

UOT 519.872

## HETEROGEN SERVERLƏRİ VƏ MÜXTƏLİF TIPLİ SORĞULARI OLAN SİSTEMİN RİYAZİ MODELİNİN QURULMASI

MEHBALIYEVA ESMİRA VİDADİ qızı

Sumqayıt Dövlət Universiteti, doktorant

[esmira.mehbaliyeva@mail.ru](mailto:esmira.mehbaliyeva@mail.ru)

**Açar sözlər:** xidmət sistemi, heterogen serverlər, müxtəlif tipli sorğular, xidmətin keyfiyyət göstəriciləri, hesablama alqoritmi

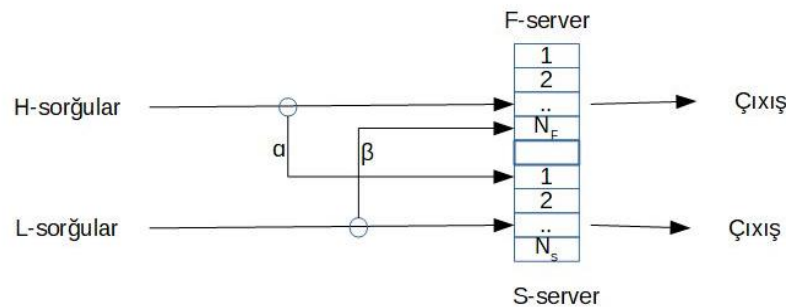
Kompüter-kommunikasiya sistemlərində sorğuların emalı proseslərinin və eləcə də insan əməyindən istifadə olunan sənaye sistemlərində xidmət proseslərinin riyazi modellərinin adekvatlığını artırmaq üçün öyrənilən sistemlərdə müxtəlif sürətli serverlərin olması faktının nəzərə alınması vacib bir problem kimi ortaya çıxır. Bu səbəbdən son illərdə heterogen serverli kütləvi xidmət modelləri geniş tədqiq olunur. Bu istiqamətdə son dövrlərdə alınan nəticələrlə [1-6] məqalələrindən və onların ədəbiyyat siyahısında göstərilən işlər vasitəsilə tanış olmaq mümkündür.

Mövcud ədəbiyyatın analizi göstərir ki, məlum işlərdə əsasən bir tip sorğulara xidmət edən modellər öyrənilmişdir. O cümlədən [7] məqaləsində heterogen serverləri olan və yalnız eyni tipli sorğulara xidmət edən sistemlərin riyazi modelləri tədqiq olunmuşdur. Göstərilən işdə daxil olan sorğuların serverlər arasında paylanması üçün üç sxem təklif olunmuş və onlardan istifadə edildikdə sistemin keyfiyyət göstəricilərinin hesablanması üçün düsturlar tapılmışdır.

Heterogen serverlərin olması təbii olaraq ortaya sorğuların da tiplərə bölünməsi problemini çıxarır. Belə olduqda sistemin iqtisadi göstəricilərini yaxşılaşdırmaq mümkündür, çünki daha sürətli serverdə xidmət olunmaq haqqı aşağı sürətli serverdə xidmət olunmaq haqqından böyük olmalıdır və eyni zamanda nəzərə almaq lazımdır ki, yüksək sürətli serverlərin istismar xərcləri aşağı sürətli serverlərin istismar xərclərindən böyükdür. Bu faktorları nəzərə alaraq müxtəlif səviyyəli prioritetləri olan sorğuların müxtəlif sürətli serverlərdə xidmət olunması proseslərinin səmərəli təşkil olunması aktual problem olaraq ortaya çıxır. Bu tip məsələləri mühəndis intuisiyası əsasında həll etmək çox zaman mümkün olmur, çünki bir qayda olaraq bu tip proseslər stoxastik xarakter daşıyır.

Yuxarıda deyilənlərdən çıxış edərək bu məqalədə heterogen serverlərdə müxtəlif tipli sorğuları emal edən sistemin riyazi modelinin qurulması məsələsinə baxılır.

Öyrənilən sistemin struktur sxemi şəkil 1-də göstərilmişdir.



Şəkil 1. Sistemin struktur sxemi.

Bu sistemdə iki tip sorğulara xidmət olunur: yüksək prioritetli sorğular (H-sorğular) və aşağı prioritetli sorğular (L-sorğular). Hər iki tip sorğular sistemə Puasson qanunu ilə daxil olur və H-sorğuların intensivliyi  $\lambda_H$ , L-sorğuların intensivliyi isə  $\lambda_L$  kəmiyyətinə bərabərdir.

