UDK 37.046.14

RİYAZİYYATIN ÖYRƏDİLMƏSİNDƏ NƏZƏRİYYƏ İLƏ PRAKTİKANIN VƏHDƏTİNİN ROLU

SADİQOV MEHMAN NƏBİ oğlu
Sumqayıt Dövlət Universiteti, dosent
AĞAYAROV MƏTLƏB HÜSEYNQULU oğlu
Sumqayıt Dövlət Universiteti, dosent
ƏLİYEV FƏXRƏDDİN FEYZULLA oğlu
Sumqayıt Dövlət Universiteti, dosent
e-mail: AMİSUM-ALAVA@mail.ru, mehman.sadiqov.2016@mail.ru

Açar sözlər: *test tapşırıqları, qabiliyyət, bilik, bacarıq, vərdiş, problem, mühazirə və məşğələlər.*

Məqalədə orta məktəb şagirdlərinin əldə etdikləri mövcud riyazi biliklər nəzərdən keçirilərək onların topladığı bilik bazasının möhkəmliyi və davamlılığının bəzi məqamları tədqiq olunur, bu biliklərlə ali təhsilini davam etdirən tələbələr üzərində aparılan çoxillik müşahidə və təcrübələrimizin nəticələri dəyərləndirilir və həmçinin burada onların daha çox test məzmunlu tapşırıqları yerinə yetirmək hesabına əldə etdikləri bilikləri tez unutmalarının bəzi mövcud səbəbləri göstərilməklə problemə diqqət yetirilməsi məqsədi daşıyır.

Ölkəmizdə həyata keçirilən təhsil islahatlarının məqsədi dünyanın uğurlu və qabaqcıl təhsil sistemlərinə inteqrasiya edilməklə, qabaqcıl təcrübələrdən yararlanaraq təlim prosesinin səmərəliliyini təmin etməklə milli və ümumbəşəri dəyərlərə yiyələnən, müstəqil, yaradıcı və tənqidi düşünməyi bacaran, fəal, dövlətinə və vətəninə sədaqətli, geniş dünyagörüşə malik şəxsiyyət yetişdirməkdən ibarətdir. Aydındır ki, bu proses çox mürəkkəb və uzun müddətli proses olduğu kimi, həm də çoxşaxəli olub müxtəlif sahələri əhatə edir və burada diqqət yetirilməyən hər hansı məsələ, sözsüz ki, yekunda ümumi nəticəyə təsir edir.

Məlumdur ki, ən ümdə arzusu ali məktəbə daxil olmaq və tələbə adını qazanmaq istəyən hər bir yuxarı sinif şagirdinin diqqəti uzun müddət, əsasən, test tapşırıqlarının yerinə yetirilməsinə yönəldilir və reallıqda bu məsələ istər-istəməz məktəb, müəllim, şagird valideyn və eləcə də bu sahədə fəaliyyət göstərən tədris kursları qarşısında qoyulmuş sanki yeganə tələb və vəzifə kimi ortaya çıxır. Bununla belə, yuxarı sinif şagirdinin əldə etdiyi biliklər ciddi mühakimə və isbatlar, riyazi ümumiləşdirmələr, dərin nəzəri biliklər hesabına deyil, əsasən vərdişlər hesabına formalaşır və onların qazandıqları belə biliklər davamlı olmadığı kimi, onlar tərəfindən çox tez unudulur. Bəs bu unutqanlığı yaradan səbəblər nədir? Kifayət qədər səbəb göstərmək olar, lakin fikrimizcə, bu səbəblərdən biri də nəzəri biliklərlə praktiki biliklərin vəhdətinin gözlənilməməsidir.

Görəsən, şagirdlərin orta məktəbdə belə formalaşması onun ali məktəbdəki təhsilinə necə təsir edir? Qeyd edək ki, bu sualın cavabı ali məktəb auditoriyalarında mühazirə və məşğələlər zamanı bütün detalları ilə aydın görünür. Görünən odur ki, tələbə adını yenicə qazananların əksəriyyəti dərin nəzəri biliklərə malik olmadıqlarından riyazi anlayışlar haqqında səthi biliklərə malik olmaqla yanaşı, onlarda riyazi təhlil və müqayisələr aparmaq, istinad etmək, əlaqələndirmək, əsaslandırmaq və s. kimi bacarıqlarının zəif olması onların müstəqil və yaradıcı fəaliyyətə qoşulmalarını ləngidir. Bütün bunları onların özləri də etiraf edirlər.

