Cild 19 № 1 2019

UOT 517.1

ÇOXMEYARLI OPTİMALLAŞDIRMA MƏSƏLƏLƏRİNİN HƏLLİNƏ BƏZİ YANAŞMALAR

[1]CABBAROVA KÖNÜL İMRAN qızı,
[2] İBRAHİMOVA İRANƏ RÜSTƏM qızı,
Azərbaycan Dövlət Neft və Sənaye Universiteti, Bakı, 1-dosent, 2-magistrant
ira950095@gmail.com

Açar sözlər: *çoxmeyarlı optimallaşdırma, optimal həll, Pareto çoxluq, məqsəd funksiyalarının ideal qiymətlər vektoru, ziddiyyət, ideal həllə bütün lokal meyarlar üzrə yaxınlaşma prinsipi, məqsəd funksiyalarının əlaqə matrisləri.*

Məqalədə çoxmeyarlı optimallaşdırma məsələlərinin həllinə bir neçə yeni yanaşmaya baxılır. Yanaşmalardan biri – ideal həllə bütün lokal meyarlar üzrə yaxınlaşma prinsipidir. İkinci isə baxılan məsələnin həlli meyarların arasında mövcud olan ziddiyyətlərin, konfliktlərin ölçülərinin daxil edilməsinə əsaslanır.

Çoxmeyarlı optimallaşdirma məsələsinin qoyuluşu. Vektor optimallaşdırma məsələsi aşağıdakı formadadır:

$$\begin{cases} f(x) \to max, \\ \quad x \in X \end{cases}$$

Burada $x \in X$ üçün $X \in R^n$ mümkün həllər çoxluğudur. $f(x) = \big(f(x_1), \dots, f(x_n)\big)$, $f_i: R^n \to R, i = \overline{1,n}$ məqsəd funksiyalarıdır. Burada $f(x) \to max$ ifadəsi $f_i(x) \to max, \ \forall\, i$ ifadəsi ilə eynigüclüdür. Əsasən çoxmeyarlı məsələ adi optimallaşdırma məsələsindən yalnız bir məqsəd funksiyasının yerinə bir neçə məqsəd funksiyasının olması ilə fərqlənir.

Qeyd edək ki, iki meyarlı olduqda belə məsələnin həlli trivial olmur, çünki $f_1^{max}(x') > f_2^{max}(x')$ və eyni zamanda $f_1^{max}(x^*) < f_2^{max}(x^*)$ olduqda hansı həllin yekun olaraq seçilməsini təyin etmək mümkün olmur.

Vektor optimallaşdırma modeli şəklində formallaşdırılan həllin seçim məsələlərində ilkin addım kimi optimal həllin mümkün oblastının Pareto çoxluq üzrə ayrılmasını hesab etmək lazımdır.

Əgər $f(x_0) \geq f(x)$ və $f(x_0) \neq f(x)$ bərabərsizliklərini ödəyən funksiya üçün $x_0 \in X$ həlli mövcuddursa, $x \in X$ həlli Pareto çoxluqda optimal həll adlanır.

Pareto çoxluq üzrə səmərəlilik prinsipi. Fərz edək ki, çoxmeyarlı optimallaşdırma məsələsi mövcuddur. Sadəlik üçün fərz edək ki, bütün funksiyaların maksimumunu tapmaq tələb olunur. Tutaq ki, məsələnin elə həllər çoxluğu var ki, burada bir həll üçün meyarların qiymətləri digər həll üçün uyğun meyarların qiymətlərindən ya böyükdür, ya da ona bərabərdir. Əgər həllərdən hər hansı biri optimal hesab olunmursa, onda bu həll çıxarılır və başqa dominant həllə əvəz olunur. Beləliklə, yararsız həllər sıxışdırılıb çıxarılır və mümkün həllər çoxluğunda yalnız səmərəli hesab olunan həllər qalır.

Beləliklə, xətti çoxmeyarlı optimallaşdırma məsələsinin həlli üçün aşağıdakı alqoritm təklif olunur:

1. Hər bir məqsəd funksiyası üçün verilən məhdudiyyətlər əsasında maksimumun tapılması məsələsi həll olunur və optimal x_p^* həlli və ona uyğun $f_p^*(x_p^*)$ məqsəd funksiyasının qiymətləri təyin olunur.