Yüksək prioritetli sorğular əsasən yüksək sürətli serverlərdə (F-serverlər) və aşağı prioritetli sorğular isə əsasən aşağı sürətli serverlərdə (S-serverlər) xidmət göstərir. F-serverlərin sayını  $N_f$  və S-serverlərin sayını isə  $N_s$  ilə işarə edək. Hər bir F-serverdə bir sorğunun orta xidmət müddəti  $\mu_f^{-1}$ , S-serverdə isə  $\mu_s^{-1}$ -dir, belə ki  $\mu_f > \mu_s$ .

Hesab olunur ki, H-sorğu (L-sorğu) sistemə daxil olduqda heç olmazsa bir dənə məşğul olmayan F-server (S-server) varsa, onda H-sorğu (L-sorğu) hər hansı boş F-serverdə (S-serverdə) xidmət göstərməyə başlayır. Əgər H-sorğu (L-sorğu) sistemə daxil olduğu anda hər iki qrupda serverlər məşğuldursa, onda daxil olan sorğu itmiş hesab olunur (yəni xidmət olunmadan sistemi tərk edir).

Əgər H-sorğu sistemə daxil olduğu anda bütün F-serverlər məşğuldursa və S-serverlərdən heç olmazsa biri boşdursa, onda daxil olan H-sorğu Bernulli sxeminə əsasən xidmət olunur və ya sistemi tərk edir, yəni həmin sorğu ya  $\alpha, 0 < \alpha \leq 1$ , ehtimalı ilə S-serverdə xidmət olunur və ya  $1 - \alpha$  ehtimalı ilə xidmət olunmadan sistemi tərk edir. Analoji olaraq, əgər L-sorğu sistemə daxil olduğu anda bütün S-serverlər məşğuldursa və F-serverlərdən heç olmazsa biri boşdursa, onda daxil olan L-sorğu  $\beta, 0 < \beta \leq 1$ , ehtimalı ilə F-serverdə xidmət olunur və ya  $1 - \beta$  ehtimalı ilə xidmət olunmadan sistemi tərk edir.

Təsvir olunan sistemin riyazi modelinin qurulması və onun əsasında sistemin keyfiyyət göstəricilərinin tapılması məsələsinə baxaq. Sistemin keyfiyyət göstəriciləri olaraq sorğuların itməsi ehtimalı və hər bir qrupda serverlərin istifadə əmsalı nəzərdə tutulur.

Sistemin vəziyyətini zamanın istənilən anında iki ölçülü  $(k_F, k_S)$  vektoru ilə göstərmək olar, belə ki, bu vektorun komponentləri  $k_F$  və  $k_S$  uyğun olaraq F-serverlər qrupundakı və S-serverlər qrupundakı məşğul serverlərin sayını göstərir. Bütün bu vektorlar sistemin mümkün vəziyyətlər fəzasını ( $E$ ) təşkil edir. Bu fəza iki çoxluğun Dekart hasil kimi göstərilə bilər:

$$E = \{0, 1, \dots, N_F\} \times \{0, 1, \dots, N_S\} \quad (1)$$

Daxil olan sorğuların Puasson seli təşkil etdiyini və xidmət müddətinin paylanma funksiyasının üstlü funksiya olduğunu nəzərə alaraq, belə nəticəyə gəlirik ki, baxılan sistemin riyazi modeli vəziyyətlər fəzası (1) çoxluğu ilə təyin olunan iki ölçülü Markov zənciridir.

Bu zənciri doğuran matrisinin elementlərini  $q((k_F, k_S), (k'_F, k'_S))$  ilə işarə edək. Sistemin vəziyyətləri arasında aşağıdakı keçidlər mümkündür (şəkil 2). Şəkil 2-də belə işarələmələr qəbul edilmişdir:  $x = \lambda_L + \alpha\lambda_H$ ,  $y = \lambda_H + \beta\lambda_L$ .