Bununla belə, bu sahədə yaranan boşluqları doldurmaq məqsədi ilə son illər TQDK tərəfindən qəbul testlərinin məzmununda keyfiyyət dəyişiklikləri edilmiş, sual bankına açıq tipli sullar daxil edilmişdir. Abituryentlərlə söhbət zamanı isə məlum olur ki, onlar açıq tipli sualları cavablandırarkən daha çox çətinlik çəkirlər. Buradan görünür ki, abituryentər qəbul imtahanına hazırlaşarkən belə məsələlərə ya diqqət az yetirirlər, ya da heç diqqət yetirmirlər.

Bütün bunların nəticəsində tələbə qəbul olunduğu ali məktəblərin riyaziyyat və ona yaxın olan ixtisaslarında yeni tədris olunan „Riyazi analiz", „Funksional analiz", „Diferensial tənliklər" „Xüsusi törəməli diferensial tənliklər " və s. kimi fundamental fənləri tələb olunan səviyyədə mənimsəyə bilmirlər. Hesab edirik ki, şagirdin orta məktəbdə qazandığı biliklər o qədər möhkəm və davamlı olmalıdır ki, onun tələbəlik həyatında yaradıcı fəaliyyətinə kifayətləndirici stimul verə bilsin. Fikrimizcə, bunun bir yolu da nəzəriyyə ilə praktikanın vəhdətindən keçir.

Bunlarla yanaşı, ali məktəblər qarşısında da ciddi vəzifələr durur. Məsələn, gələcəyin müəllimi ali məktəbdə müasir təlim texnologiyalarına və metodlarına elə yiyələnməlidir ki, o, tələbəlik müddətində qazandığı bilikləri yeni yanaşmalar əsasında zənginləşdirə bilsin və onları peşə fəaliyyətində uğurla tətbiq edə bilsin.

Bütün bunlardan belə nəticəyə gəlmək olar ki, nəzərdə tutulan vəzifələrin yerinə yetirilməsi orta məktəblərdən ali məktəblərə necə adaptasiya olunmasından kifayət qədər asılıdır.

İndi isə nəzəriyyə ilə praktikanı sıx əlaqələndirməklə həll edilən bir neçə nümunəyə baxaq.

Misal 1. $y' - \frac{y}{x} = x^2$ $(*)$, tənliyinin $y(1) = 1$ başlanğıc şərtini ödəyən həllini tapaq.

Göründüyü kimi, bu sadə məsələni həll etmək üçün aşağıdakı şəkildə qoyulmuş Koşi məsələsinin həllinin müxtəlif üsullarla nəzəri əsaslandırılmasını bilmək lazımdır:

$$y' + f(x)y = g(x),\ y(x_0) = y_0. \qquad (1)$$

(1) məsələsinin həllini iki üsulla tapaq.

Həllin planı.

I üsul.

1. (1) tənliyinin həllini $y = u(x)v(x)$ (1.1) şəklində axtaraq. Burada $u(x)$ və $v(x)$ hələlik məchul funksiyalardır.

2. (1.1)-i nəzərə alaraq, (1) tənliyini

$$y' + f(x)y = g(x) \Rightarrow u'v + v'u + f(x)uv = g(x) \qquad (1.2)$$

şəklinə gətiririk.

3. (1.2)-də çevirmə edərək,

$$u'v + v'u + f(x)uv = g(x) \Rightarrow u(v' + f(x)v) + vu' = g(x) \qquad (1.3)$$

tənliyini alırıq.

4.Dəyişənlərinə ayrılan bircins $v' + f(x)v = 0$ tənliyini həll etməklə, buradan $v(x)$-i tapırıq və onu (1.3) tənliyində yerinə yazıb, $u(x) -$ i tapırıq.

5. Beləliklə, (1) tənliyinin ümumi həllini $y = u(x)v(x)$ şəklində yazıb, $y(x_0) = y_0$ başlanğıc şərtindən istifadə etməklə qoyulmuş (1) Koşi məsələsinin həllini alarıq.

II üsul

1. (1) tənliyinin uyğun bircins xətti tənliyini

$$y' + f(x)y = 0 \qquad (1.4)$$

şəklində yazaq

2. (1.4) tənliyini dəyişənlərinə ayırıb inteqrallamaqla onun ümumi həllini

$$y' + f(x)y = 0 \ \Rightarrow\ y = Ce^{-\int f(x)dx} \qquad (1.5)$$

şəklində alarıq.

