обеспечить стабилизацию соотношений двух критериев, связанных: с функцией оптимальности качества (1) и интегралом достижимости объема производства (2) в течение времени $t \in (0, T]$.

2. Принцип оптимальности в выборе функции обратной связи $L(t)$.

Проанализируем происхождение ошибки, вносимой вследствие применяемой обратной связи, в связи с дрейфом математического ожидания максимизирующих (3) управлений $u^{\max}(x, t)$, которого обозначим в виде:

$$E[u^{\max}(x, t), (t)] \equiv m_u(L, t). \quad (5)$$

Рассмотрим случай с неуправляемой обратной связью, когда $L(t) \equiv \text{const} = L$.

Пусть существует и однозначна обратная функция

$$x = \varphi^{-1}(y); y \in (0, y_{\max}), \quad (6)$$

где y_{\max} – максимум функции $y = \varphi(x); x \in (0, \infty)$.

Обратим внимание на то, что в ходе процесса оптимизации в текущие моменты t из-за произвольности L , возникнет несовпадение математических ожиданий $m_{\hat{u}}(L, t)$ со средней интенсивностью производства G/T в течение времени $t \rightarrow T$ и создастся накопление отклонений $\Delta(t) = \int_0^t \left(m_{\hat{u}}(L, \xi) - \frac{G}{T} \right) d\xi$. Следовательно, математическое ожидание окажется функцией времени. Тем самым нарушится условие неизменности стратегии управления при стационарном, возмущении $x(t)$, т.е. при возмущении с неизменными во времени вероятностными параметрами. Для предотвращения этой тенденции, очевидно, следует решать обратную задачу, т.е. стабилизировать $m_{\hat{u}}(L, t)$ во времени, регулируя коэффициентом обратной связи $L(t)$. В связи с этим синтез функции настройки $L(t)$, обеспечивающей стабилизацию математического ожидания в окрестности G/T , составляет принципиальную основу решения проблемы по формуле обратной связи (3). Таким образом, принцип оптимальности в настройке функции обратной связи можно выразить в виде:

$$\frac{d}{dt} m_{\hat{u}}(L^{opt}(t), t) \equiv 0; \quad (7)$$

$$m_{\hat{u}}(L^{opt}(t), T) = \frac{G}{T}. \quad (8)$$

3. Алгоритм решения задачи

Зафиксируем математические ожидания, вычисляемые по функции (3) при двух крайних случаях, а именно: $\ell(t) \equiv 0$; и $\ell(t) \equiv \infty$. При $\ell(t) \equiv 0$ имеем задачу без ограничений на ресурсы управления. При

$\ell(t) \equiv \infty$ имеем формулу максимизации без учета оптимальности качества. В связи с этим введем следующие обозначения:

$$u_{\ell=0}^{\max} = \int_0^{y_{\max}} y \cdot \left\{ \arg \max_{u \in U} F(\varphi^{-1}(y), u) \right\} dy;$$

$$u_{\ell=\infty}^{\max} = \arg \min_{u \in U} \left(u - \frac{G - \int_0^t u(\tau) d\tau}{T - t} \right)^2 = G/T. \quad (9)$$

Введем разность

$$\delta = u_{\lambda=0}^{\max} - u_{\lambda=\infty}^{\max}, \quad (10)$$

которую назовем параметром несогласованности по средней интенсивности производства.

Осциллограммы функций динамики переходных состояний некоторой системы при неуправляемой обратной связи, т.е. при $L(t) \equiv 1$, показаны на рис.1.

Имитация внешнего воздействия $x(t)$ в демонстрационной задаче проводилась сигналом с выхода генератора псевдослучайных чисел, реализующего функцию распределения $\varphi(x) = \frac{1}{b} e^{-\frac{x}{b}}$. Функцией качества

послужила $F = \frac{1}{1 + ax^u}$; $0.5 < u < 2$; $0 < x < \infty$, при $a = 1$; $G = 3$; $T = 1$; $\alpha_0 = \alpha_1 = 0.5$.

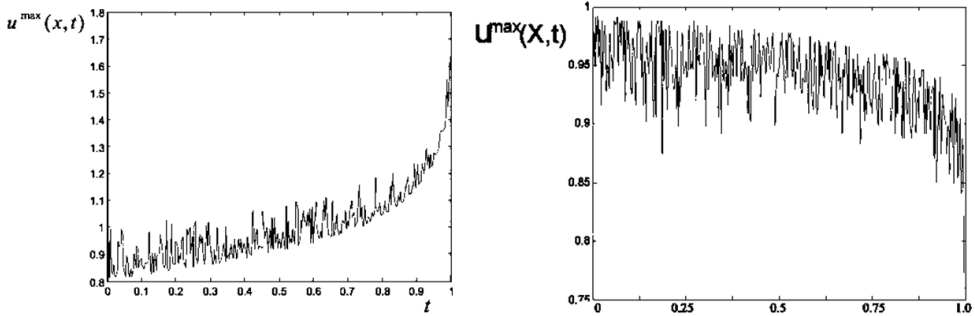


Рис. 1. Процесс с неизменной $L(t) \equiv 1$: а) при $\delta < 0$, б) при $\delta > 0$.