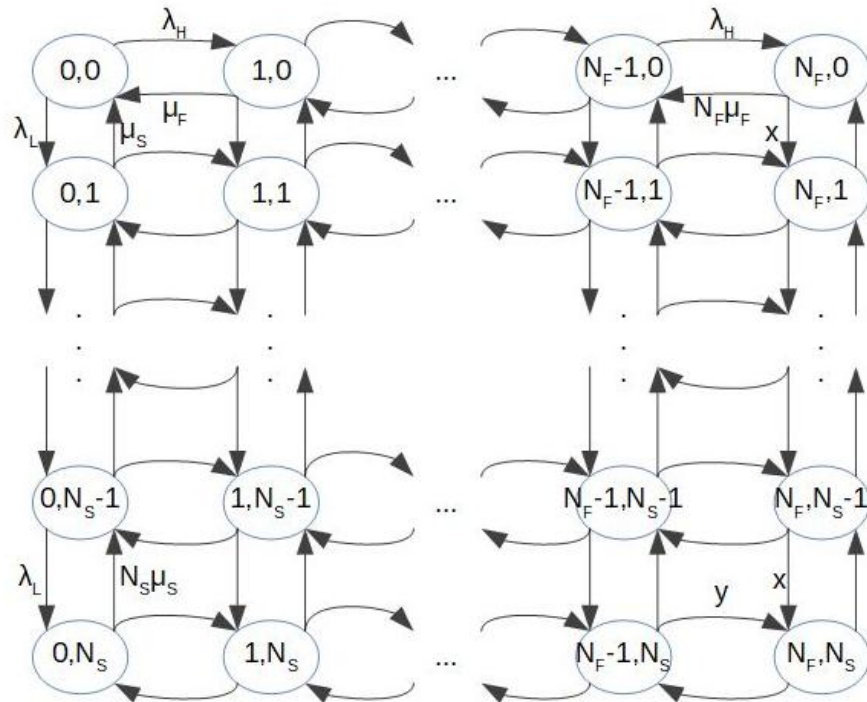
- H-sorğu daxil olduqda sistemin vəziyyəti  $(k_F, k_S), k_F < N_F$ , olarsa, onda sistem  $\lambda_H$  intensivliyi ilə  $(k_F + 1, k_S)$  vəziyyətinə keçir;
- H-sorğu daxil olduqda sistemin vəziyyəti  $(N_F, k_S), k_S < N_S$ , olarsa, onda sistem  $\lambda_H \alpha$  intensivliyi ilə  $(N_F, k_S + 1)$  vəziyyətinə keçir;
- L-sorğu daxil olduqda sistemin vəziyyəti  $(k_F, k_S), k_S < N_S$ , olarsa, onda sistem  $\lambda_L$  intensivliyi ilə  $(k_F, k_S + 1)$  vəziyyətinə keçir;
- L-sorğu daxil olduqda sistemin vəziyyəti  $(k_F, N_S), k_F < N_F$ , olarsa, onda sistem  $\lambda_L \beta$  intensivliyi ilə  $(k_F + 1, N_S)$  vəziyyətinə keçir;
- F-serverlər qrupunda sorğunun xidməti bitdiyi anda sistemin vəziyyəti  $(k_F, k_S)$ , olarsa, onda sistem  $k_F \mu_F$  intensivliyi ilə  $(k_F - 1, k_S)$  vəziyyətinə keçir;

• S-serverlər qrupunda sorğunun xidməti bitdiyi anda sistemin vəziyyəti  $(k_F, k_S)$ , olarsa, onda sistem  $k_S \mu_S$  intensivliyi ilə  $(k_F, k_S - 1)$  vəziyyətinə keçir.

Beləliklə, yuxarıda qeyd olunan keçidləri nəzərə alaraq, baxılan zəncirin doğuran matrisinin müsbət elementlərini tapmaq üçün aşağıdakı münasibətləri alırıq:

$$q((k_F, k_S), (k'_F, k'_S)) = \begin{cases} \lambda_H, & \text{if } k_F < N_F, k'_F = k_F + 1, k'_S = k_S, \\ \lambda_H \alpha + \lambda_L, & \text{if } k_F = N_F, k_S < N_S, k'_F = N_F, k'_S = k_S + 1, \\ \lambda_L, & \text{if } k_S < N_S, k'_F = k_F, k'_S = k_S + 1, \\ \lambda_L \beta + \lambda_H, & \text{if } k_S = N_S, k_F < N_F, k'_F = k_F + 1, k'_S = N_S, \\ k_F \mu_F, & \text{if } k'_F = k_F - 1, k'_S = k_S, \\ k_S \mu_S & \text{if } k'_F = k_F, k'_S = k_S - 1. \end{cases} \quad (2)$$

Alınmış (2) münasibətlərindən görünür ki, baxılan sonlu ölçülü Markov zəncirinin hər hansı ilkin vəziyyətindən istənilən vəziyyətinə keçmək olar (bax şəkil 2). Buna görə də bu zəncirdə stasionar rejim mövcuddur.



Şəkil 2. Sistemin vəziyyətləri arasındakı keçidlərin qrafı.

Stasionar rejimdə  $(k_F, k_S) \in E$  vəziyyətinin stasionar ehtimalını  $p(k_F, k_S)$  ilə işarə edək. Bu ehtimallar balans tənliklərinin həlli kimi tapılır. Yuxarıda alınmış (2) münasibətlərindən istifadə edərək balans tənlikləri aşağıdakı kimi yazılır:

$$\begin{aligned} & k_F < N_F, k_S < N_S \text{ halları üçün:} \\ & (\lambda_H + \lambda_L + k_F \mu_F + k_S \mu_S) p(k_F, k_S) = \lambda_H p(k_F - 1, k_S) I(k_F > 0) + \lambda_L p(k_F, k_S - 1) I(k_S > 0) + \\ & + (k_F + 1) \mu_F p(k_F + 1, k_S) + (k_S + 1) \mu_S p(k_F, k_S + 1); \\ & k_F = N_F, k_S < N_S \text{ halları üçün:} \end{aligned} \quad (3)$$