3. İxtiyari sabitin variasiyası üsulunu tətbiq etməklə:

a) (1) tənliyinin həllini (1.5) şəklində axtarırıq və fərz edirik ki, C x-dən asılı funksiyadır, yəni $C = C(x)$.

b) (1.5)-dən y və y'-i müəyyən edib, onları (1)- də nəzərə alırıq, alınan tənlikdən

$C(x)$-i tapırıq.

4. Verilmiş tənliyin ümumi həlli $y = C(x)e^{-\int f(x)dx}$ (1.6) şəklində olar.
5. Nəhayət, başlanğıc şərtdən istifadə etməklə qoyulmuş məsələnin həlli tapılır.

İndi isə bu iki üsulu tətbiq etməklə qoyulmuş məsələni həll edək.

I üsulun tətbiqi ilə həlli. Fərz edək ki, $y = u(x)v(x)$, onda $y' = u'v + v'u$ olar və hər iki bərabərliyi (*) tənliyində nəzərə alsaq

$$u'v + v'u - \frac{1}{x}uv = x^2 \Rightarrow u\left(v' - \frac{1}{x}v\right) + u'v = x^2$$

alarıq.

Tutaq ki, $v' - \frac{1}{x}v = 0$. Onda

$$v' - \frac{1}{x}v = 0 \Rightarrow \frac{dv}{v} = \frac{dx}{x} \Rightarrow v = x,$$

$$u\left(v' - \frac{1}{x}v\right) + u'v = x^2 \Rightarrow xu' = x^2 \Rightarrow \frac{du}{dx} = x \Rightarrow u = \frac{1}{2}x^2 + C.$$

Beləliklə, (*) tənliyinin ümumi həlli

$$y = u(x)v(x) \Rightarrow y = x\left(\frac{1}{2}x^2 + C\right)$$

şəklində, başlanğıc şərtə əsasən $y(1) = 1 \Rightarrow C = \frac{1}{2}$ olduğundan, onda onun xüsusi həlli

$$y = \frac{1}{2}x(x^2 + 1)$$

şəklində olar.

II üsulun tətbiqi ilə həlli. Bu üsulun (*) məsələsinə tətbiqi zamanı əvvəlcə verilmiş tənliyin uyğun bircins tənliyi yazılır və bu tənlik həll edilir:

$$y' - \frac{y}{x} = 0 \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{y}{x} \Rightarrow ln|y| = ln|x| + ln\,C \Rightarrow y = Cx\ \ (C = C(x))\ .$$

Bu sonuncu bərabərlikləri verilmiş tənlikdə nəzərə alsaq, onda

$$y' - \frac{y}{x} = x^2 \Rightarrow C'(x) + C(x) - \frac{1}{x}C(x)\cdot x = x^2 \Rightarrow \frac{dC(x)}{dx} = x \Rightarrow C(x) = \frac{1}{2}x^2 + C_0\ .$$

Beləliklə verilmiş tənliyin ümumi həlli

$$y = C(x)x \Rightarrow y = x\left(\frac{1}{2}x^2 + C_0.\right)$$

şəklində olar.

Başlanğıc şərtindən istifadə etməklə verilmiş tənliyin xüsusi həllini

$$y = \frac{1}{2}x(x^2 + 1)$$

şəklində taparıq.

İndi isə limitin hesablanmasına aid bir misal nümunəsini nəzərdən keçirək.

Misal 2.

$$\lim_{n\to\infty}\frac{\sqrt{n^k + a} - \sqrt{n - a}}{\sqrt[k]{n^k + a} + \sqrt{n - a}} \quad (**)$$

(burada $k \geq 2,\ k \in N$ və $-\infty < a < \infty$) şəklində limiti hesablamaq lazımdır.

Tapşırığı yerinə yetirmək üçün tələbənin bunları bilməsi zəruridir:

1. Məsələ necə qoyulmuşdur ?
2. Hesablama hansı plan üzrə aparılmalıdır?

Məsələnin qoyuluşu. Əgər $f(n)$ n^{α} tərtibdən, $g(n)$ $n^{\beta} (\alpha, \beta \in R)$ tərtibdən sonsuz böyük ardıcıllıqlar olarsa,

$$\lim_{n\to\infty}\frac{f(n)}{g(n)}$$

şəklində kəsrin limitinin hesablanması.