В работе получено, что независимо от знака δ необходимым условием достижения равенства (?) является монотонное убывание функции, т.е. условие:

$$\frac{d}{dt} \lambda^{opt}(t) < 0, \forall t \in (0, T]. \quad (11)$$

Основываясь на (11) осуществлен синтез приближения $\lambda^{opt}(t)$. В качестве одного из вариантов $\lambda^{opt}(t)$ выбрана монотонно убывающая функция из класса экспоненциальных приближений:

$$\lambda^{opt}(t) = l e^{-\beta t}, \quad (12)$$

где $l > 0, \beta > 0$ – параметры, подлежащие аппроксимированию. Их связь со значениями $\lambda^{opt}(t)$ на краях интервала выразится в виде

$$l = \lambda^{opt}(0); \quad \beta = \frac{1}{T} \ln \frac{\lambda^{opt}(0)}{\lambda^{opt}(T)} \quad (13)$$

где на основании (4) значение $\lambda^{opt}(0) = L_0 L^*$ представляет заданную величину, а $\lambda^{opt}(T)$ необходимо оценить поиском наилучшего приближения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Острем К.Ю. Введение в стохастическую теорию управления. М.: Мир, 1973.
2. Юдин Д.Б. Задачи и методы стохастического программирования. М.: Советское радио, 1979.
3. Гилл Ф., Мюррей. У. Численные методы условной оптимизации. М.: Мир, 1977.
4. Ротач В. Я. Расчет динамики промышленных автоматических систем регулирования. М.: Энергия. 1973. - 440с.
5. Shen Zeng, Frank Allgöwer. Structured optimal feedback in multi-agent systems: A static output feedback perspective//Automatica, 2017. V. 76. No.1. P. 214-221.

OPTIMIZATION OF AVERAGE PRODUCT QUALITY DURING THE PERIOD OF PRODUCTION TAKING INTO ACCOUNT THE PERTURBATION FACTOR DISTRIBUTION FUNCTION

NAGIYEV G.A., ALIEVA F., A.

SUMMARY

The problem of maximizing the average quality of products in continuous production is considered taking into account changes in the quality of raw materials. Distinctive is that the function of managing current productivity has to be associated

with the quality parameters of raw materials with a rigidly fixed volume of production in a given planning period. A simulation algorithm is proposed for calculating the feedback function introduced to ensure the planned task using statistics in the form of a distribution function of the perturbation factor. A compromise between the quality criteria of manufactured products and the achievability of the plan is ensured by the proposed design, which includes weighting factors to maximize the quality and reach of the plan.

Keywords: *Stochastic quality management problem, feedback problem, simulation*

HƏYƏCANLANDIRICI TƏSİR FAKTORUNUN PAYLANMA FUNKSIYASININ NƏZƏRƏ ALINMASI İLƏ MƏHSULUN ORTA KEYFİYYƏTİNİN VERİLMİŞ PLANLAŞDIRMA PERİODU ÜZRƏ OPTİMALLAŞDIRILMASI

NAĞIYEV H.Ə., .ƏLİYEV A.F.A

XÜLASƏ

Məqalədə fasiləsiz istehsalda xammalın keyfiyyətinin dəyişdiyi şəraitdə məhsulun ortalaşdırılmış keyfiyyət göstəricisinin maksimalaşdırılma məsələsinə baxılır. Məsələnin xüsusiyyəti kimi diqqət ona yönəldilir ki, idarəetmə funksiyası olaraq istifadə olunan cari emal sürəti xammalın keyfiyyət göstəricisi ilə əlaqələndirilmiş olduğu səbəbindən planlaşdırma periodu üzrə istehsal həcmnin təmin olunması əlavə şərt kimi irəli sürmüş olur. Plan tapşırığının nəzərə alınmasına yönəldilən əks rəbitə funksiyasının həyəcanlandırıcı təsir faktorunun statistikasi əsasında təyin eilməsinə imkan verən imitasiya alqoritmi təklif olunur. Məhsulun keyfiyyəti ilə plan öhdəçiliyinin təmin olunma göstəricisi arasında kompromiss münasibətin tənzimlənməsi müvafiq çəki əmsalları vasitəsi ilə öz həllini tapır.

Açar sözlər. *Keyfiyyətin iarə olunması stoxastik məsələ, əks rəbitəli idarəetmə məsələsi, imitasiya məsələsi.*