$$(\lambda_H \alpha + \lambda_L + N_F \mu_F + k_S \mu_S) p(N_F, k_S) = (\lambda_H \alpha + \lambda_L) p(N_F, k_S - 1) I(k_S > 0) + \quad (4)$$

$$+ \lambda_H p(N_F - 1, k_S) + (k_S + 1) \mu_S p(N_F, k_S + 1);$$

$k_F < N_F, k_S = N_S$  halları üçün:

$$(\lambda_H + \lambda_L \beta + k_F \mu_F + N_S \mu_S) p(k_F, N_S) = (\lambda_H + \lambda_L \beta) p(k_F - 1, N_S) I(k_F > 0) + \quad (5)$$

$$+ \lambda_L p(k_F, N_S - 1) + (k_F + 1) \mu_F p(k_F + 1, N_S);$$

$k_F = N_F, k_S = N_S$  halı üçün:

$$(N_F \mu_F + N_S \mu_S) p(N_F, N_S) = (\lambda_H \alpha + \lambda_L) p(N_F, N_S - 1) + (\lambda_H + \lambda_L \beta) p(N_F - 1, N_S). \quad (6)$$

(3), (4) düsturlarında  $I(A)$  ilə  $A$  hadisəsinin indikator funksiyası işarə olunmuşdur.

Yuxarıda alınmış (3)-(6) tənliklərinə normallaşdırıcı şərt əlavə olunur:

$$\sum_{(k_F, k_S) \in E} p(k_F, k_S) = 1. \quad (7)$$

Məlumdur ki, (3)-(7) tənliklər sisteminin yeganə həll var [8]. Bu tənliklər sisteminin həlli tapıldıqdan sonra sistemin axtarılan xarakteristikaları aşağıdakı kimi tapılır.

Yüksək prioritetli sorğular iki halda xidmət olunmadan sistemi tərk edir:

1) H-sorğu sistemə daxil olarkən həm F-serverlər qrupunda, həm də S-serverlər qrupunda bütün serverlər məşğuldursa, onda daxil olan sorğu vahid ehtimalla itir;

2) H-sorğu sistemə daxil olarkən F-serverlər qrupunda bütün serverlər məşğuldursa və S-serverlər qrupunda heç olmazsa bir boş server varsa, onda daxil olan sorğu  $1 - \alpha$  ehtimalı ilə itir. Beləliklə, H-sorğularının itməsi ehtimalının hesablanması üçün aşağıdakı düsturu alırıq:

$$PB_H = p(N_F, N_S) + (1 - \alpha) \sum_{k_S=0}^{N_S-1} p(N_F, k_S). \quad (8)$$

Analoji mülahizələrlə L-sorğularının itməsi ehtimalının hesablanması üçün aşağıdakı düsturu alırıq:

$$PB_L = p(N_F, N_S) + (1 - \beta) \sum_{k_F=0}^{N_F-1} p(k_F, N_S). \quad (9)$$

F-serverlər qrupunda və S-serverlər qrupunda məşğul serverlərin orta sayını  $\tilde{N}_f$  və  $\tilde{N}_s$  ilə işarə edək. Bu keyfiyyət göstəriciləri uyğun təsadüfi kəmiyyətlərin riyazi gözləməsi kimi tapılır:

$$\tilde{N}_F = \sum_{k_F=1}^{N_F} k_F \sum_{k_S=0}^{N_S} p(k_F, k_S); \quad (10)$$

$$\tilde{N}_S = \sum_{k_S=1}^{N_S} k_S \sum_{k_F=0}^{N_F} p(k_F, k_S). \quad (11)$$

Onda (10) və (11) düsturlarından istifadə edərək hər bir qrupda serverlərdən istifadə əmsalı ( $C_x$ ) tapılır:

$$C_x = \tilde{N}_x / N_x, x \in \{F, S\}.$$

Məqalədə heterogen serverləri olan sistemlərdə iki tip sorğuların xidmət olunması proseslərinin riyazi modeli qurulmuşdur. Fərz olunur ki, yüksək prioritetli sorğular yüksək sürətli serverlərdə, aşağı prioritetli sorğular isə aşağı sürətli serverlərdə xidmət olunurlar, lakin bəzi hallarda yüksək prioritetli sorğular aşağı sürətli serverlərdə, aşağı prioritetli sorğular isə yüksək sürətli serverlərdə də xidmət oluna bilərlər. Göstərilmişdir ki, baxılan sistemin riyazi modeli iki ölçülü Markov zənciridir. Bu zəncirin doğuran matrisi qurulmuş və onun əsasında stasionar

ehtimalların tapılması üçün balans tənlikləri tərtib olunmuşdur. Sistemdə xidmətin keyfiyyət göstəricilərinin hesablanması üçün düsturlar tapılmışdır.