Həllin planı .

1. Bu kəsrin surətindən n^{α}, məxrəcindən n^{β} - nı ortaq vuruq olaraq ayıraraq, onları $f(n) = n^{\alpha}\varphi(n)$ və $g(n) = n^{\beta}\psi(n)$ şəklinə gətirməli, burada

$$\lim_{n\to\infty} \varphi(n) = A\ (A \neq 0) \text{ və } \lim_{n\to\infty} \psi(n) = B\ (B \neq 0).$$

2. Bunları nəzərə alsaq, onda $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{f(n)}{g(n)} = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{n^{\alpha}\varphi(n)}{n^{\beta}\psi(n)}$ alarıq.

3. İxtiyari iki həqiqi α və β ədədləri arasında üç münasibətdən yalnız biri doğru olduğundan, onda:

$$\text{əgər } \alpha > \beta \text{ olarsa, onda } \lim_{n\to\infty} \frac{f(n)}{g(n)} = \lim_{n\to\infty} \frac{n^{\alpha}\varphi(n)}{n^{\beta}\psi(n)} = \infty;$$

$$\text{əgər } \alpha < \beta \text{ olarsa, onda } \lim_{n\to\infty} \frac{f(n)}{g(n)} = \lim_{n\to\infty} \frac{n^{\alpha}\varphi(n)}{n^{\beta}\psi(n)} = 0;$$

$$\text{əgər } \alpha = \beta \text{ olarsa, onda } \lim_{n\to\infty} \frac{f(n)}{g(n)} = \lim_{n\to\infty} \frac{n^{\alpha}\varphi(n)}{n^{\beta}\psi(n)} = \frac{A}{B}$$

olar.

Aydındır ki, yuxarıda qeyd etdiyimiz bilgilərə malik tələbə (**) limitini göstərilən qaydada asanlıqla aşağıdakı kimi həll edə bilər.

$$\lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt{n^k+a}-\sqrt{n-a}}{\sqrt[k]{n^k+a}+\sqrt{n-a}} = \lim_{n\to\infty} \frac{n^{k/2}\left(\sqrt{1+a/n^k}-\sqrt{1/n^{k-1}-a/n^k}\right)}{n\left(\sqrt[k]{1+a/n^k}+\sqrt{1/n-a/n^2}\right)} = \lim_{n\to\infty} \frac{n^{k/2}}{n} = \begin{cases} 1, & k = 2 \text{ olarsa}, \\ +\infty, & k > 2 \text{ olarsa}. \end{cases}$$

Qeyd edək ki, qəbul olunmuş tələbələr arasında qabiliyyətli və istedadlı tələbələr də az deyildir, lakin onlar da ciddi mühakımə və müqayisə tələb olunan məsələləri həll edə bilmirlər.

Nəhayət, cəmin və hasilin qiymətləndirilməsi ilə isbat olunan bir misal nümunəsini nəzərdən keçirək.

Misal 3. Əgər $n > 1, n \in N$ olarsa, $1 < \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \cdots + \frac{1}{3n+1} < 2$ bərabərsizliyini isbat edək.

Məsələnin qoyuluşu. n-in üzərinə qoyulmuş şərt daxilində $\frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \cdots + \frac{1}{3n+1}$ cəminin qiymətinin $(1; 2)$ intervalına daxil olması tələbi.

İsbat prosesi. Verilən ikiqat bərabərsizliyi

$$\frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \cdots + \frac{1}{3n+1} < 2 \text{ və } \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \cdots + \frac{1}{3n+1} > 1$$

şəklində ayırıb onları iki mərhələdə isbat edək.

Məlumdur ki, müsbət kəsrin məxrəci azaldıqda (artdıqda) onun qiyməti artdığından (azaldığından), onda

$$\frac{1}{3n} + \frac{1}{3n+1} < \frac{1}{3n} + \frac{1}{3n} < \frac{1}{2n} + \frac{1}{2n} = \frac{1}{n}$$

olduğundan

$$\frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \cdots + \frac{1}{3n-1} + \frac{1}{3n} + \frac{1}{3n+1} = \underbrace{\left(\frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \cdots + \frac{1}{3n-1}\right)}_{2n-1} + \left(\frac{1}{3n} + \frac{1}{3n+1}\right) <$$

$$< \underbrace{\frac{1}{n} + \frac{1}{n} + \cdots + \frac{1}{n}}_{2n} = 2n \cdot \frac{1}{n} = 2 \Rightarrow \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \cdots + \frac{1}{3n+1} < 2 .$$