2. Məqsəd funksiyalarının qiymətlərindən asılı olaraq üstünlük dərəcəsinə görə x_p^* həllinin $(x_{i_1}^*, \dots, x_{i_p}^*)$ nöqtələrinin qiymətlər ardıcıllığı qurulur. Analoji qaydada məqsəd funksiyaları da nizamlanır.

3. Səmərəli olmayan, əvəzlənə bilən məqsəd funksiyalarını sıxışdırıb çıxarmaqla yalnız əvəzlənə bilməyən məqsəd funksiyaları saxlanılır. Beləliklə, Pareto çoxluqda optimal vektor alınır.

4. Alınmış məsələ çoxmeyarlı optimallaşdırma üsullarından biri ilə həll olunur.

İdeal həllə bütün meyarlar üzrə yaxınlaşma prinsipi. Tutaq ki, aşağıdakı vektor optimallaşdırma məsələsinə baxılır:

$$\begin{cases} f(x) \to max \\ x \in X \end{cases} \quad \text{və ya} \quad \begin{cases} f_1(x) \to max \\ f_2(x) \to max \\ \dots.. \\ f_n(x) \to max \\ x \in X \end{cases} \tag{1}$$

Məhdudiyyət şərtləri isə belədir:

$$a_1^i x_1 + a_2^i x_2 + \cdots + a_n^i x_n = b_i, \ i = \overline{1, r} \tag{2}$$

$$a_1^j x_1 + a_2^j x_2 + \cdots + a_n^j x_n = b_j, \ j = \overline{1, m-r} \tag{3}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \dots, x_n \geq 0, \tag{4}$$

Baxılan sistemi həll etmək üçün sistemin həlləri içərisindən elə $x^* = (x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*)$ qiymətlər vektorunu tapmaq lazımdır ki, bu vektor maksimum sayda meyarı maksimallaşdıra bilsin. Beləliklə, xətti vektor optimallaşdırma məsələsinin həlli üçün aşağıdakı alqoritm təklif edilir:

1. Hər bir $f_i(x), i = \overline{1, k}$ məqsəd funksiyası üçün verilən məhdudiyyət şərtlərinə görə maksimumun tapılması məsələsi həll olunur və $x_i^* = (x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*), i = \overline{1, k}$ optimal həllər vektoru tapılır və bu qiymətlərə uyğun olan məqsəd funksiyasının $f_i^*(x_i^*) = (f_i^*(x_1^*), f_i^*(x_2^*), \dots, f_i^*(x_n^*)), i = \overline{1, k}$ qiymətlər vektoru təyin olunur.

2. Məqsəd $F^0 = \left(F_1^0, \dots, F_k^0\right)$ funksiyalarının "ideal" qiymətlərindən ibarət olan $F_i^0 =$ *fi∗(xi∗)=maxfi∗(x1∗), fi∗(x2∗),…,fi∗(xn∗)* vektorunu qurmaq lazımdır.

3. Aşağıdakı ifadənin qiymətini təyin etmək lazımdır:

$$R(x) = \|f(x) - F^0\|^2 \tag{5}$$

Bu hər bir $x \in \Omega$ üçün $f(x) - F^0$ vektorunun kvadratik evklid normasını ifadə edir.

4. $x \in \Omega$ nöqtəsinin elə qiymətini tapmaq tələb olunur ki, bu nöqtədə R(x) funksiyası özünün minimum qiymətini alsın.

Beləliklə, x^* həllinin tapılması məsələsi (1)-(4) sisteminin həllər çoxluğu daxilində (5) ifadəsinin minimumunun tapılması məsələsinə gətirilir. (1)-(4) məsələsinin ideal həllə bütün meyarlar üzrə yaxınlaşma prinsipi əsasında həlli əsas iki mərhələdən ibarətdir: birinci mərhələdə $F_i(x), i = \overline{1, k}$ məqsəd funksiyalarının maksimumu tapılır, ikinci mərhələdə isə R(x) funksiyasının minimumu tapılır.