### ƏDƏBİYYAT

1. Isguder H.O., Kocer U.U. Analysis of GI/M/n/n Queuing System with Ordered Entry and no waiting line // Applied Mathematical Modeling. V.38. 2014. pp. 1024-1032
2. Dharmaraja S., Kumar R. Transient Solution of a Markovian Queuing Models with Heterogeneous Servers and Catastrophes // OPSEARCH. V.52. Issue 4. 2015. pp. 810-8217
3. Ammar S.I. Transient Behavior of a Two-Processor Heterogeneous Systems with Catastrophes, Server Failures and Repairs // Applied Mathematical Modeling. V.38. 2014. pp. 2224-2234
4. Krishnamoorthy A., Sreenivasan C. An M/M/2 Queuing Systems with Heterogeneous Servers Including One with Working Vacation // International Journal of Stochastic Analysis. Vol. 2012. Article ID 145867.
5. Sridhar A., Pitchai R.A. Analysis of a Markovian Queue with Two Heterogeneous Servers and Working Vacation // International Journal of Applied Operational Research. V.5. Issue 4. 2015. pp. 1-15
6. Xu J., Liu L., Zhu T. Transient Analysis of Two-Heterogeneous Server Queue with Impatient Behavior and Multiple Vacations // Journal of Systems Science and Information. V.6. Issue 1. 2018. pp. 69-84.
7. Mehbalıyeva E.V. Heterogen serverli xidmət sisteminin bir modeli haqqında // Sumqayıt Dövlət Universiteti. Elmi xəbərlər, Cild 18, №4. Sumqayıt: SDU, 2018, s.18-23
8. Гнеденко Б.В., Коваленко И.Н. Введение в теорию массового обслуживания. М.: Наука, 1987, 336 с.

### РЕЗЮМЕ

#### ПОСТРОЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ СИСТЕМЫ С ГЕТЕРОГЕННЫМИ СЕРВЕРАМИ И РАЗНОТИПНЫМИ ЗАЯВКАМИ

*Мехбалыева Э.В.*

**Ключевые слова:** система обслуживания, гетерогенные серверы, заявки различного типа, показатели качества обслуживания, алгоритм расчета

В статье изучена система с гетерогенными серверами и разнотипными заявками. Показано, что математической моделью системы является двумерная цепь Маркова. Построена производящая матрица этой цепи и на ее основе разработана система уравнений равновесия. Найдены формулы для вычисления показателей качества обслуживания в системе.

### SUMMARY

#### DEVELOPING THE MATHEMATICAL MODEL OF THE SYSTEM WITH HETEROGENEOUS SERVERS AND REQUEST OF DIFFERENT TYPES

*Mehbaliyeva E.V.*

**Key words:** queuing system, heterogeneous servers, calls of different types, quality indicators of service, calculation algorithm

In this paper, system with heterogeneous servers and calls of different types are examined. It is shown that the mathematical model of the system is two-dimensional Markov chain. Infinitesimal matrix of this chain is created and system of balance equations is developed. Formulas to calculate the quality of service metrics are found.