İkinci mərhələdə $\frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \cdots + \frac{1}{3n+1} > 1$ bərabərsizliyini isbat etmək üçü aşağıdakı məlum çevrilmələri etməklə

$$\frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \cdots + \frac{1}{3n-1} + \frac{1}{3n} + \frac{1}{3n+1} = \frac{1}{2}\left[\left(\frac{1}{n+1} + \frac{1}{3n+1}\right) + \left(\frac{1}{n+2} + \frac{1}{3n}\right) + \left(\frac{1}{n+3} + \frac{1}{3n-1}\right) + + \cdots +\right.$$

13n+1+1n+1,

$$\left.\begin{array}{l} \frac{1}{n+1}+\frac{1}{3n+1}=\frac{4n+2}{3n^2+4n+1}=\frac{4n+2}{(2n+1)^2-n^2}>\frac{4n+2}{(2n+1)^2} \\ \frac{1}{n+2}+\frac{1}{3n}=\frac{4n+2}{3n^2+6n}=\frac{4n+2}{(2n+1)^2-(n-1)^2}>\frac{4n+2}{(2n+1)^2} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \frac{1}{3n+1}+\frac{1}{n+1}=\frac{4n+2}{3n^2+4n+1}=\frac{4n+2}{(2n+1)^2-n^2}>\frac{4n+2}{(2n+1)^2} \end{array}\right\}(2n+1)\ \text{dəfə}$$

Bu bərabərsizlikləri toplamaqla

$$\frac{1}{2}\left[\left(\frac{1}{n+1}+\frac{1}{3n+1}\right)+\left(\frac{1}{n+2}+\frac{1}{3n}\right)+\left(\frac{1}{n+3}+\frac{1}{3n-1}\right)+\cdots+\left(\frac{1}{3n+1}+\frac{1}{n+1}\right)\right]>\frac{1}{2}(2n+1)\cdot\frac{4n+2}{(2n+1)^2}=1$$

alarıq.

Bu iki mərhələnin nəticəsinə əsasən

$$1<\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+2}+\cdots+\frac{1}{3n+1}<2$$

bərabərsizliyi doğru olduğu aşkar olur.

Elmi yeniliyi: Məqalədə orta məktəb şagirdlərinin əldə etdikləri mövcud riyazi biliklər nəzərdən keçirilərək onların topladığı bilik bazasının möhkəmliyi və davamlılığının bəzi məqamları tədqiq olunur.

Tətbiqi yeniliyi: Riyaziyyatın təliminin tədrisi və öyrənilməsi ilə bağlı əsas mənbə kimi istifadə edilə bilər.

ƏDƏBIYYAT

1. Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. М: Наука, 1969, 495 с.
2. Боярчук А.К., Головач Г.П. Справочное пособие по высшей математике. Том 5. М.: Эдиториал УРСС, 1998, 394 с.

РЕЗЮМЕ
РОЛЬ ЕДИНСТВА ТЕОРИИ И ПРАКТИКИ В ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКИ

Садигов М.Н., Агаяров М.Г., Алиев Ф.Ф.

Ключевые слова: *тестовые задания, способности, знание, навыки, проблемы, лекции и семинары.*

В статье исследуется степень устойчивости математических знаний студентов в ВУЗ-ах на базе приобретенных ими знаний в средних школах, оцениваются математические знания студентов по проведенным результатам мониторингов и практик, выявлены некоторые причины забывчивости этих знаний по причине решения их тестовым путем.

SUMMARY
THE ROLE OF THE UNITY OF THEORY AND PRACTICE IN TEACHING MATHEMATICS

Sadiqov M.N., Agayarov M.H., Aliyev F.F.

Keywords: *test items, abilities, knowledge, problem, habit, skill, lectures and trainings.*

The paper investigates the degree of stability of mathematical knowedge of students in institutes of higher education on the basis of their acguired knowledge in secondary schools. The mathematical knowledge of the students is evaluated on the results of the monitoring carried out and practice. Also here at the expense of performing tests the main reasons of forgetting the acquired knowledge quicly are analysed.

Daxil olma tarixi: Ilkin variant 11.11.2015
Son variant 02.02.2016