Meyarlar arasında mövcud olan konfliktlərə ölçülərin tətbiq olunmasına əsaslanan metod. Aşağıdakı optimallaşdırma məsələsinə baxaq:

$$\begin{cases} f_1(x) \to max \\ f_2(x) \to max \\ \dots.. \\ f_n(x) \to max \\ x \in X \end{cases} \tag{6}$$

Burada $x = (x_1, \dots, x_n)^T \in R^n$, $X \in R^n$ mümkün həllər çoxluğudur. $f_i: R^n \to R, i = \overline{1, n}$ məqsəd funksiyalarıdır.

Tutaq ki, $f_i(x)$ və $f_j(x)$ sərbəst (asılı olmayan) məqsəd funksiyalarıdır .

1. $f_i(x)$ funksiyasının məqsədi $f_j(x)$ funksiyasının məqsədi ilə əlaqələndirilir, əgər

$$\forall x', \forall x'' \ (f_i(x^*) \geq f_i(x')) \Rightarrow \ (f_j(x^*) \geq f_j(x')); \tag{7}$$

2. $f_i(x)$ -nin məqsədi $f_j(x)$ funksiyasının məqsədi ilə ziddiyyət təşkil edir, əgər

$$\forall x', \forall x'' \ (f_i(x^*) \geq f_i(x')) \Rightarrow \ (f_j(x^*) \leq f_j(x')); \tag{8}$$

3. Əgər şərtlər ödənmirsə, onda $f_i(x)$ və $f_j(x)$ funksiyaları X çoxluğunda asılı deyil.

Əlaqələndirmə zamanı bir məqsədin əldə olunması digər məqsədə çatmaq üçün imkan yaradır. Konflikt zamanı bir məqsədin əldə olunması onu göstərir ki, artıq digər məqsədə çatmaq olmur və ya effektiv deyil. (6) məsələsinin xüsusi halını, məqsəd funksiyalarının xətti olduğu halı nəzərdən keçirək.

$$\forall i = \overline{1, N}, \quad \left(f_i(x) = \sum_{k=1}^{n} c_{ik} x_k\right) \tag{9}$$

Burada $x = (x_1, \dots, x_n)^T \in X,\ X \in R^n,\ \ c_i = (c_{i1}, \dots, c_{in})^T$ i-ci məqsəd funksiyası-nın əmsallar vektorudur. Xətti halda məqsəd funksiyalarının qradiyenti $\forall f_i(x) = c_i$ olur. Məqsəd funksiyalarının qarşılıqlı təsirinin əmsalı aşağıdakı düsturla hesablanır:

$$k_{ij} = \cos\tau = \frac{(c_i, c_j)}{|c_i| \cdot |c_j|} = \frac{\sum_{k=1}^{n} c_{ik} \cdot c_{jk}}{\sqrt{\sum_{l=1}^{n} c^2{}_{il}} \sqrt{\sum_{l=1}^{n} c^2{}_{il}}} \tag{10}$$

Əlaqənin tipini müəyyən etmək üçün $[0, p]$ parçasını 3 hissəyə ayıraq:

$$[0, p] = [0, p/3] \cup \left(\frac{p}{3}, \frac{2p}{3}\right) \cup \left[\frac{2p}{3}, p\right]$$

Beləliklə, k_{ij} əmsallarına görə qərar qəbulunu aşağıdakı kimi formalaşdırmaq olar:

1. k_{ij} əmsalı 1-ə nə qədər yaxın olarsa, $f_i(x)$ və $f_j(x)$ məqsəd funksiyaları o dərəcədə bir-biri ilə əlaqələndirilə bilər. Ona görə də $k_{ij} \in \left[\frac{1}{2}, 1\right]$ olduqda məqsəd funksiyaları əlaqələndirilir.

2. k_{ij} əmsalı k-1-ə nə qədər yaxın olarsa, $f_i(x)$ və $f_j(x)$ məqsəd funksiyaları o qədər ziddiyyət təşkil edər, yəni konflikt yaranar. Ona görə də $k_{ij} \in \left[-1, -\frac{1}{2}\right]$ olduqda məqsəd funksiyaları ziddiyyət təşkil edir.