Daxilolma tarixi:	İlkin variant	14.02.2019
	Son variant	24.06.2019

UOT 681.586

## İKİÖLÇÜLÜ İNDUKTİV VERİCİNİN ELEKTROMAQNİT SAHƏSİNİN NƏZƏRİ TƏDQIQI

<sup>1</sup>SƏTTAROV VAQİF QAFAR oğlu

<sup>2</sup>DADAŞOVA RƏNA BƏHRAM qızı

<sup>3</sup>ABDULLAYEVA ÜLKƏR RƏHİM qızı

Sumqayıt Dövlət Universiteti, 1, 2-dosent, 3- laboratoriya müdiri

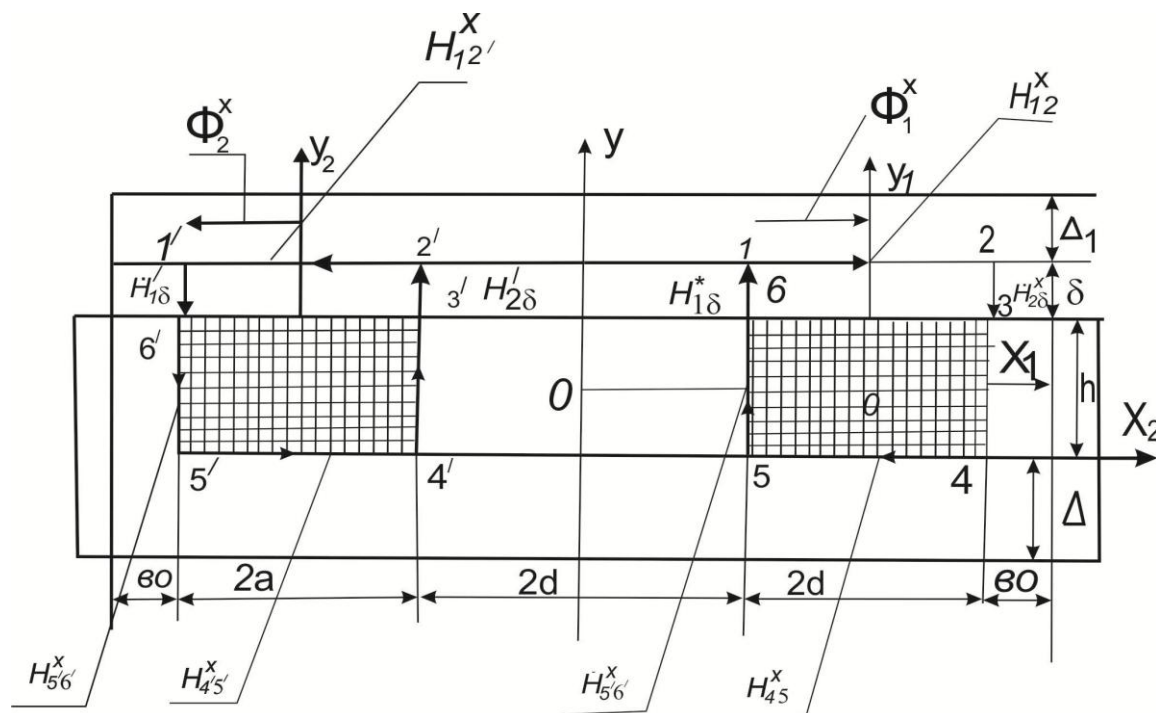
[avdullayeva.ulker@mail.ru](mailto:avdullayeva.ulker@mail.ru)

*Açar sözlər:* elektromaqnit sahəsi, verici, dolaqlar sistemi, maqnit selləri

Sənayenin müxtəlif sahələrində istifadə olunan birölçülü vericilərin iqtisadi cəhətdən səmərəliliyini artırmaq məqsədilə iki vericini əvəz edən ikiölçülü vericidən istifadə olunması əsas məsələlərdən biridir [1]. Bu məqsədlə ikiölçülü fiziki kəmiyyətlər vericilərinin yaradılması aktual məsələ kimi qarşıda durur.

Vericinin yüksək metroloji xarakteristikaya malik olması üçün onun konstruktiv quruluşu, həndəsi ölçüləri və dolaqların yerləşdirilməsi əsas şərtlərdən biridir. Bu məqsədlə xətti və bucaq yerdəyişmələri ölçməyə imkan verən belə vericinin yuxarıda sadalanan şərtləri özündə əks etdirən çıxış signalının riyazi modelini müəyyənləşdirmək lazımdır. Bunun üçün, ilk növbədə, iki parametrlə vericinin dolaqlar sisteminin maqnit sellərinin analitik ifadələri alınmalıdır.

Yaradılmış vericinin daxilindəki yarımşilindrin açılışı düzbucaqlı şəkildədir [2]. Vericinin işləmə prosesində yuvalarda yerləşdirilmiş təsirlənmə dolağının ətrafında elektromaqnit sahəsi yaranır. Həmin sahə müstəviyə paraleldir və onun maqnit selləri dolaqların ətrafında şəkil 1-də göstərildiyi kimi paylanmışdır.



Şəkil. Vericinin xətti yerdəyişmə üçün elektromaqnit sahəsinin təsviri.

Şəkil 1-dən göründüyü kimi, yuva çıxıntılarının orta qalınlığı maqnitkeçiricinin elektromaqnit sahəsinin nüfuz etmə dərinliyinin qiymətinə görə seçilir. Yuvanın orta çıxıntısı ikitərəfli elektromaqnit sahəsində yerləşdiyi üçün onun qalınlığını təqribən (5-6) mm qəbul etmək olar. Real konstruksiyada orta çıxıntının  $h$  hündürlüyü sahəsində maqnit selinin səpələnməsi praktiki olaraq yoxdur, buna uyğun olaraq  $h$  hündürlüyü üzrə maqnit qüvvə xətləri bir-birinə paralel qəbul olunur və bu hissədə elektromaqnit sahəsi ancaq  $y$  oxuna paralel olan  $H_y$  - təşkeledicisinə malik olur. Şəkildə təsvir olunan elektromaqnit sahəsi vericinin xətti yerdəyişmələr ölçü dövrəsinə aiddir.

Göründüyü kimi, verici dörd identik yuvaya malikdir. Onların elektromaqnit sahələri eyni olub, müstəviyə paraleldir. Orta çıxıntılarının eni kiçik və sahəsinin müstəviyə paralel olduğunu nəzərə alsaq, tədqiqat üçün dekart - koordinat sistemini seçmək əlverişli olur. Bu halda maqnit sisteminin müxtəlif sahələrindəki maqnit sahə gərginlikləri  $\dot{H}_y$  və  $\dot{H}_x$  təşkeledicilərinə malik olacaqdır.

Yuvaların dərinliyi və eni müqayisə ediləcək dərəcədə kiçik götürüldüyündən orta çıxıntıda elektromaqnit sahəsi ikinci dərəcəli xətti diferensial tənliklərlə ifadə olunur: [3].

$$\nabla^2 \dot{H}_y = j\omega\gamma\mu\mu_0 \dot{H}_y,$$

$$\nabla^2 \dot{H}_x = j\omega\gamma\mu\mu_0 \dot{H}_x.$$

İfadədəki  $x$ -xətti yerdəyişmələr ölçü dövrəsinin işarələndirilməsi,  $y$ -isə dəyişən koordinatdır. Tənliklərin həlli aşağıdakı kimi təyin olunur.

$$\dot{H}_y = A_1 e^{kx} + A_2 e^{-kx} \quad (1)$$

Burada  $A_1, A_2$  - təyin olunacaq integral sabitləridir;  $k = \sqrt{j\omega\gamma\mu\mu_0}$ ,  $\omega$  - bucaq tezliyi,  $\gamma$  - maqnit keçiricisinin materialının xüsusu keçiriciliyi,  $\mu$  - nisbi maqnit nüfuz əmsalı,  $\mu_0$  - havanın mütləq maqnit nüfuzluğudur.

Yuvanın orta çıxıntısının qalınlığı  $2d$  qəbul edilir və koordinat başlanğıcı həmin çıxıntının ortasında götürülür.

Əgər  $x = \pm d$  olarsa, (1) tənliyi belə yazılar.

$$A_1 e^{kd} + A_2 e^{-kd} = A_1 e^{-kd} = A_1 e^{-kd} + A_2 e^{kd}.$$

Yuxarıdakı bərabərlik  $A_1 = A_2 = A$  olduqda təmin edilir. Bu halda (1) tənliyi aşağıdakı şəkildə alınır:

$$H_y^x = 2A \operatorname{ch}(kx). \quad (2)$$

$x = \pm d$  olduqda  $\dot{H}_y^x = \dot{H}_{56}^x = \dot{H}_{34}^x$  şərtinə görə

$$A = \frac{\dot{H}_{56}^x}{\operatorname{ch}(kd)} \quad (3)$$

alınır. (3) tənliyini (2)-də nəzərə almaqla xətti yerdəyişmə üçün sahə gərginliyi  $\dot{H}_y^x$  aşağıdakı ifadə ilə hesablanır.

$$\dot{H}_y^x = 2 \dot{H}_{56}^x \cdot \frac{\operatorname{ch}(kx)}{\operatorname{ch}(kd)} \quad (4)$$

olar.

Orta çıxıntının en kəsiyindən qapanan maqnit seli (4) ifadəsini nəzərə almaqla xətti yerdəyişmə üçün maqnit seli aşağıdakı ifadədən tapılır :

$$\dot{H}_y^x = 2 \dot{H}_{56}^x \cdot \frac{\operatorname{ch}(kx)}{\operatorname{ch}(kd)}$$

Səttarov V.Ə., Dadaşvili R.B., Abdullayeva Ü.R.

İntegralı açıdıqdan sonra aşağıdakı düstur alınır:

$$\Phi_y^x = \frac{2\mu\mu_0 \dot{H}_{56}^x \cdot a_0}{k} \cdot th(kd). \quad (5)$$

Yuxarıdakı (5) ifadəsində təyin edilən  $\Phi_y^x$  maqnit seli şəkil 1-dən görüldüyü kimi,  $\Phi_1^x$  və  $\Phi_2^x$  maqnit sellərinə budaqlanır. Həmin maqnit sellərini tapmaq üçün dekart-koordinat sistemini (şəkil 1. ) hərəkət edən maqnit keçiricisinin xarici səthində yerləşmiş olan O-O<sub>1</sub>-sisteminə keçək. Göstərilən səthdə də maqnit sahəsi adi ikinci dərəcəli diferensial tənliklərlə yazılır. Həmin tənliklərin həlli aşağıdakı kimi olur:

$$\dot{H}_{x_1}^x = B_1 e^{ky_1} + B_2 e^{-ky_1}. \quad (6)$$

İkiölçülü vericinin hərəkət edən maqnitkeçiricinin dərinliyində sahə söndüyü üçün  $B_1 = 0$  olacaqdır. Bu halda maqnit sahə gərginliyi üçün alınır:

$$H_{x_1}^x = B_2 e^{-ky_1}.$$

Əgər  $y_1 = 0$ ;  $x_1 = 0$  olarsa [7],  $B_2 = \dot{H}_{12}^x$  olar. Beləliklə,  $\dot{H}_{x_1}^x = \dot{H}_{12}^x e^{-ky_1}$  alınır.