3. k_{ij} əmsalı 0-a nə qədər yaxın olarsa, $f_i(x)$ və $f_j(x)$ məqsəd funksiyaları o dərəcədə sərbəst olar, yəni bir-birindən asılı olmaz. Ona görə də $k_{ij} \in \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$ olduqda məqsədlər asılı olmur.

Beləliklə, məqsəd funksiyalarının hər bir cütü üçün əmsallar hesablandıqdan sonra simmetrik binar əlaqələrə malik olan $\left|k_{ij}\right| \leq 1$ elementlərindən ibarət $K = \left\{k_{ij}\right\}_{NxN}$ matrisi qurulur. Onun əsasında müxtəlif yanaşmaları formalaşdırmaq olar.

Nəticə. Planlaşdırma və idarəetmə məsələlərinin tədqiqi onu göstərir ki, bu məsələlərin real qoyuluşu çoxmeyarlı xarakter daşıyır. Belə məsələlərin səmərəli həlli üçün ilk növbədə prosesin çoxmeyarlı riyazi modelini qurmaq lazımdır. Növbəti mərhələlərdə isə qurulmuş bu model ən optimal metod seçilərək optimallaşdırılmalıdır.

Məqalədə çoxmeyarlı optimallaşdırma məsələlərinin həllinin tapılmasına müxtəlif yanaşmalar təsvir edilmişdir. Çoxmeyarlı optimallaşdırma məsələlərinin həlli üçün iki üsula baxılır. Onlardan biri bütün lokal meyarlar üzrə mükəmməl həllə yaxınlaşma prinsipindən istifadə edir, ikinci üsül isə məqsəd funksiyalarının arasında qarşılıqlı təsir nəzərə alınır. Burada qarşılıqlı təsirin üç tipi: kooperasiya (əlaqələndirmə), ziddiyyət və müstəqillik nəzərdən keçirilir.

ƏDƏBİYYAT

1. Зайченко Ю.П. Исследование операций. Нечеткая оптимизация. Kiev: Выща школа, 1991, 191 с
2. Мелькумова Е.М. Один из подходов к решению задачи многокритериальной оптимизации Воронеж: ВГУ, №2, 2010, с.39-42.
3. Борисов А.Н. Обработка нечеткой информации в системах принятия решений. М.: Радио и связь, 1989, 303 с.
4. Ногин В.Д. Принятие решений в многокритериальной среде: количественный подход. М.: Физмат, 2002, 144 с.

РЕЗЮМЕ

О НЕКОТОРЫХ ПОДХОДАХ К РЕШЕНИЮ МНОГОКРИТЕРИАЛЬНЫХ ЗАДАЧ

Джаббарова К.И., Ибрагимова И.Р.

Ключевые слова: *многокритериальная оптимизация, оптимальное решение, принцип Парето, вектор «идеальных» значений целевых функций, конфликт, принцип приближения по всем локальным критериям к идеальному решению, матрица взаимодействия целевых функций.*

В статье рассматривается несколько новых подходов к решению задач многокритериальной оптимизации. Один из подходов – принцип приближения по всем локальным критериям к идеальному решению, а второй – строится на основе введения меры конфликта между критериями и использования ее для задания стратегии агрегирования для решения задачи многокритериальной оптимизации.

SUMMARY

SOME APPROACHES FOR THE SOLUTION OF MULTICRITERION OPTIMIZATION PROBLEMS

Jabbarova K.I., Ibrahimova I.R.

Key words: *multicriterion optimization, optimal solution, Pareto principle, ideal value vector of objective function, conflict, principle of all local criterion approximation to the ideal solution, contact matrix of objective functions.*

In the article are considered some new approaches to solving multicriterion optimization problems. One of them – the principle of approximation on all local criteria to the ideal solution and the second is constructed on the introduction of conflict measure for objective functions and is used to define aggregation strategy for solving multicriterion optimization problem.

Daxilolma tarixi:	İlkin variant	12.11.2018
	Son variant	27.03.2019