Nəticədə, səthdə yaranan maqnit seli  $\dot{\Phi}_1^x$  aşağıdakı kimi ifadə olunur:

$$\dot{\Phi}_1^x = \mu\mu_0 \dot{H}_{12}^x \int_0^{\Delta} e^{-ky} a_0 dy. \quad (7)$$

İntegralı açıdıqda

$$\dot{\Phi}_1^x = \mu\mu_0 \dot{H}_{12}^x a_0 (1 - e^{-k\Delta_1}) \cdot \frac{1}{k}. \quad (8)$$

Uyğun olaraq  $\Phi_2^x$  tapılır.

$$\dot{\Phi}_2^x = \mu\mu_0 H_{12}^x \frac{a_0}{k} (1 - e^{-k\Delta_1}) \quad (9)$$

Bir oturacağı  $X_1 = 0$  müstəvisində ikincisi isə hava boşluğunda olan elementar boru üçün maqnit selinin arasıkəsilməməzliyi prinsipindən, sahə gərginliyinin divergensiyasından istifadə etməklə bir sıra çevrilmələrdən sonra hava aralığında qapanan maqnit seli aşağıdakı ifadədən tapılır:

$$\dot{\Phi}_{y_1\delta}^x = \mu\mu_0 \dot{H}_{12}^x \cdot \frac{a}{k} \cdot \text{arctg} [2m_0(b_0 - a + x)]$$

Burada  $m_0 = \frac{sh(ky_1)}{b_0}$  olur. Uyğun olaraq dolağın sol tərəfindəki maqnit seli tapılır.

$$\dot{\Phi}_{y_2\delta}^x = \mu\mu_0 \dot{H}_{12}^x \text{arctg} [2m_0(b_0 - a - x)]$$

Burada  $x=0$  halı üçün müxtəlif arqument iki argtangensin cəmi formulundan istifadə etməklə [3] ikiölçülü vericinin xətti yerdəyişmə ölçü dövrəsinin dolaqlar sistemini kəsən maqnit selinin ümumi ifadəsi tapılır:

$$\dot{\Phi}_y^x = \mu\mu_0 \cdot \frac{a_0}{k} \dot{H}_{12}^x \text{arctg} \frac{4m_0(b_0 - a)}{1 - 4m_0^2((b_0 - a)^2 - x^2)}.$$

**Nəticədə**, maqnit sahəsinin nəzəri tədqiqatından alınan maqnit selinin ifadəsi ikiölçülü induktiv vericinin xətti yerdəyişmə üçün çıxış elektrik hərəkət qüvvəsinin analitik ifadəsini almaya imkan verir.

*İkiölçülü induktiv vericinin elektromaqnit sahəsinin nəzəri tədqiqi*



---

## ƏDƏBİYYAT

1. Мамедов Ф.И., Саттаров В.К. Теоретическое исследование многомерного индуктивного преобразователя перемещений // Изв. вузов, Нефть и газ, № 10, 1984, с. 23-27.
2. Məmmədov F.İ., Səttarov V.Q., Əsədova R.Ş. Xətti və bucaq yerdəyişməli induktiv verici. Bakı, Azərbaycan Respublikası Dövlət Elm və Texnika Komitəsi. Patent. P 990049. 2001
3. Ибрагимзаде Т.М., Касумов Т.А., Мамедов Ф.И. Расчет параметров параметрического преобразователя со сплошным магнитопроводом в нагрузочном режиме // За технический прогресс, №1, Баку, 1980, с.28-30

## РЕЗЮМЕ

### ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ ДВУХМЕРНОГО ИНДУКТИВНОГО ДАТЧИКА

*Саттаров В.Г., Дадашева Р.Б., Абдуллаева У.Р.*

**Ключевые слова:** электромагнитное поле, датчик, система обмоток, магнитные потоки

Получены аналитические выражения магнитных потоков систем обмоток двухмерного индуктивного датчика, позволяющего одновременное измерение угловых и линейных перемещений

## SUMMARY

### THEORETICAL RESEARCH OF ELECTROMAGNETIC FIELD OF TWO-DIMENSIONAL TRANSMITTER

*Sattarov V.G., Dadashova R.B., Abdullayeva U.R.*

**Key words:** electromagnetic field, transmitter, winding system, magnetic floods

Analytical expressions of magnetic floods of winding systems of two-dimensional inductive transmitter, which allows to measure angular and linear displacements, have been obtained.

Daxilolma tarixi:	İlkin variant	24.01.2019
	Son variant	24.06.2019